

地震波動による斜面のすべり変位量の一算定法について

苫小牧工業高等専門学校 正員 澤田 知之
日本大学生産工学部 正員 能町 純雄

1. まえがき

筆者等は地動が斜面の耐震限界を越える時に生ずるすべり移動量を算定し、発表してきたが⁽¹⁾、本論はその Newmark法より計算した値を検証する意味で、地動が調和関数である正弦波の重ね合わせとする見地から斜面の限界地震加速度をこの正弦波とする地動加速度が越える分で生じる1波分のすべり変位量を算定する式を誘導し、その計算例を示して有用性を検討するものである。

2. 正弦波動を受ける斜面変位の計算式

今、斜面に入力される地動を正弦波とすると、図-1に示す、すべりモデル斜面の角加速度 θ は次の(1)式で表わされる。尚、図中の M , l , W は各々(2), (3)及び(4)式で示される。

$$\ddot{\theta} = (K_i^* \sin \omega t - K_c) \cdot C_0 \quad (1)$$

ここで、

K_c : 斜面の限界地震加速度係数

K_i^* : 斜面に与えられる地震の加速度係数

$$C_0 = g \cdot \{\gamma r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3)\} / (W \cdot l^2)$$

ω : 円振動数(1/sec.)

g : 重力加速度(9.8m/sec²)

r_0 : 回転中心 O とすべり端との距離(m)
(図-2参照)

$$M = \frac{W_3}{g} \cdot \ddot{\theta} \cdot l^2 \quad (2)$$

$$l = \sqrt{[\gamma r_0^3 (f_1 - f_2 - f_3)]^2 + [\gamma r_0^3 (f_4 - f_5 - f_6)]^2} / W_3 \quad (3)$$

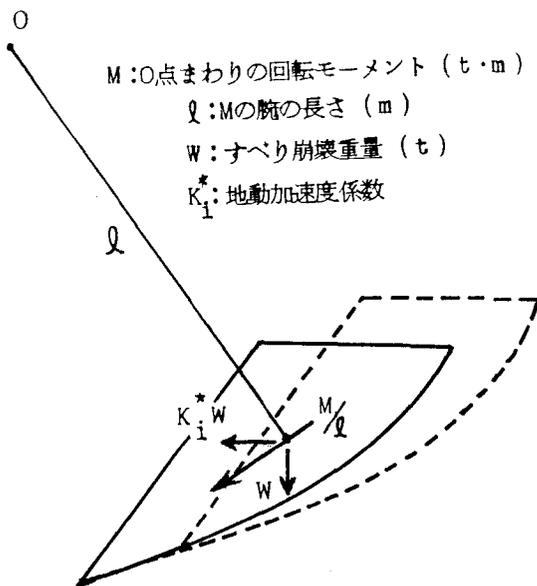


図-1 斜面のすべりモデル

A Note on Displacement of a Slope Accepted Seismic Sine-Wave
by Tomoyuki SAWADA and Sumio G. NOMACHI

ここで上記の式中、 $f_1 \sim f_3$ は以下のように表される。

$$f_1 = \frac{1}{3(1+9 \tan^2 \phi)} \{ (3 \tan \phi \sin \theta_h - \cos \theta_h) \cdot \text{Exp}[3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 3 \tan \phi \sin \theta_0 + \cos \theta_0 \}$$

$$f_2 = \frac{L}{6r_0} \cdot 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

$$f_3 = \frac{1}{6} \left\{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right\} \cdot \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \cdot \{ \sin \theta_0 + \sin \theta_h \cdot \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \}$$

L : 崩壊長 (m) (図-2 参照)

また $f_4 \sim f_6$ および W_3 は次のように示される。

$$f_4 = \frac{1}{3(1+9 \tan^2 \phi)} \{ (3 \tan \phi \sin \theta_h - \cos \theta_h) \cdot \text{Exp}[3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 3 \tan \phi \cos \theta_0 - \sin \theta_0 \}$$

$$f_5 = \frac{L}{6r_0} (2 \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0}) \sin \theta_0$$

$$f_6 = \frac{1}{6} \left\{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right\} \cdot \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \cdot \left\{ \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0} + \cos \theta_h \cdot \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \right\}$$

$$W_3 = \frac{\gamma r_0^2}{2} \left\{ \frac{\text{Exp}[2(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 1}{2 \tan \phi} - \frac{L}{r_0} \sin \theta_0 - \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \cdot \text{Exp}[(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \right\} \quad (4)$$

次に、

$$\frac{K_c}{K_t^*} = \mu \quad \text{とおく。} \quad (5)$$

斜面のすべりが始まる時を $t=t_0$ とすると $\ddot{\theta} = 0$ より

$$\sin \omega t_0 = \frac{K_c}{K_t^*} = \mu \quad (6)$$

$$\therefore \omega t_0 = \sin^{-1} \mu = \tau_0 \quad (7)$$

故に (1) 式を積分することにより斜面のすべり角速度は $\tau = \tau_0$ で速度が 0 であることから次のように示される。

$$\dot{\theta} = \frac{1}{\omega} [K_t^* (\cos \tau_0 - \cos \tau) + K_c (\tau_0 - \tau)] \quad (8)$$

よって すべり始めて次に速度が零 ($\dot{\theta} = 0$) となる点は (8) 式から次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \cos \tau_0 - \cos \tau + \mu (\tau_0 - \tau) &= 0 \\ \cos \tau + \mu \tau &= \cos \tau_0 + \mu \tau_0 \\ \therefore -\mu \tau + (\sqrt{1-\mu^2} + \mu \sin^{-1} \mu) &= \cos \tau \end{aligned} \quad (9)$$

すべり角変位 θ は (8) 式をさらに積分することにより次のように示される。

$$\theta = \frac{1}{\omega^2} [(K_t^* \cos \tau_0 + K_c \tau_0) \cdot \omega t - K_t^* \sin \tau - K_c \frac{\omega^2 t^2}{2}] + C_1 \quad (10)$$

初期条件 $t=t_0$ ですべり角変位 $\theta = 0$ を満足するように C_1 を定め、整理すると次のように示される。

$$\frac{\theta}{K_1^*} = \frac{1}{\omega^2} [(\cos \tau_0 + \mu \tau_0)(\tau - \tau_0) - (\sin \tau - \sin \tau_0) - \frac{\mu}{2}(\tau^2 - \tau_0^2)] \quad (11)$$

故に、 $\omega = 2\pi n$, n : 振動数 , $\mu = \sin \omega t_0 = \sin \tau_0$ の関係を入れて整理すると次のように示すことができる。

$$\theta_1 = \frac{K_1^* \mu}{4\pi^2 n^2} \left[1 - \frac{\sin \tau_1}{\mu} + (\tau_1 - \tau_0) \cdot \left\{ \cos \tau_0 - \frac{(\tau_1 - \tau_0)}{2} \right\} \right] \quad (12)$$

よって同様に、 θ_2, θ_3 を求め得る。

3. 数値計算例

今、計算例として、最大地震加速度係数 $K_1^* = 0.5$ および $n = 1\text{Hz}$ の正弦波が 図-2 に示すような斜面 (崩壊) モデルに与えられた場合の結果を以下に示す。

式 (5) 及び (7) より

$$\mu = 0.526 \quad (a)$$

$$\tau_0 = 0.554 \quad (b)$$

一方、 τ_1 は (9) 式と次に示す 図-3 から次のように求め得る。

$$\tau_1 = 3.745 \quad (c)$$

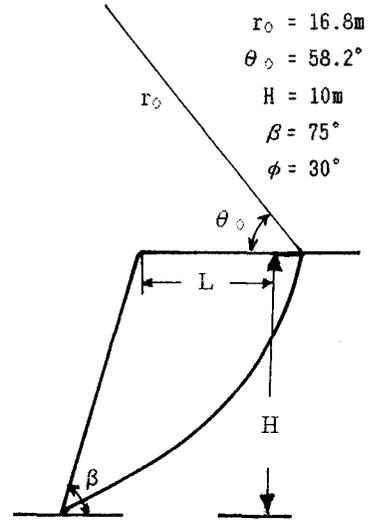


図-2 斜面崩壊モデル

図-4 に正弦波の累積変位の周期による変化を示す。累積変位は、周期が大きくなるに従って放物線的に増加することが示されている。これは θ が振動数(n) の2乗に逆比例する事からも妥当な傾向といえる。

故に、上記 (a), (b), (c) と (12) 式より、すべり角変位 θ_1 は容易に求められる。これと Newmark の力積変位理論からの解析結果の比較を表-1 に示す。両者はよく一致しており、この事より地震時における斜面のすべり移動量は、その斜面の限界地震加速度を知る事によって簡便にその目安を計算する事が可能となる。

表-1 正弦波1波のすべり角変位の比較

本解析値	ニューマーク法
$\theta_1 = 2.90 \times 10^{-3}$ (rad.)	$\theta_1 = 2.898 \times 10^{-3}$ (rad.)

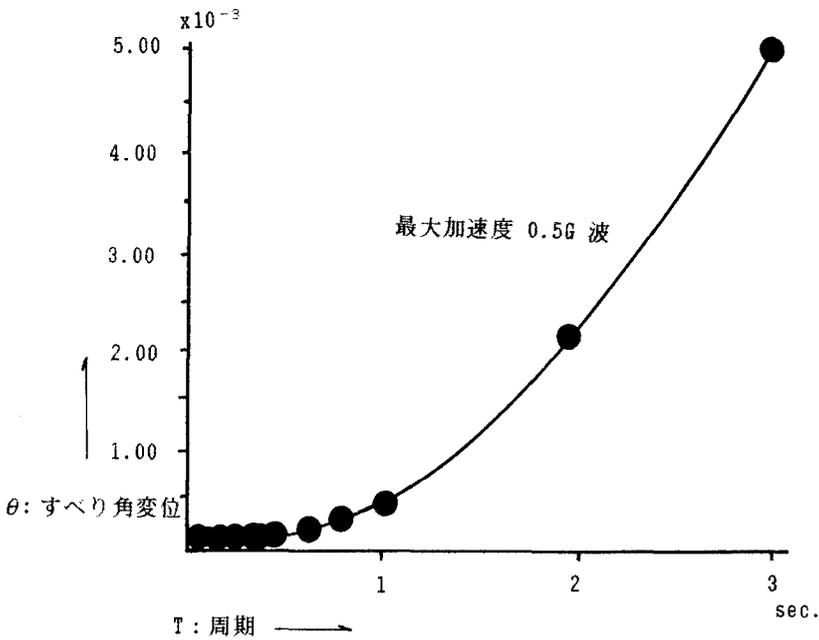
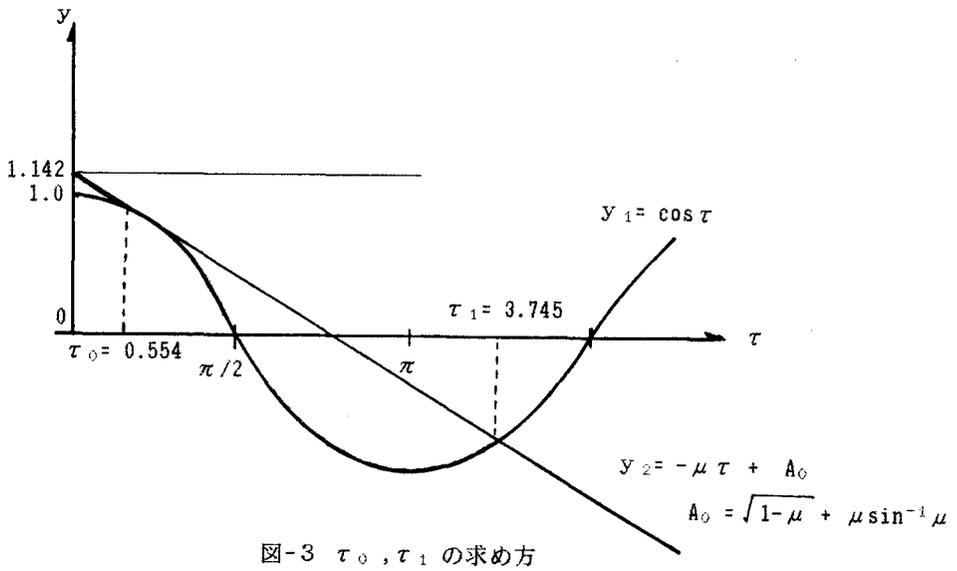


図-4 正弦波1波分の変位と周期の関係

参考文献

- 1) 澤田・能町・Chen, : 斜面の安定問題における地震時すべり変位について, 土木学会論文集, 1985, pp. 113-118.
- 2) Newmark, N. M. : Effects of Earthquakes on Dams and Embankments, Geotech., Vol. 15, No. 2, pp. 139~160, 1965.