

北海道大学工学部 正員 林 川 俊 郎

北海道大学工学部 正員 角 田 典史雄

北海道大学工学部 学生員 今 和 也

1. まえがき

吊床版橋の固有周期や固有振動モードの算定に関する研究は、現在までも数多くの論文が発表されている。これらの研究には、比較的単純な構造モデルを取り扱う弦理論やケーブル理論、骨組み構造にモデル化する平面解析や立体解析といった手法が主に用いられている。しかし、固有振動解析手法の比較のみならず、実在する吊床版橋の現場振動実験を行い、求められた固有周期の妥当性を検討することも重要な問題である。本論文では、平成2年8月に行われたクレオパトラ橋¹⁾ (図-1 参照)の人力加振による振動実験によって得られた波形をスペクトル解析し、その実験値と各理論値との比較をすることによって有効な解析手法について考察すると共に、吊床版橋の境界条件、張力の影響による振動特性について検討するものである。

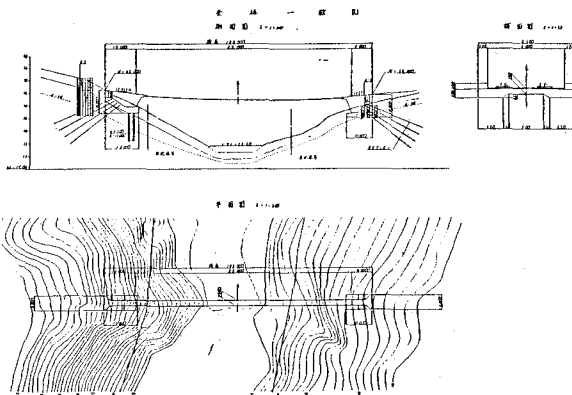


図-1 吊床版橋一般図

2. 解析手法

2-1. 弦理論

吊床版橋全体を弦と見なす理論であり、運動方程式(1)を両端固定の境界条件で解くことによって式(2)のような固有周期が求められる。

$$(W/g) \partial^2 y / \partial t^2 - T \cdot \partial^2 y / \partial x^2 = 0 \quad (1) \quad T_{an} = (2/n) \sqrt{8 f c \cos \theta / g} \quad (2)$$

ここに、 T_{an} : n 次モードの固有周期(sec) g : 重力加速度(m/sec^2)

f : サグ長(m) θ : 傾斜角

また、ねじり振動には棒の理論を用い、両端固定における解を用いる。

$$P_n = (n\pi / \varrho) \sqrt{GJ / \rho I_p} \quad T_{tn} = 2\pi / P_n \quad (3)$$

ここに、 ρ : 密度($t \cdot sec^2/m^4$)

I_p : 断面2次極モーメント(m^4)

G : せん断弾性係数(t/m^2)

J : ねじり定数(m^4)

ϱ : 支間(m)

T_{tn} : n 次モードのねじり固有周期(sec)

2-2. ケーブル理論

ケーブルの曲げ剛性を考慮した実用的な固有周期の算定式は、新家ら²⁾によって次のように与えられている。

$$\begin{aligned} f_1 &= 1.1c + \sqrt{3.21c^2 + \alpha} & (\xi \geq 17) & T_1 = 1/f_1 \\ f_1 &= \sqrt{12.707c^2 + 1.167\alpha} & (17 \geq \xi \geq 3) & T_1 = 1/f_1 \\ f_2 &= (3.13c + \sqrt{9.7969c^2 + 4.08\alpha}) / 1.02 & (\xi \geq 10) & T_2 = 1/f_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Calculation of Natural Period of Suspended Ribbon Pedestrian Bridges

By Toshiro Hayashikawa, Yoshio Kakuta and Kazuya Kon

$$\text{ここに、} \xi = \sqrt{T/EI} \cdot l \quad T = w l^2 / 8f \cos \theta \quad c = \sqrt{EIg/w l^4}$$

$$\alpha = g T / 4w l^2$$

$$T: \text{張力 (t)} \quad EI: \text{曲げ剛性 (tm}^2\text{)} \quad w: \text{単位長さ当り重量 (t/m)}$$

2-3. 平面解析

吊床版橋を側面から投影し、1本の曲線として解析する方法である。橋軸方向に全体座標系のX軸、上方向にY軸を取り、サグや支間、断面諸元および節点の座標値等を入力し、剛性マトリックス法によって2次元解析することにより、固有周期やモードが求められる。解析に用いたモデルを図-2に示す。なお、質量マトリックスの作成には整合質量法を用いた。

2-4. 立体解析

橋全体を1つの曲面と考慮して解析する方法である。橋軸方向に全体座標系のX軸、幅員方向にY軸、上方向にZ軸を取り、同様に3次元解析することによって解が得られる。また、モデル化の際には断面を3つに分け、それぞれの重心に部材があるものと考え、質量もX軸方向の部材にだけ集中させ、Y方向の部材に関しては、曲げ剛性はあるが質量が無いという架空の部材を仮定し、その剛性は節点間距離と床版厚より算定した(図-3)。

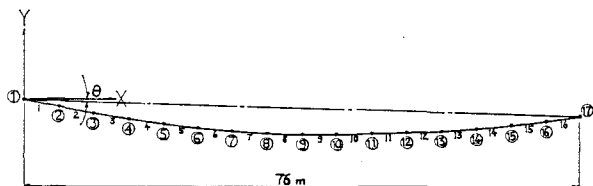


図-2 平面解析モデル

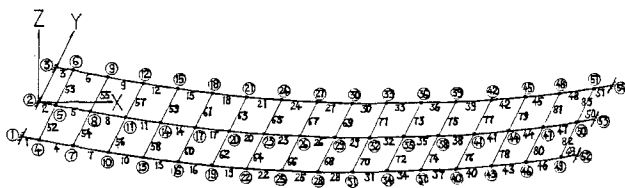


図-3 立体解析モデル

3. 数値計算結果

本橋の断面諸元、各解析手法による固有周期の比較をそれぞれ表-1、表-2に示す。

表-1 断面諸元

	X方向全断面	X方向両端部	X方向中央部	Y方向部材
		① ③	②	
Av (m ²)	0.10076470	0.03412430	0.03251600	0.10437940
Iy (m ⁴)	0.00064159	0.00020910	0.00005346	0.00013235
Iz (m ⁴)	0.06091436	0.00116057	0.00421462	0.19707305
J (m ⁴)	0.00082143	0.00033148	0.00015848	0.00051541
w (t/m)	1.30965505	0.44716335	0.41532835	1.42512844

表-2 固有周期

		曲 げ			ね じ り		水 平	
		1 次	2 次	3 次	1 次	2 次	1 次	2 次
弦 理 論		2.617	1.308	0.872	0.566	0.283	—	—
ケーブル理論		2.188	1.059	—	—	—	—	—
平面解析	F*	1.865	1.077	0.585	—	—	—	—
	F T	1.030	0.737	0.522	—	—	—	—
立体解析	F*	1.878	1.082	0.587	0.346	0.251	0.584	0.190
	F T	1.032	0.737	0.567	0.343	0.246	0.567	0.187
平面解析	H*	2.916	1.373	0.727	—	—	—	—
	H T	1.199	0.794	0.542	—	—	—	—
立体解析	H*	2.934	1.382	0.732	0.352	0.254	0.584	0.192
	H T	1.200	0.796	0.567	0.349	0.249	0.567	0.190

ここに、Av: 鋼への換算断面積

Iy: 局所座標系におけるy軸回りの鋼への換算断面2次モーメント

Iz: 局所座標系におけるz軸回りの鋼への換算断面2次モーメント

J: 局所座標系における断面ねじりモーメント

w: 単位長さ当り重量

尚、鋼、コンクリート、PC鋼(ケーブル)のヤング係数はそれぞれ

$$Es = 2.1 \times 10^7 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

$$Ec = 3.5 \times 10^6 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

$$Ep = 2.0 \times 10^7 \text{ (t/m}^2\text{)}$$

ここに、F: 両端固定 H: 両端単純支持

*: 張力無し T: 張力有り

表-1においてX方向両端部とは図-3における節点番号で①④⑦⑩----および③⑥⑨⑫----に含まれる部材であり、同中央部とは同様に②⑤⑧⑪----に含まれる部材である。また、X方向全断面とは上記両者の合成されたものであり、断面積やねじり定数および単位長さ当りの重量についてはその合成値が数値的に正しいことが容易に確認できるが、局所y軸およびz軸回りの断面2次モーメントについては必ずしも一致していない。これは、同中央部材の重心が両端部材のそれよりずれているためである。

一方、固有周期の比較では、弦理論やケーブル理論における計算値が平面解析や立体解析の場合よりも大きく出ている。また、平面解析と立体解析を比べてみると、境界条件および張力の有無に関わらずその理論値にほとんど差の無いことが認められる。次に、張力有りの場合の12次までの平面解析および立体解析により求められた固有振動モードが図-4に示されている。両解析ともに両端ヒンジの場合の方が両端固定の場合よりも固有周期が大きくなっているのがわかる。

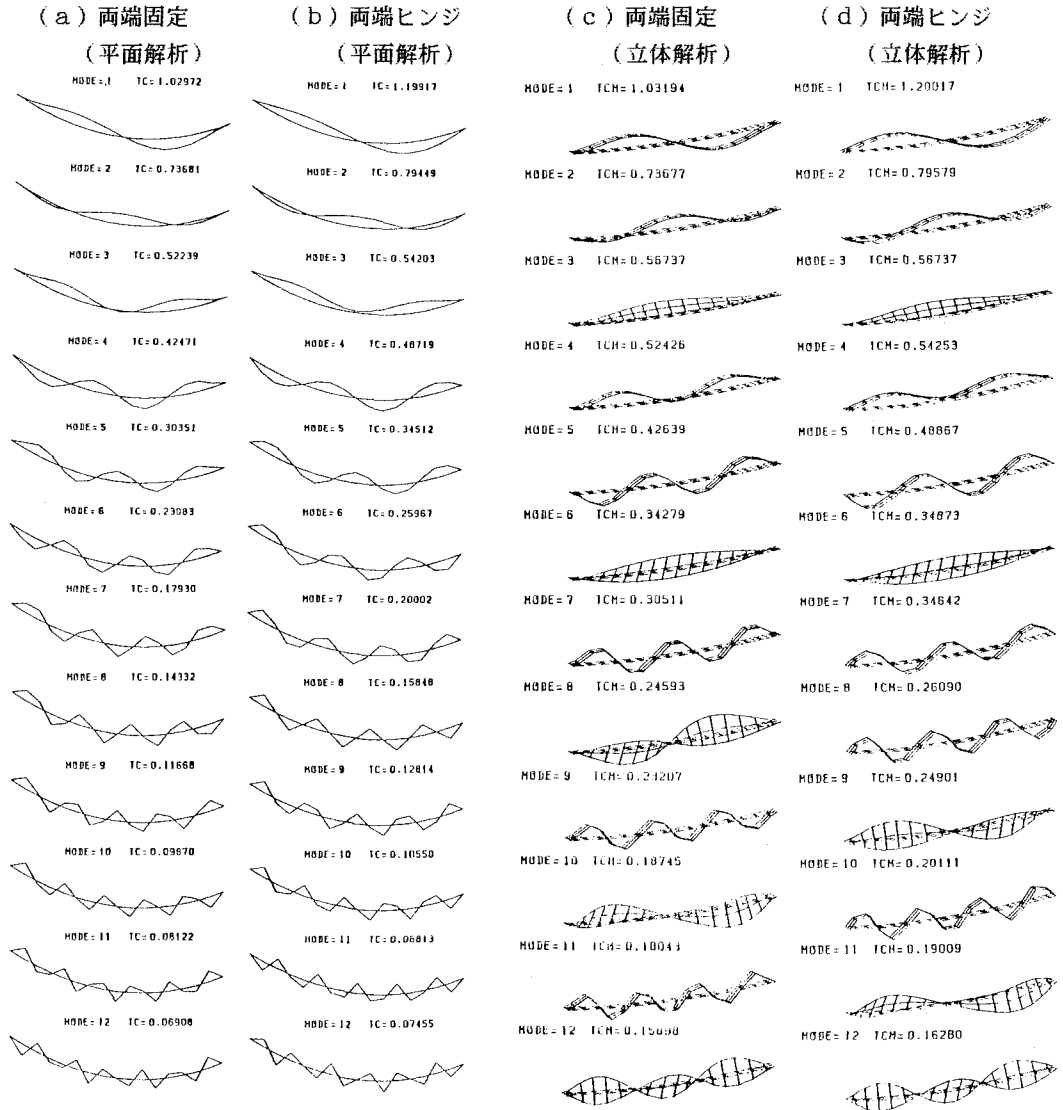
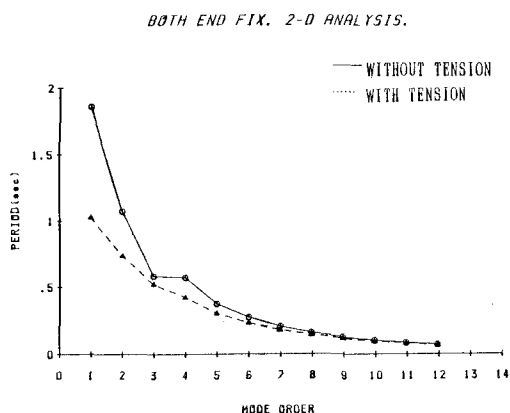


図-4 平面および立体解析による固有振動モード

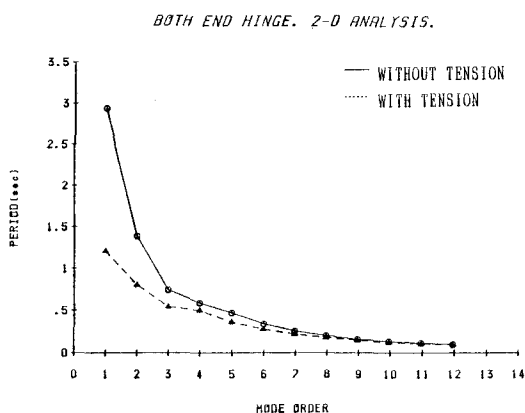
また、平面解析においては、両者の固有振動モードを比べて見てもあまり差は無いが、立体解析の場合に比較して水平振動やねじり振動が出ないので、それらを除いた形となっている。ところが、立体解析においてはその分だけモードのずれが見られ、両端ヒンジと両端固定との比較では、8次と9次および10次と11次のところでモードの逆転が見られる。

次に図-5は張力の有無による平面・立体両解析によって得られた境界条件別の固有周期とモード次数の関係を示したものである。張力有りの場合は無しの場合に比べて境界条件に関わらず短周期となり、平面解析におけるグラフは立体解析におけるそれを水平やねじり振動が出ない分だけ全体的に左へシフトさせた形になっていることが確認できる。また、低次モード程固有周期に及ぼす張力の影響が顕著に見られ、高次モードになるにつれてその影響が小さくなっていく。さらに、境界条件的には両端固定の場合に比べて両端ヒンジの場合の方がその傾向が著しい。

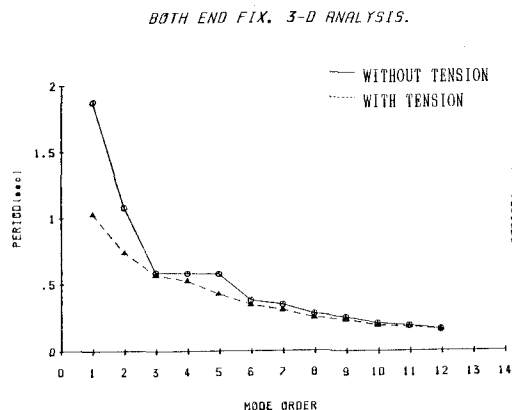
(a) 両端固定 (平面解析)



(b) 両端ヒンジ (平面解析)



(c) 両端固定 (立体解析)



(d) 両端ヒンジ (立体解析)

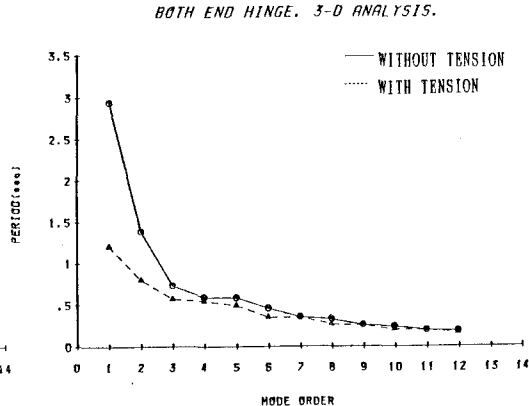
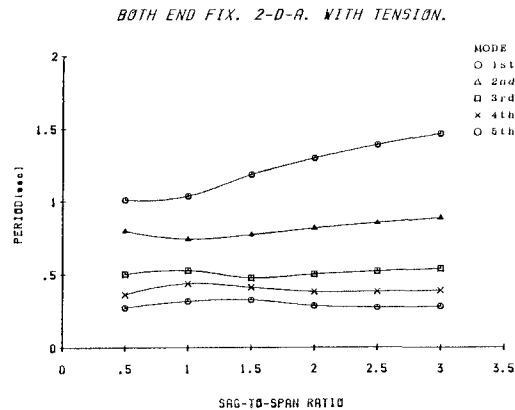


図-5 固有周期とモード次数との関係

次に、吊床版橋の固有周期に及ぼすサグ比の影響について検討する。表-2より分かるように、鉛直曲げ振動による固有周期は平面解析および立体解析とも殆ど差がない。したがって、ここでは平面解析によ

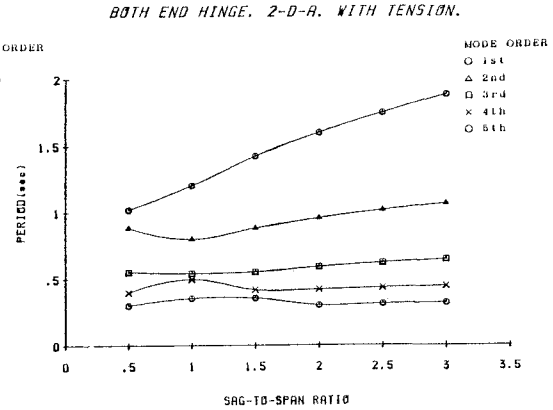
る固有周期の算定を行う。図-6は吊床版橋の両端の境界条件および張力の有無による固有周期とサグ比の関係を示している。ここで、サグ比の変化は支間を一定にしサグのみを増加させる形で行い、本橋の場合を基準値1.0に設定した。やはり、低次モード程張力の影響がみられ、両端ヒンジである場合の方が両端固定の場合よりもその傾向が著しい。また、張力無しの場合においては、サグ比が増加してもあまり固有周期に変化は見られないが1.0付近、即ち実サグ比0.0276付近に比較的大きな変化が見られる。このことは張力有りの場合についても同様であり、振動前の橋の形状そのものの影響であると思われる。

(a) 両端固定（張力有りの場合）



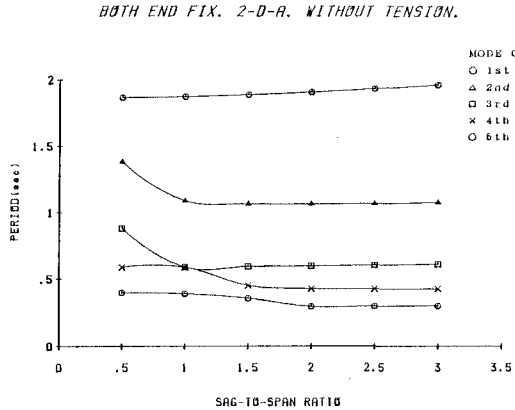
サグ比 $F/L=0.0276$ ($F=2.1\text{m}$, $L=76\text{m}$)の場合を基準値1.0とする。

(b) 両端ヒンジ（張力有りの場合）



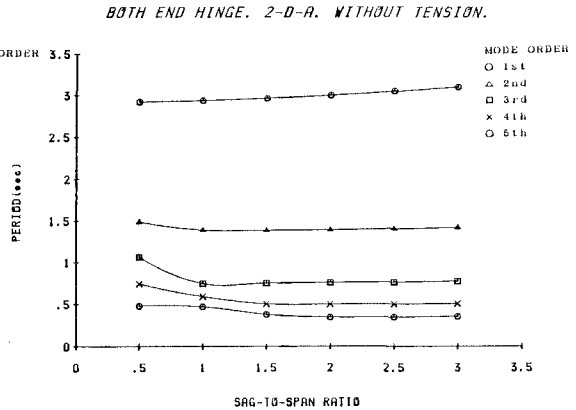
サグ比 $F/L=0.0276$ ($F=2.1\text{m}$, $L=76\text{m}$)の場合を基準値1.0とする。

(c) 両端固定（張力無しの場合）



サグ比 $F/L=0.0276$ ($F=2.1\text{m}$, $L=76\text{m}$)の場合を基準値1.0とする。

(d) 両端ヒンジ（張力無しの場合）



サグ比 $F/L=0.0276$ ($F=2.1\text{m}$, $L=76\text{m}$)の場合を基準値1.0とする。

図-6 固有周期とサグ比の関係

4. 振動実験結果

人力加振位置および速度計の位置を種々変えた本橋の振動波形およびそのスペクトル解析結果を図-7に示す。図-7 aは支間中央において一人がJumpし、同点で波形を測定したものであり、対称1次モードを予想した実験である。図-7 bは同様にねじり1次モードを予想したものであり、図-7 cは逆対称1次モードを予想したものである。

図-7 aにおいて卓越している周期は0.833secであり、表-2における平面・立体解析の曲げの2次に近いことから期待通りのモードが得られたと思われる。また、ねじりを予想した図-7 bにおいては、殆ど前者と変わらない結果となつてしまつたが、2番目に卓越している0.333secはこの図にのみ現れた唯一の特徴である。これは表-2のねじりの1次に極めて近いことから期待通りのモードが得られていたと考えて良いだろう。一方、逆対称1次モードを予想した最後の図においては、最も卓越している周期は0.6secであり、数値的には曲げの3次であると思われるが、期待通りのモードは得られなかつたようである。

5. あとがき

以上のように、本研究では各解析手法による固有周期の比較および実測値との比較を行つたが、簡易的な弦理論やケーブル理論では固有周期の値が大きく出すぎるため不適であり、やはり平面解析や立体解析を行う必要があると思われる。もし吊床版橋の鉛直曲げ振動のみに注目すれば平面解析だけで充分であり、水平やねじり振動まで固有周期を算定する場合には立体解析が必要とされる。また、張力の影響は解析上無視することはできず、両端の境界条件が固有周期に与える影響は大きいことが分かる。

最後に、本研究を進めるにあたり、データを提供して下さい住友建設(株)、および実験に参加して頂いたアリヤス設計コンサルタントの方々や北海道大学工学部土木工学科橋梁学講座、小幡卓司助手、及川昭夫技官、ならびに同講座およびコンクリート・構造工学講座大学院生、4年生の諸氏に対し感謝の意を表します。

(参考文献) 1) 住友建設(株): 札幌500.C.C. 吊床版橋設計計算書, 1989年. 2) 新家 徹・広中 邦汎・頭井 洋・西村春久: 振動法によるケーブル張力の実用算定式について, 土木学会論文報告集第294号, 1980年2月. 3) 梶川康男・津村直宜・角本 周: P C吊床版歩道橋の振動とその使用性, 構造工学論文集, Vol.36 A, 1990年3月.

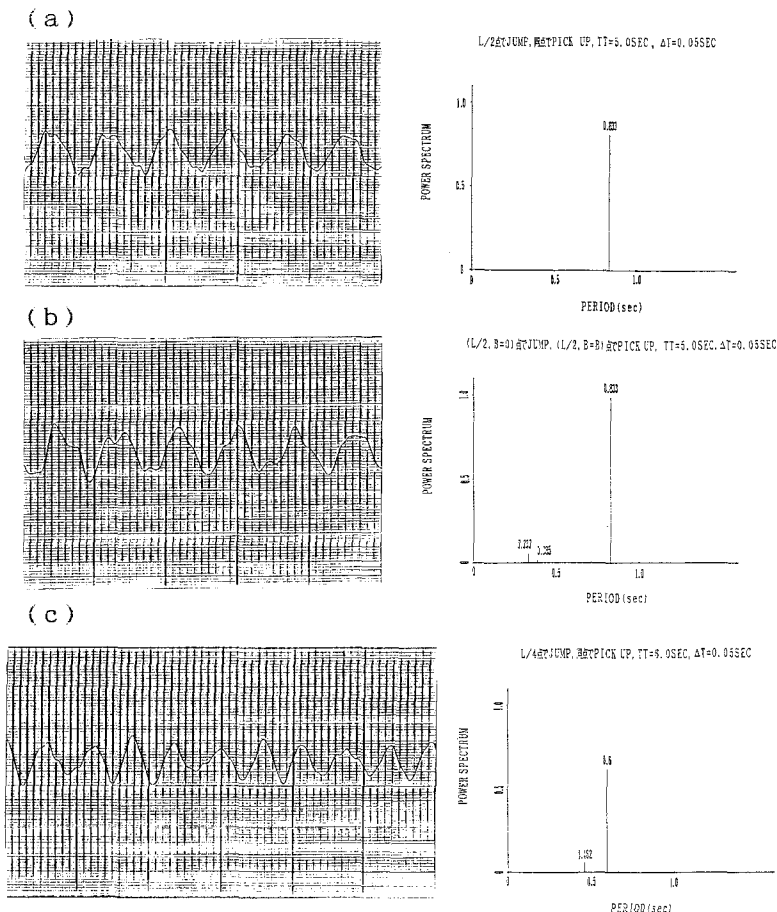


図-7 実測された自由振動波形とスペクトル解析結果