

I-12

半剛性連結部を有する骨組構造物の最小重量設計について

室蘭工業大学 正員 杉本博之
 室蘭工業大学 正員 岸 徳光
 室蘭工業大学 学生員 又坂一弘

1. まえがき

橋梁のラーメン形式の鋼製橋脚であれば、その荷重が大きいところから、柱と梁の連結は剛に行なわれるのは当然と考えられる。一方、建築等のラーメン構造物に代表されるような小規模なラーメン構造物においては、その架設上の理由もあり、柱と梁の連結部には多様な構造が用いられる¹⁾。その構造によっては、あるものはモーメントの伝達能力が低く、ヒンジと見なせるものもあるし、あるものは剛な連結と見なせるものもあり、その中間的な半剛性の連結部もある。

従来、半剛性連結部を有する骨組構造物に関しては、解析的な研究が主流で連結部の回転剛性の非線形性を考慮した解析²⁾、あるいは繰返し荷重を受けるときの挙動³⁾等に関する研究が進められてきている。一方、構造全体の設計に対する連結部の回転剛性の影響を考えると、連結部の回転剛性を低く設計することにより、構造全体の剛性が低下するのは明らかであるが、構造全体の剛性がクリティカルにならない設計においては、剛な連結が必ずしも経済的に有利にならないケースも考えられる。

そこで本研究においては、規模が小さくかつ比較的荷重レベルの低いラーメン構造物を例に取り、その柱と梁の連結部の回転剛性の値を種々変えて最小重量設計を行ない、連結部の回転剛性と全体の設計との関係について考察を加えた。

連結部の構造の曲げモーメントと回転角の関係は、厳密には非線形であるが、本研究においては線形と仮定する。また、連結部の構造は、連結している梁部材の抵抗曲げモーメントまで線形挙動をするものと仮定する。更に、柱および梁部材の座屈はしないと考え、許容応力度は圧縮縁、引張縁共同一とする。以上の仮定の下にラーメン構造物の設計に最適設計法を応用し、得られた結果を考察した。

2. 解析理論

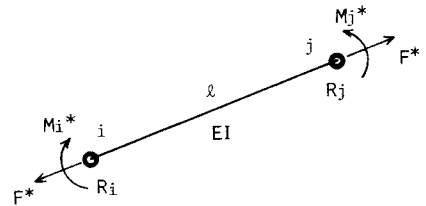
ラーメン構造物の解析は、以下に説明する変位法⁴⁾で行なった。

変位法においては、平衡条件、適合条件および内力と変形に関する条件から剛性方程式が誘導される。半剛性節点の存在によっても最初の2つの条件は影響を受けないので、内力と変形に関する条件についてのみ説明する。

曲げモーメント M と回転角 β との関係が、

$$M = R \cdot \beta \quad (1) \quad \text{図-1 部材要素と内力}$$

であるような半剛性節点を両端に有する部材(図-1)の内力と変形の関係は次のようになる。



$$\begin{Bmatrix} F_i^* \\ M_i^* \\ M_j^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI}{l} \cdot \frac{4k_i k_j + 3k_i}{k} & -\frac{2EI}{l} \cdot \frac{2k_i k_j}{k} \\ 0 & -\frac{2EI}{l} \cdot \frac{2k_i k_j}{k} & \frac{2EI}{l} \cdot \frac{4k_i k_j + 3k_j}{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta_i^* \\ \beta_i^* \\ \beta_j^* \end{Bmatrix} \quad (2)$$

On Minimum Weight Design of Frame Structures with Semi-Rigid Connections

by Hiroyuki SUGIMOTO, Norimitu KISHI and Kazuhiro MATASAKA

ここで、 F^* は部材の軸力、 M_i^* 、 M_j^* は、それぞれ i 、 j 節点の曲げモーメント、 δ^* は部材の伸び、 β_i^* 、 β_j^* は、それぞれ i 、 j 節点の部材回転角である。 E は弾性係数、 ℓ は部材長、 A は部材断面積、 I は断面 2 次モーメントである。 k_i 、 k_j および k は次式である。

$$k_i = \frac{\ell}{4EI} \cdot R_i, \quad k_j = \frac{\ell}{4EI} \cdot R_j \quad (3)$$

$$k = 2(1 + k_i) \cdot (1 + k_j) - 0.5 \quad (4)$$

式 (2) は、部材の両端の回転剛性に関しては一般的な式で、両端が剛な連結の場合には、 $R_i = R_j \rightarrow \infty$ ($k_i = k_j \rightarrow \infty$) とおいて、

$$\begin{bmatrix} F^* \\ M_i^* \\ M_j^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{\ell} & -\frac{2EI}{\ell} \\ 0 & -\frac{2EI}{\ell} & \frac{4EI}{\ell} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta^* \\ \beta_i^* \\ \beta_j^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

i 端が半剛性で、 j 端が剛な連結の場合は、 $R_j \rightarrow \infty$ ($k_j \rightarrow \infty$) とおいて、

$$\begin{bmatrix} F^* \\ M_i^* \\ M_j^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{\ell} \cdot \frac{k_i}{1+k_i} & -\frac{2EI}{\ell} \cdot \frac{k_i}{1+k_i} \\ 0 & -\frac{2EI}{\ell} \cdot \frac{k_i}{1+k_i} & \frac{4EI}{\ell} \cdot \frac{k_i + 0.75}{1+k_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta^* \\ \beta_i^* \\ \beta_j^* \end{bmatrix} \quad (6)$$

j 端が半剛性で、 i 端が剛な連結の場合は、 $R_i \rightarrow \infty$ ($k_i \rightarrow \infty$) とおいて、

$$\begin{bmatrix} F^* \\ M_i^* \\ M_j^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{\ell} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{\ell} \cdot \frac{0.75 + k_j}{1+k_j} & -\frac{2EI}{\ell} \cdot \frac{k_j}{1+k_j} \\ 0 & -\frac{2EI}{\ell} \cdot \frac{k_j}{1+k_j} & \frac{4EI}{\ell} \cdot \frac{k_j}{1+k_j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta^* \\ \beta_i^* \\ \beta_j^* \end{bmatrix} \quad (7)$$

となる。これらの関係式を用いてラーメン構造物の解析を行なった。

3. ラーメン構造物の最適設計

本研究のラーメン構造物の最適設計問題は、次のように定式化される。

$$\text{目的関数} : V = \sum_{i=1}^n L_i A_i \rightarrow \min \quad (8)$$

$$\text{制約条件} : \text{応力} \quad g_{ij}^s = \sigma_{ij} - \sigma_a \leq 0 \quad (i=1 \sim NM, j=1 \sim NLC) \quad (9)$$

$$\text{変位} \quad g_{kj}^d = \delta_{kj} - \delta_a \leq 0 \quad (k \in J, j=1 \sim NLC) \quad (10)$$

$$\text{上下限} \quad A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1 \sim n) \quad (11)$$

$$\text{設計変数} : \{A\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\} \quad (12)$$

ここで、 V は構造物の総容積、 n は設計変数の数、 L_i は設計変数 i にリンクされている部材の部材長の総和、 A_i は設計変数 i に対応する部材の断面積、 g_{ij}^s は応力に関する制約条件、 σ_{ij} は荷重条件 j における i 部材の応力、 σ_a は許容応力度で本論文においては SS41 を想定し 1400 kgf/cm^2 としている。 g_{kj}^d は変位に関する制約条件、 δ_{kj} は荷重条件 j における自由度 k の方向の変位、 δ_a は許容変位量である。 NM は部材数、 NLC は荷重条件数、 J は変位を制約する自由度の番号の集合である。 A_i^L 、 A_i^U は、それぞれ設計変数の上下限值である。

式(8)～(12)で定義される最適化問題を、本研究においてはG R Gを用いて解いた。

本研究においては、設計変数は部材断面積としているが、平面骨組構造物の解析においては、当然部材の断面2次モーメントが必要であり、応力の計算には断面係数が必要になる。これらは、断面寸法から計算される値であるが、部材断面積との間に次の関係を仮定して断面2次モーメント、断面係数の値を求めた。

$$I = 3A^2, \quad Z = 1.5A^{1.5} \tag{13}$$

4. 計算結果

数値計算例として、図-2に示す1層ラーメン、図-3に示す2層ラーメンの最小重量設計を行なった。図に示す垂直分布荷重 q 、および水平荷重 P は、表-1に示すようにそれぞれ3種類の値を与え、それらの組合わせ9ケースについて計算を行なった。

図に示すように、梁の両端が半剛性の節点とし、その回転剛性の値(kgf・cm/rad)は、 10^6 、 10^7 、 10^8 、 10^9 、 10^{10} 、 10^∞ の6ケースについて計算を行なった。

部材の断面は、柱部材、梁部材それぞれが等断面として計算した。設計変数の数は2ということになる。

変位の制約条件が無い場合の9ケースのそれぞれの回転剛性の値に対する最小重量設計の結果を表-2(1層ラーメン)、表-3(2層ラーメン)に示した。また、目的関数と回転剛性の関係を図-4(1層ラーメン)、図-6(2層ラーメン)に、最適設計における節点③の水平変位と回転剛性の関係を図-5(1層ラーメン)、節点④の水平変位と回転剛性の関係を図-7に示した。

表-2あるいは表-3において、 V は式(8)で計算される総容積、 A_c は柱部材の断面積、 A_b は梁部材の断面積である。

図-4、6は、上記のように各荷重ケースにおける目的関数と回転剛性の関係を示す図である。この図より、構造物の経済性に及ぼす連結部の回転剛性の影響を知ることができる。一般的には、連結部は剛に連結した方が部材の設計上有利と考えられているが、これらの図に示されているように回転剛性が $10^8 \sim 10^9$ (kgf・cm/rad)の範囲で極小値を持っている。これは、1、2層ラーメン、および各荷重ケース共通した特徴であり、構造物全体の剛性が設計に関係なく応力のみで設計する場合には、必ずしも剛に設計しない方が有利であることが分かる。さらに、水平荷重に比べて垂直荷重の影響の大きい、case4、7～9において極小値近傍の谷が深く、完全に剛ではない連結構造の有利な程度が大きいことも特徴である。

図-5、7は、最適設計におけるラーメン頂部の水平変位と回転剛性の関係を示した図である。構造全体の剛性を知るうえで参考になる図である。回転剛性の増加につれて、変位が減少しており、構造全体の剛性は上昇しているのがわかる。荷重ケースとの関係で見えていくと、水平荷重が小さいケース(破線)で減少の

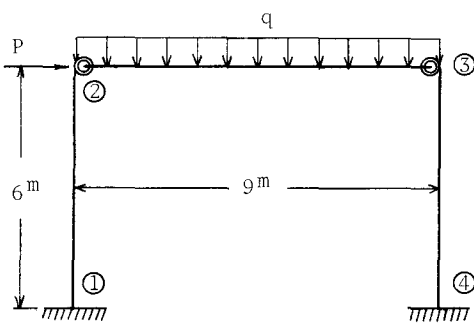


図-2 1層ラーメン

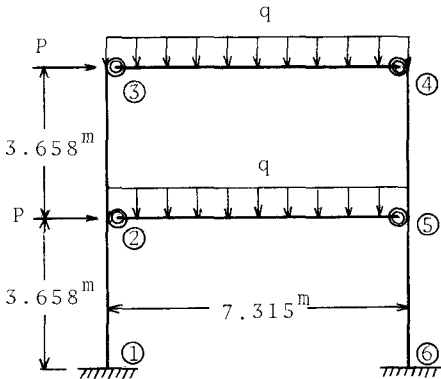


図-3 2層ラーメン

表-1 荷重ケース

$\begin{matrix} q \\ \backslash \\ P \end{matrix}$	1.0tf/m	2.5tf/m	5.0tf/m
2tf	case-1	case-4	case-7
5tf	case-2	case-5	case-8
10tf	case-3	case-6	case-9

表-2 1層ラーメンの最小重量設計の結果

R (kgf·cm/rad)	case	V (cm ³)	A _c (cm ²)	A _b (cm ²)	u ₃ (cm)	case	V (cm ³)	A _c (cm ²)	A _b (cm ²)	u ₃ (cm)	case	V (cm ³)	A _c (cm ²)	A _b (cm ²)	u ₃ (cm)
10 ⁶	1	110000	45	61	5.39	4	161000	49	114	4.70	7	228000	54	180	3.76
10 ⁷		105000	44	58	4.57		157000	47	111	4.07		224000	53	179	3.33
10 ⁸		97000	47	46	2.63		154000	53	100	1.84		222000	56	171	1.63
10 ⁹		107000	52	50	1.80		170000	83	79	0.73		256000	114	133	0.37
10 ¹⁰		109000	52	51	1.70		176000	85	82	0.64		268000	131	123	0.27
∞		109000	52	51	1.69		177000	86	82	0.63		271000	132	125	0.26
10 ⁶	2	154000	82	62	4.22	5	205000	85	114	3.90	8	272000	91	181	3.44
10 ⁷		150000	81	58	3.97		202000	84	112	3.70		269000	90	181	3.28
10 ⁸		141000	78	54	3.10		186000	82	96	2.54		256000	86	169	2.28
10 ⁹		144000	71	65	2.50		193000	93	90	1.46		270000	128	129	0.81
10 ¹⁰		145000	71	66	2.39		202000	98	94	1.23		289000	141	133	0.60
∞		144000	70	67	2.38		203000	98	95	1.20		292000	142	135	0.57
10 ⁶	3	212000	129	63	3.40	6	263000	132	115	3.25	9	329000	138	182	3.00
10 ⁷		207000	128	60	3.33		259000	131	113	3.18		327000	137	181	2.94
10 ⁸		200000	124	57	2.97		240000	129	95	2.63		311000	133	168	2.43
10 ⁹		205000	109	82	2.49		240000	121	106	1.92		293000	143	136	1.38
10 ¹⁰		205000	106	87	2.33		243000	117	114	1.71		322000	156	149	0.98
∞		205000	105	88	2.30		244000	117	115	1.67		327000	158	152	0.92

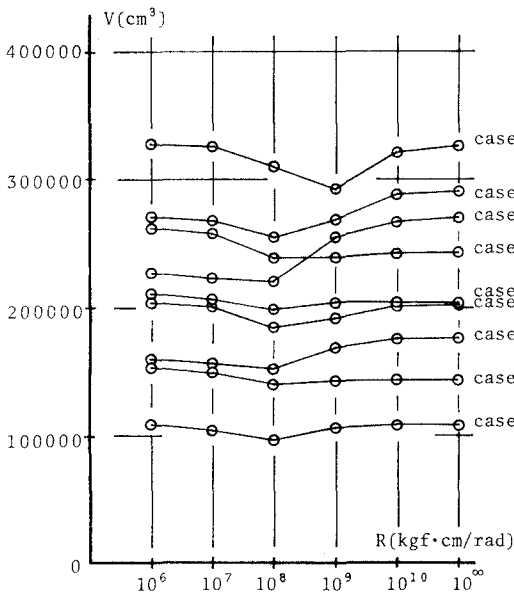


図-4 1層ラーメンのV-R関係

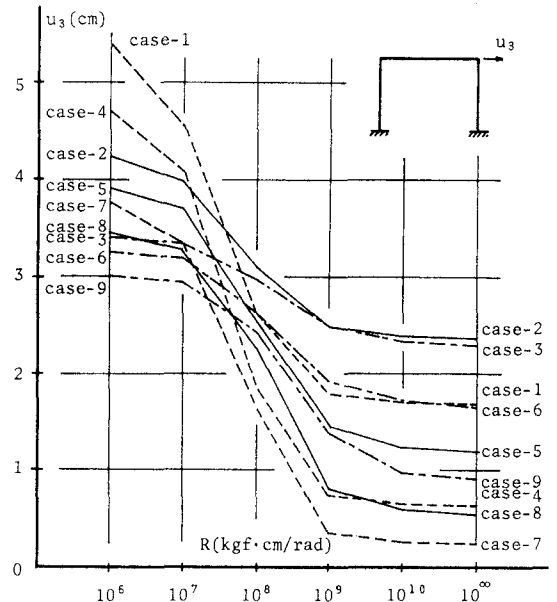


図-5 1層ラーメンのu₃-R関係

割合が大きく、逆に水平荷重が大きいケース（一点鎖線）で減少の割合が小さい。

また、いずれの場合も回転剛性が10¹⁰ (kgf·cm/rad) から変位の変化はほとんどなく、この値が半剛性の連結部が剛と見なされ境目のように考えられる。

以上の結果は、すべて変位の制約条件が無く ($\delta_a = \infty$)、応力だけの制約条件の場合であったが、図-5を参考にして1層ラーメンのcase-4について、変位の許容量をいくつか与えて最小重量設計を行なった。

表-4は、 $\delta_a = \infty$ 、2.0cm、1.0cm および0.5cm の場合の最小重量設計の結果をまとめたものである。

表-3 2層ラーメンの最小重量設計の結果

R (kgf·cm/rad)	case	V (cm ³)	A _c (cm ²)	A _b (cm ²)	u ₄ (cm)	case	V (cm ³)	A _c (cm ²)	A _b (cm ²)	u ₄ (cm)	case	V (cm ³)	A _c (cm ²)	A _b (cm ²)	u ₄ (cm)
10 ⁶	1	167000	68	47	5.77	4	233000	73	86	4.95	7	322000	83	137	3.89
10 ⁷		156000	64	42	5.35		223000	69	84	4.58		315000	80	135	3.62
10 ⁸		138000	51	43	3.64		185000	58	69	2.67		281000	68	124	2.02
10 ⁹		142000	45	52	2.51		207000	68	73	1.23		295000	100	102	0.66
10 ¹⁰		143000	45	53	2.34		215000	70	77	1.02		317000	106	111	0.47
∞		143000	45	53	2.33		216000	70	77	1.00		320000	107	112	0.44
10 ⁶	2	250000	123	47	4.43	5	315000	128	87	4.09	8	402000	137	138	3.57
10 ⁷		238000	120	43	4.41		307000	125	85	4.04		396000	135	136	3.52
10 ⁸		224000	105	48	3.87		260000	110	67	3.31		353000	118	123	2.79
10 ⁹		223000	85	68	2.71		262000	90	89	2.04		327000	110	114	1.42
10 ¹⁰		224000	80	73	2.37		266000	86	96	1.68		354000	116	126	0.96
∞		224000	79	74	2.33		267000	85	97	1.64		359000	117	128	0.90
10 ⁶	3	357000	196	49	3.53	6	421000	200	88	3.38	9	508000	208	139	3.12
10 ⁷		348000	193	45	3.52		414000	197	86	3.38		502000	206	137	3.11
10 ⁸		334000	178	50	3.48		368000	183	68	3.18		460000	190	124	2.86
10 ⁹		330000	145	81	2.78		365000	147	103	2.31		416000	158	126	1.89
10 ¹⁰		332000	130	97	2.25		370000	133	121	1.77		429000	144	149	1.34
∞		332000	128	100	2.17		372000	131	123	1.69		431000	142	153	1.25

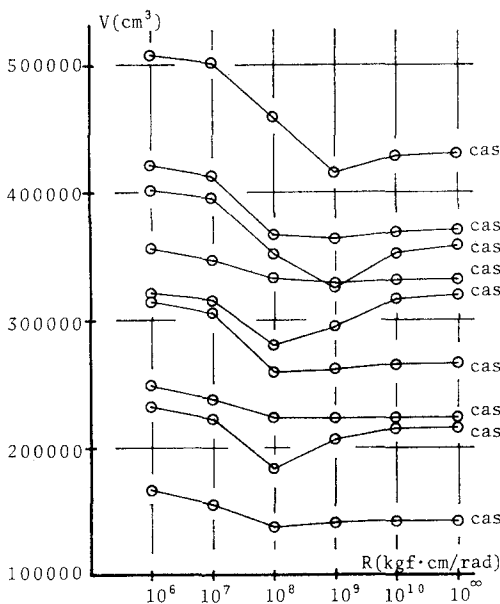


図-6 2層ラーメンのV-R関係

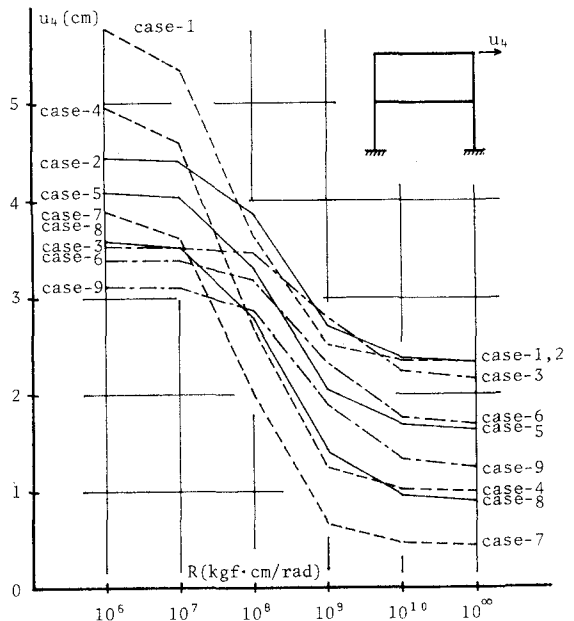


図-7 2層ラーメンのu₄-R関係

図-8は、許容水平変位量をパラメーターにとって、目的関数と回転剛性の関係を図にしたものである。たわみの制限が無い場合 ($\delta_a = \infty$) は、回転剛性の値は10⁸kgf·cm/rad 程度が最適となっているが、許容水平変位量が大きくなるにしたがって、最適な回転剛性の値は右に移動し、 $\delta_a = 0.5$ cm では、完全に剛な連結構造が最適という結果になっている。

しかし、それにしても、許容水平変位量が1.0cm までは、やはり完全に剛ではない連結構造が最適という結果になっているのは興味がある点である。

表-4 変位の制約条件を考慮した最小重量設計重量設計の結果 (case-4)

δ_a (cm)	R (kgf·cm/rad)	V (cm ³)	A_a (cm ²)	A_b (cm ²)	u_a (cm)
∞	10^6	161000	49	114	4.70
	10^7	157000	47	111	4.07
	10^8	154000	53	100	1.84
	10^9	170000	83	79	0.73
	10^{10}	176000	85	82	0.64
	∞	177000	86	82	0.63
2.0	10^6	192000	75	114	2.00
	10^7	186000	71	111	2.00
	10^8	154000	53	100	1.84
	10^9	170000	83	79	0.73
	10^{10}	176000	85	82	0.64
	∞	177000	86	82	0.63
1.0	10^6	230000	106	114	1.00
	10^7	224000	104	111	1.00
	10^8	186000	83	95	1.00
	10^9	170000	83	79	0.73
	10^{10}	176000	85	82	0.64
	∞	177000	86	82	0.63
0.5	10^6	283000	151	114	0.50
	10^7	278000	149	111	0.50
	10^8	242000	133	93	0.50
	10^9	203000	108	81	0.50
	10^{10}	196000	101	84	0.50
	∞	196000	100	84	0.50

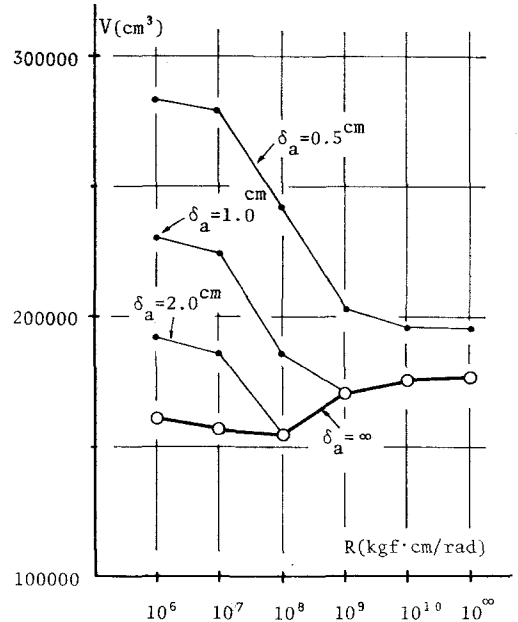


図-8 変位の許容量と $V-R$ 関係 (case-4)

5. 結論

柱と梁の連結部の剛性を線形とし、その線形性が連結している梁部材の抵抗曲げモーメントまで保証されるという仮定の下で構造解析を行ない、単純化した設計モデルに対して最適設計をし、特に連結部の回転剛性の構造物の経済性に与える影響について検討した。まだ、基礎的な資料を蓄積する段階ではあるが、本研究より得られた事項を箇条書きにすると、以下のようになる。

- 1) 応力のみの変位制約条件の場合、必ずしも完全に剛ではない連結構造の方が、構造全体の鋼重は減少する。荷重の組合わせによっては、完全に剛な連結構造に比べて、最適な回転剛性を与えると2割程度も鋼重が減少する場合もあり、連結部の設計法さえ確立すれば、より経済的な設計ができる可能性を示唆するものと考えられる。
- 2) 変位の制約条件がある場合でも、許容変位量の値が厳しくない範囲では、必ずしも完全に剛でない連結構造の方が鋼重が減少する可能性が指摘された。
- 3) 鋼重と回転剛性、あるいは変位と回転剛性の関係より、設計上連結部が完全に剛と見なせる回転剛性の値は 10^{10} kgf·cm/rad であると考えられる。

今後、連結部の剛性の非線形性、および終局強度等も考慮して更に検討を加えていきたいと考えている。

参考文献

- 1) Jones, S.W., Kirby, P.A. and Nethercot, D.A.: Columns with Semi-Rigid Joints, J. St. Div. ASCE, 108, No ST2, 1982.
- 2) Frye, M.J. and Morris, G.A.: Analysis of Flexibly Connected Steel Frames, Canadian J. of Civil Engineering, Vol. 2, 1975.
- 3) Popov, E.P.: Panel Zone Flexibility in Seismic Moment Connections, Connection Flexibility and Steel Frames, edited by W.F. Chen, ASCE Publication, 1987.
- 4) R.K. リブスレイ著、山田嘉昭、川井忠彦訳：マトリックス構造解析入門、培風館、1971.