

I - 6 鋼床版曲線桁橋のそりねじり解析と実験

北海道大学工学部	正 員	渡辺 昇
北海道開発局	正 員	新山 惇
北海道開発局	正 員	本多 満
北海道大学工学部	学生員	平沢 秀之

1. まえがき

曲線桁においては従来ねじり剛性が大きい箱型断面が多用されており、開き断面はあまり用いられていない。しかし箱型断面は使用鋼重が大きくなり不経済となることもあるという欠点を有している。

以上の観点からUリブを用いた鋼床版 π 断面の曲線桁の供試体を製作し、そりねじりを考慮した解析と実験を行ったので、本論文においてその概要を報告する。

2. そりねじりを考慮した曲線桁の断面力およびたわみ

図1のような座標軸 x, y, z における、曲線桁の微小要素 $d\rho$ を考える。ここで z_0 はせん断中心と重心との距離、 Q はせん断力、 T はねじりモーメント、 M は曲げモーメント、 N は軸力である。 Q および T はせん断中心軸に、 M および N は重心に作用する。これらの作用力から式(1)の関係をもつ。

$$\left. \begin{aligned} Q_y' + \frac{N}{R} + p_y &= 0 \\ Q_y' + p_z &= 0 \\ N' - \frac{Q_y}{R} &= 0 \\ M_y' + \frac{1}{R} (T + Q_y \cdot z_0) - Q_z &= 0 \\ M_z' + Q_y &= 0 \\ T' - \frac{1}{R} (M_y + N \cdot z_0) + t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

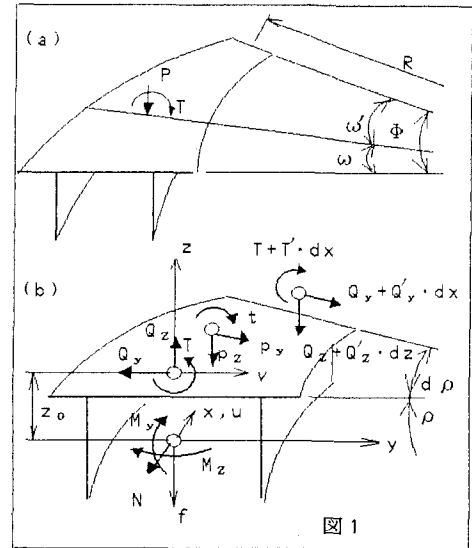


図 1

ここで $p_y = 0$ ならば、 $Q_y = M_z = N = 0$ である。 x 方向の軸応力を σ 、ひずみを ε とすれば、

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (2)$$

となる。 ε_1 は直線桁としてのひずみ、 ε_2 は曲線桁としてのひずみである。今、

$$\phi = \theta + \frac{f}{R} \quad (3)$$

とおき、 w をそり関数とすれば、

$$\varepsilon_1 = -v'' \cdot y + f'' \cdot z - \phi'' \cdot w$$

$$\varepsilon_2 = u' - \frac{v + (z - z_0) \cdot \theta}{R - y} = u' - \frac{v + (z - z_0) \cdot \theta}{R^2} (R + y) \quad (4)$$

である。

Analytical and Experimental Study on Curved Steel Deck Bridge

by Noboru WATANABE, Makoto NIIYAMA, Mituru HONDA, Hideyuki HIRASAWA

次に、

$$\begin{aligned} M_y &= - \int_A \sigma z dA, & M_z &= \int_A \sigma y dA, \\ W &= \int_A \sigma w dA, & N &= \int_A \sigma dA \end{aligned} \quad \text{-----} \quad (5)$$

であるから、

$$\begin{aligned} M_y &= -E I_y \left(f'' - \frac{\theta}{R} \right), & M_z &= -E I_z \left(v'' + \frac{v}{R^2} - \frac{z_0 - R_y}{R^2} \cdot \theta \right), \\ W &= -E C_M \left(\phi'' + \frac{R_y}{R^2} \cdot \theta \right) = -E C_M \phi'', & N &= E A \left(u' - \frac{v - z_0 \theta}{R} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

である。これらより、

$$W = -E C_M \phi'' \quad (\text{そりモーメント}) \quad \text{-----} \quad (7)$$

$$T_2 = W' = -E C_M \phi''' \quad (\text{そりねじりモーメント、2次ねじりモーメント}) \quad \text{-----} \quad (8)$$

$$T_1 = G J_T \phi' \quad (\text{純ねじりモーメント、1次ねじりモーメント}) \quad \text{-----} \quad (9)$$

$$T = T_1 + T_2 = G J_T \phi' - E C_M \phi''' \quad (\text{全ねじりモーメント}) \quad \text{-----} \quad (10)$$

式(1)の6個のつり合い式から、 Q_y 、 Q_z を消去して、 M_y 、 M_z 、 N 、 T の式を導き、これと、式(6)の M_y 、 M_z 、 N の式と、式(10)の T の式とから、 u 、 v 、 f 、 θ について、それぞれ微分方程式をうることができる。これらの微分方程式を解くことにより、集中荷重 P 、集中トルク T による任意断面の M 、 T 、 W 、 T_1 、 f 、 ϕ を求めると以下のような式となる。

$$M = (PR - T) \frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \sin \rho \quad (0 \leq \rho \leq \omega) \quad (11)$$

$$T = -(PR - T) \frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \cos \rho + PR \frac{\omega'}{\Phi} \quad (0 \leq \rho \leq \omega)$$

$$W = R \left\{ \frac{T + (PR - T) \eta}{\lambda} \cdot \frac{\sinh \lambda \omega'}{\sinh \lambda \Phi} \sinh \lambda \rho + (T - PR) \eta \frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \sin \rho \right\} \quad (0 \leq \rho \leq \omega)$$

$$T_1 = -(PR - T)(1 - \eta) \frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \cos \rho + PR \frac{\omega'}{\Phi} - \{PR \eta + T(1 - \eta)\} \frac{\sinh \lambda \omega'}{\sinh \lambda \Phi} \cosh \lambda \rho \quad (0 \leq \rho \leq \omega)$$

$$\begin{aligned} f = \frac{R^2}{EI} \left[(PR - T) \frac{1 + k(1 - \eta)}{2} \left\{ \frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \rho \cos \rho - (\omega \cos \omega' + \sin \omega' - \Phi \frac{\sin \omega}{\sin \Phi}) \frac{\sin \rho}{\sin \Phi} \right\} \right. \\ \left. - kPR \left(\frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \sin \rho - \frac{\omega'}{\Phi} \rho \right) + k \{PR \eta^2 + T(1 - \eta) \eta\} \left(\frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \sin \rho - \frac{\sinh \lambda \omega'}{\lambda \sinh \lambda \Phi} \cdot \frac{\sinh \lambda \rho}{\sinh \lambda \Phi} \right) \right] \end{aligned} \quad (0 \leq \rho \leq \omega)$$

$$\phi = \frac{R}{G J_T} \left[(T - PR)(1 - \eta) \frac{\sin \omega'}{\sin \Phi} \sin \rho + PR \frac{\omega'}{\Phi} \rho - \{PR \eta + T(1 - \eta)\} \frac{\sinh \lambda \omega'}{\lambda \sinh \lambda \Phi} \cdot \frac{\sinh \lambda \rho}{\sinh \lambda \Phi} \right] \quad (0 \leq \rho \leq \omega)$$

----- (11)

(ω : 載荷点 ρ : 着目点 $\omega' = \Phi - \omega$ 、 $\rho' = \Phi - \rho$ なお、($\omega \leq \rho \leq \Phi$)の範囲では ω を ω' に、 ρ を ρ' に代え、 T 、 T_1 については、さらに符号を変えればよい。)

3. 曲げおよびねじりによる応力

曲げ荷重が作用する桁には曲げモーメント M による垂直応力 σ_m とせん断力 Q によるせん断応力 τ が生じており、ねじり荷重が作用している桁にはそりモーメント W による垂直応力 σ_w と純ねじりモーメント T_1 によるせん断応力 τ_1 、そりねじりモーメント T_2 によるせん断応力 τ_2 が同時に生じている。また、 T_1 はSt.Venantの部分 T_{1s} とBredtの部分 T_{1B} に分離でき、開断面においては、 T_{1s} により生じるSt.Venantのせん断応力 τ_{1s} 、閉じ断面においては、 T_{1B} により生じるBredtのせん断応力 τ_{1B} が生じている。したがって曲げ荷重とねじり荷重が同時に作用する桁の断面には、これらを総和した垂直応力 σ 、せん断応力 τ が生じていることになる。

$$\sigma = \sigma_M + \sigma_W \quad \text{-----} \quad (12)$$

$$\tau = \tau_Q + \tau_2 + \tau_{1S} + \tau_{1B} \quad \text{-----} \quad (13)$$

ここで、曲げ理論及びそりねじり理論によれば、式(12)、(13)の垂直応力、せん断応力は次式により求められる。

$$\sigma_M = \frac{M}{I} Z \quad (I: \text{断面2次モーメント、} Z: \text{中立軸から着目点までの距離}) \quad \text{-----} \quad (14)$$

$$\tau_Q = \frac{Q}{I t} \int_A Z dA \quad (t: \text{板厚}) \quad \text{-----} \quad (15)$$

$$\sigma_W = \frac{W}{C_M} W \quad (C_M: \text{そりねじり定数、} w: \text{そり座標 } w = \int r_1 ds) \quad \text{-----} \quad (16)$$

$$\tau_{1S} = \frac{T_{1S}}{1/3 \Sigma \oint t^3} t \quad (T_{1S} = T_1 \frac{1/3 \Sigma \oint t^2}{C}) \quad \text{-----} \quad (17)$$

$$\tau_{1B} = \frac{T_{1B}}{2 t F} \quad (T_{1B} = T_1 \frac{4 F^2 / \oint \frac{ds}{t}}{C}, C = \frac{1}{3} \Sigma \oint t^3 + \frac{4 F^2}{\oint \frac{ds}{t}}) \quad \text{-----} \quad (18)$$

$$\tau_2 = \frac{T_2}{C_M t} \int_A w dA \quad (F: \text{箱断面部の板厚中央線で囲まれた部分の面積}) \quad \text{-----} \quad (19)$$

4. 実験供試体

実験供試体は図2に示すように、Uリブを2つ用いた鋼床版 π 断面桁とし、支間の1/4、2/4、3/4の断面には門型の横桁を配置した。中心線の支間は6m、半径は10mである。なお、本供試体の断面性能は以下の通りである。

$$EI = 0.116264 \times 10^{13} \quad (\text{kgcm}^2)$$

$$EC_M = 0.479812 \times 10^{16} \quad (\text{kgcm}^4)$$

$$GJ_T = 0.206303 \times 10^{11} \quad (\text{kgcm}^2)$$

5. 実験方法

支間中央及び3/8の断面において、外桁上、せん断中心軸上、内桁上のそれぞれの点に油圧ジャッキにより鉛直荷重を載荷させた。支承は曲げに対しては単純支持、ねじりに対しては固定となるようにし、特に、ねじりによって支承の浮きが生じないように留意して設置した。測定断面は、支間の3/8、4/8、5/8の各断面とし、ダイヤルゲージでたわみ及びねじり角を、ひずみゲージで垂直応力、せん断応力を測定した。ダイヤルゲージは、図3の①から⑭の位置に設置した。ねじり角はこれらのうちア、イ、ウ、エの各点のデータを用いて計算により求めた。

6. 実験結果と解析

6. 1 応力

本供試体の断面について、式(14)から式(19)を用いて軸応力及びせん断応力を求め、さらに式(12)、(13)より σ 、 τ を求めると、図4、図6のようになる。ここで、 M 、 Q 、 W 、 T_1 、 T_2 の値は、4/8の断面(支間中央)のせん断中心に30tの鉛直荷重を載荷させたときの値を用いた。着目

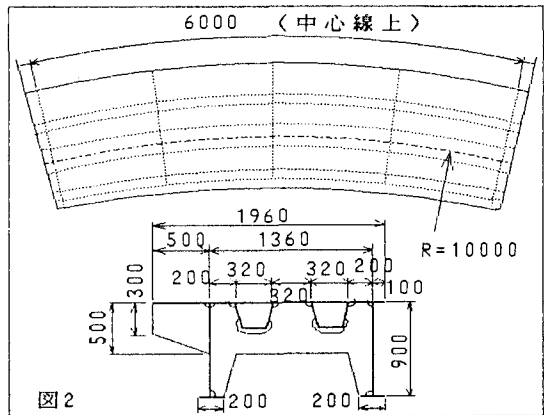


図2

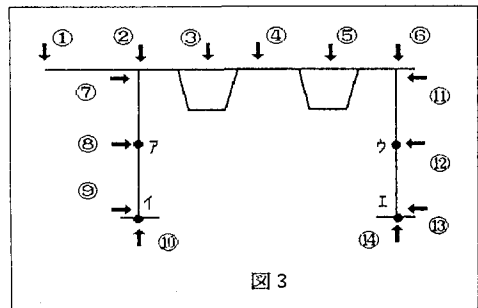
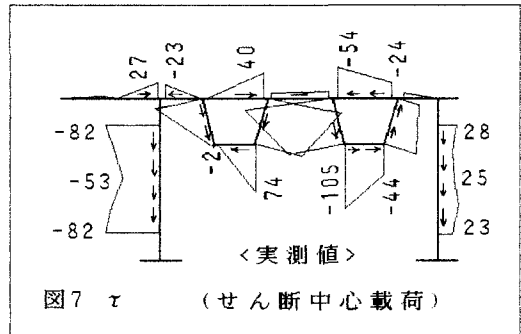
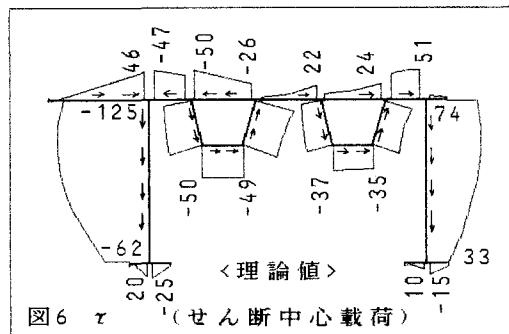
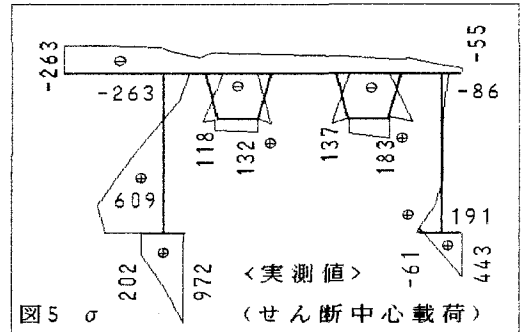
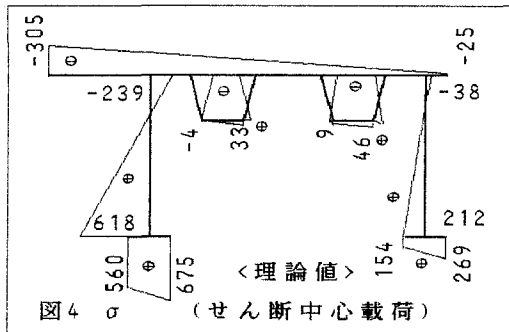


図3



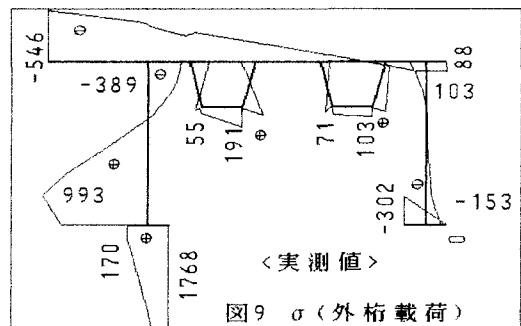
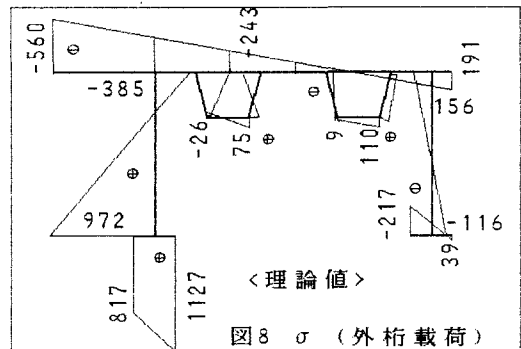
点は5/8の断面とした。(以下、着目点は図15まで同じ)この載荷状態で実験を行った結果が、図5、図7である。理論値と実測値を比較すると一部局部応力が発生しているものの全体の傾向はよく一致しており、ウェブの中立軸の位置もよく一致している。

次に、載荷点位置を4/8の断面の外桁上とし、鉛直荷重30tを載荷させた場合の理論値と実測値を図8から図11に示す。この場合、断面力を計算するための外力としては、集中荷重が、 $P=30t$ 、集中トルクが、 $T=P \times e$ 、(eはせん断中心と外桁との距離)を用いる。理論値と実測値を比較すると、全体の傾向としてはよく一致しているといえる。

次に、載荷点位置を4/8の断面の内桁上に変え、同様に30t載荷としたときの応力図を図12から図15に示す。外力のTは $T=P \times e$ においてeをせん断中心と内桁との距離とする。数値的には、理論値と実測値の違いが見られるところもあるが、全体的な傾向はよく合っている。

6. 2 たわみ及びねじり角

たわみは式(11)のfより、ねじり角は、式(11)のφの式と、式(3)よりθを計算することにより求められる。載荷点を4/8の断面のせん断中心、荷重を30t、着目点を5/8の断面としたときのf、θを求めると



$$f = 0.142(\text{cm}) \quad \theta = 0.001007(\text{rad})$$

となる。これに対し、ダイヤルゲージによる測定からたわみ、ねじりの中心及びねじり角を求めると、図16ようになる。なお、実測結果はたわみとねじりが同時に起こった値であるので、ねじりの中心及びねじり角は、たわみの値を除いた数値から計算により求めたものである。

次に、荷重点を4/8の断面の外桁上、荷重を30t、着目点を5/8の断面としたときの f 、 θ を求めると

$$f = 0.211(\text{cm}) \quad \theta = 0.002520(\text{rad})$$

となる。これに対し、実測結果を図17に示す。図16、図17は、たわみ及びねじり角に関しては、理論値よりやや大きめの値となっているが、ねじりの中心はせん断中心にかなり近いといえる。

6.3 相反法則

相反法則が成立していることを確認するために、荷重点を4/8の断面、着目点を3/8の断面の場合と、荷重点を3/8の断面、着目点を4/8の断面の場合について実験を行った。図18は4/8に荷重させた時の、図19は3/8に荷重させた時の実測結果である。荷重は外桁上30t荷重とした。これらより相反法則が成立しているといえる。

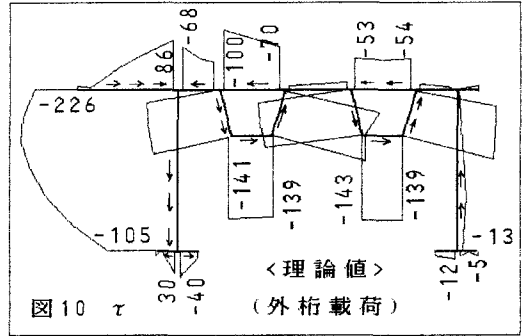


図10 τ

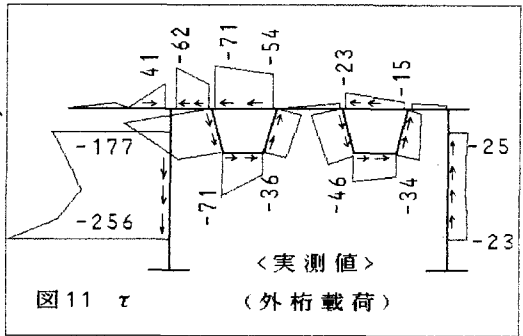


図11 τ

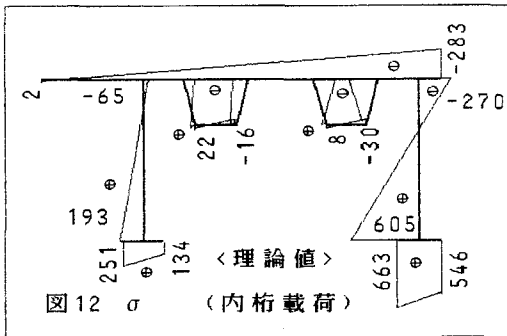


図12 σ

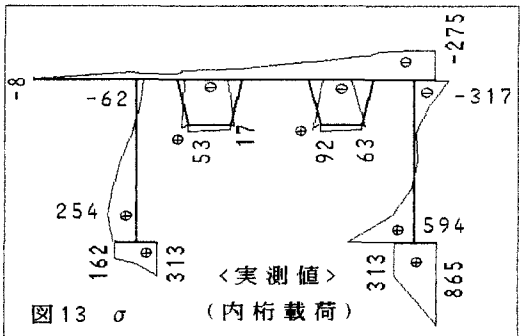


図13 σ

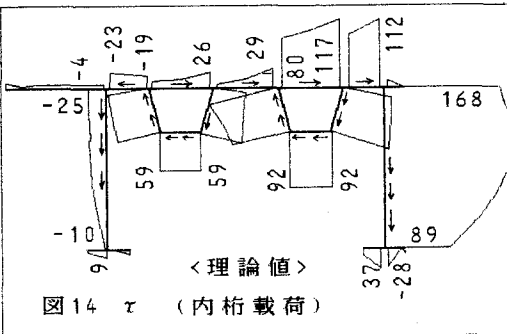


図14 τ

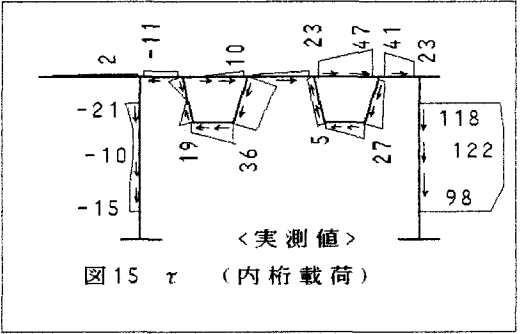
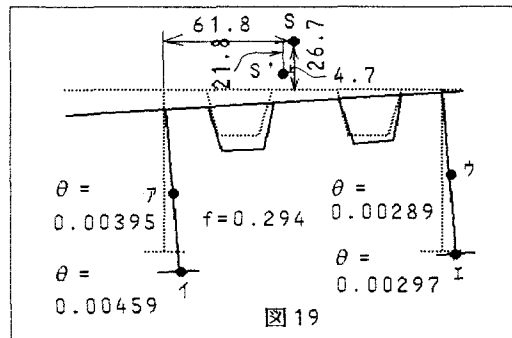
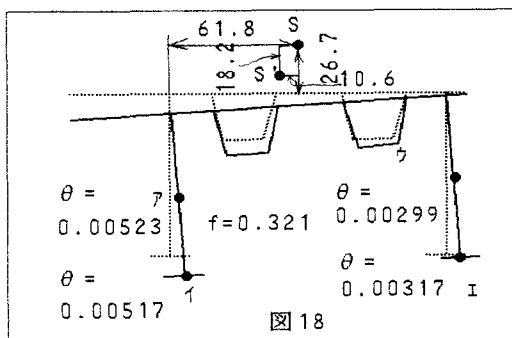
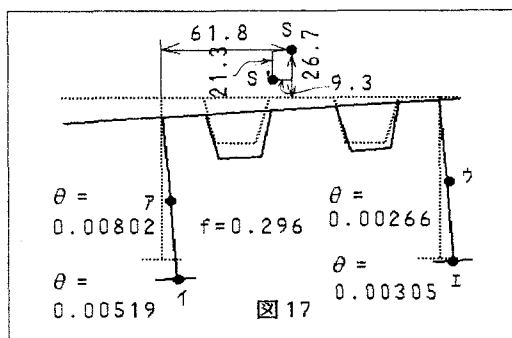
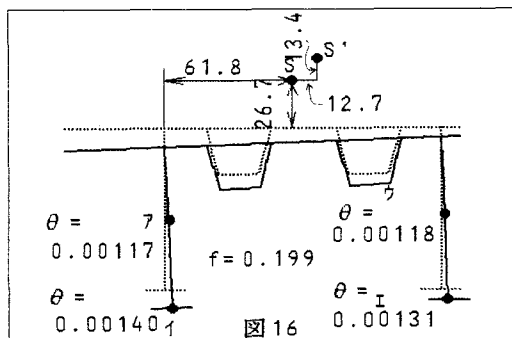


図15 τ



7. あとがき

本実験では、応力とたわみおよびねじり角を測定したが、全体的にかなり理論値に近い結果が得られた。本供試体は主桁2本、横桁3本の格子構造と見なすことも可能であるが、実験結果から分かるように断面が一体としてねじれており、断面の形状保持が満たされているので式(11)のいわゆる棒理論で計算することが可能である。実橋においては、幅員に応じてUリブの個数が増えるため、そり座標や、せん断中心を計算することが、非常に困難となるが、文献3)にあるパソコンのソフトも開発されているので、複雑な開断面の計算も容易である。

終わりに、本実験の実施にあたり、北海道大学工学部橋梁学講座助教佐藤浩一氏、同助手小幡卓司氏、同技官及川昭夫氏、ならびに研究室の諸氏に大変お世話になり、また実験供試体の製作にあたり、(株)旭鉄工所の御協力を得、感謝の意を表します。

<参考文献>

- 1) 渡辺 昇：曲線桁の理論と計算、技報堂、1967
- 2) R.Dabrowski：Gekrummte dünnwandige Träger, Springer-Verlag, 1968
- 3) 林 義税、渡辺 昇：薄肉断面桁橋のパソコンによるそりねじり解析、土木学会北海道支部 論文報告集 昭和63年度
- 4) 高岡宣善：構造部材のねじり解析、共立出版、1974
- 5) 渡辺 昇：開き断面連続桁と閉じ断面連続桁の曲げおよび拘束捩れによる応力の計算、工学研究 Vol.12, No.2, 3, 5, 6, 昭和38年2, 3, 5, 6月
- 6) Bornscheuer：Systematische Darstellung des Biege-und Verdrehvorganges unter besonderer Berücksichtigung der Wolbkrafttortion, Stahlbau, 1952