

I - 5 衝撃荷重を受ける四辺単純支持板の支点反力の応答性状

| | |
|-------------|----------|
| 専修大学北海道短期大学 | 正員 三上 敬司 |
| 室蘭工業大学 | 正員 松岡 健一 |
| 室蘭工業大学 | 正員 岸 徳光 |
| 日本大学生産工学部 | 正員 能町 純雄 |

1. まえがき

衝撃荷重を受ける平板の衝撃応答に関しては、多くの研究者によって理論解析および実験が行われている。衝撃応答解析で扱う板理論には、古典理論であるLagrangeの曲げ理論およびこの理論を板の回転慣性とせん断変形について修正したMindlin-Plate理論¹⁾などがある。古典理論における衝撃応答解析に関して、岩崎らは²⁾、弾性床上の無限平板に球底の剛体を落下させた場合の板の局部変形を考慮した理論解析を行っている。衝撃実験の研究に関して、坪田ら³⁾が、4点支持されたRC床版上のロードセルを設置して重錘を落下させた場合の衝撃荷重を測定している。一方、理論解析に関しては⁴⁾、この実験結果のひずみ速度効果を考慮してデュアル積分による非線形lumped-mass-systemによって解析している。電力中央研究所⁵⁾ではPC床板へ高速の飛来物が衝突した場合の衝突衝撃実験を行って、耐衝撃コンクリート構造物の設計について検討している。この場合の衝撃力評価についても、高速衝撃であるために4点支持台にロードセルを設置して測定している。Mindlin-Plate理論における衝撃応答解析に関して、芳村らが⁶⁾、ロックシェッドに作用する落石の衝撃力を評価するために、ロックシェッドを古典板理論と修正板理論とを用いてモード解析を行って比較検討している。一方、岸らは^{7), 8)}、リング要素を用いた厚肉円盤の衝撃応答解析を行い、有限帶板法を用いた手法さらに厚肉矩形板の衝撃応答解析を行っている。これらの理論解析と電力中央研究所で行われた実験値と比較検討してリング要素法の妥当性を示している。

ロードセルで衝撃力を評価している衝撃実験については、文献3)、4)などがある。支点反力における理論解析については、岸ら⁹⁾が衝撃荷重を受ける複鉄筋単純支持RC梁の支点反力について検討している。また、著者ら¹⁰⁾も衝撃荷重を受ける有限円盤の反力について検討している程度であり多くの研究が行われていないようである。そこで、本論文では、周辺単純支持された矩形板に衝撃荷重を作用させた場合の古典板理論と修正板理論に関して解析を行い、支点反力に、板厚、荷重時間、載荷幅の変化がどのような影響を及ぼすかについて両理論の比較検討を行ってみる。

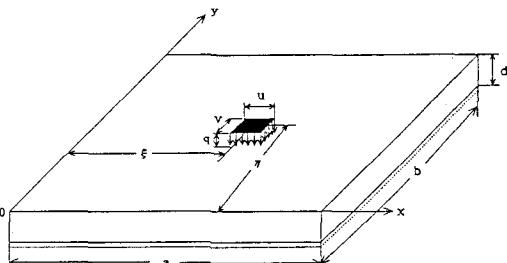


図-1 衝撃荷重を受ける矩形板

図-1に示したように、密度 ρ 、ポアソン比 ν 、 x 方向長さ a 、 y 方向長さ b 、板厚 d の矩形板にその中央点(ξ, η)に x 方向の荷重幅 u と y 方向の荷重幅 v の等分布荷重 q (x, y, t)が古典理論と回転慣性、せん断変形を考慮した修正理論を用いた板に作用した場合の支点反力についてモーダル・アナリシスによって動的解析を行って求める。

1) 古典板理論

鉛直方向のたわみを w とした場合、古典板理論における運動方程式は、

境界条件は4辺単純支持であるから、以下の条件となる。

現状条件は4辺單純支持であるから、以下の条件となる。

$$\left. \begin{array}{l} x=0, a \in M_x(0, y, t) = w(a, y, t) = 0 \\ y=0, b \in M_y(0, y, t) = w(b, y, t) = 0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

初期条件は、

$$t=0 \text{处}, w(x, y, 0) = \partial w(x, y, 0) / \partial t \quad (3)$$

I) 矩形板の自由振動

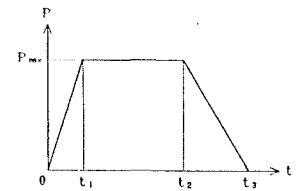


図-2 時間方向の荷重分布

(2) 式の境界条件を満足するように有限フーリエ・ sine 変換で、たわみ w を表すと次式となる。

$$w(x, y, t) = A_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (4)$$

(4) 式を (1) 式に代入して、 $q(x, y, t) = 0$ とおくと固有振動数が求めることができ、さらに固有振動数にスパン長 a を掛けて $c_p = \sqrt{E/\rho(1-\nu^2)}$ で割って無次元化すると、 ω_{jmn} は、次式となる。

$$\omega_{mn} = \frac{a\omega}{c_p} = \frac{(d/a)}{2\sqrt{3}} \left\{ (m\pi)^2 + (n\pi)^2 \left[\frac{a}{b} \right]^2 \right\} \dots \dots \dots \dots \dots \quad (5)$$

II) 矩形板の強制振動

(1) 式の解は、基準座標 $q_{jmn}(t)$ を用いて表すと、(ただし、古典理論 $k=1$ である。)

$$w(x, y, t) = \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (6)$$

ここで、 $q_{jmn}(t)$ は初期条件を満足し、また、減衰に関しては減衰定数 h とする1自由度系の減衰振動すると仮定すると、次のように表される¹¹⁾。ただし、 N_{jmn} は、正規化するための定数である。

$$q_{jm\eta} (t) = \frac{1}{N_{jm\eta}} \left[\frac{a^2}{\rho d c_p^2 \omega_{jm\eta}} \int_0^t Q_{jm\eta} e^{-h\omega_{jm\eta}(t-\tau)} \sin(\sqrt{1-h^2} \omega_{jm\eta} (t-\tau) d\tau) \right] (7)$$

$P(t)$ は図-2で示したように時間方向の荷重とすると、一般化外力 Q_{mn} は次式で表される。

$$Q_{mn} = \frac{16P(t)}{\pi^2 m n u v} \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{n\pi v}{2b} \quad \dots \dots \quad (8)$$

(6)～(8)式より、 x , y 方向の単位長さ当たりの反力 V_x , V_y , ねじりモーメント M_{xy} とすると全支点反力 V は、

$$= \frac{-(d/a)^2}{3(u/a)(v/a)(a/b)} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{m}{n} - \left\{ m^2 + (2-v) \frac{n^2 a^2}{b^2} \right\} + \frac{na^2}{mb^2} \left\{ (2-v)m^2 + \frac{n^2 a^2}{b^2} \right\} - 2(1-v) \frac{mna^2}{b^2} \right] \times I_m \cdot P_{mn} \quad \text{となる。} \quad (9')$$

$$\text{ここで、 } I_t = \frac{1}{\omega_{jmn} N_{jmn}} \int_0^t P(\tau) e^{-h\omega_{jmn}(t-\tau)} \sin\sqrt{1-h^2}(t-\tau) d\tau \quad \dots \dots \quad (10)$$

$$P_{mn} = \frac{16}{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{n\pi v}{2b} \text{ とおく } \dots \dots \dots (11)$$

2) 修正板理論

せん断弾性係数 G 、平均せん断係数 κ 、 x 方向の回転角 ψ_x 、 y 方向の回転角 ψ_y とすると、Mindlin の修正板理論の運動方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{2} \left[(1-\nu) \nabla^2 \psi_x + (1+\nu) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] - \kappa^2 G d \left[\psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right] &= \frac{\rho d^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} \\ \frac{D}{2} \left[(1-\nu) \nabla^2 \psi_y + (1+\nu) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] - \kappa^2 G d \left[\psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right] &= \frac{\rho d^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} \\ \kappa^2 G d (\nabla^2 w + \psi) + q(x, y, t) &= \rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となる。ところで、 $\psi = \partial \psi_x / \partial x + \partial \psi_y / \partial y$ である。

境界条件は、次のように仮定すると、

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ で } M_x(0, y, t) = w(0, y, t) = \psi_y(0, y, t) = 0 \\ x=a \text{ で } M_x(a, y, t) = w(a, y, t) = \psi_y(a, y, t) = 0 \\ y=0 \text{ で } M_y(x, 0, t) = w(x, 0, t) = \psi_x(x, 0, t) = 0 \\ y=b \text{ で } M_y(x, b, t) = w(x, b, t) = \psi_x(x, b, t) = 0 \end{array} \right\} \quad \cdots \quad (13)$$

初期条件は、 $t=0$ で次のように仮定する。

$$\left. \begin{array}{l} w(x, y, 0) = \partial w(x, y, 0) / \partial t = 0 \\ \psi_x(x, y, 0) = \partial \psi_x(x, y, 0) / \partial t = 0 \\ \psi_y(x, y, 0) = \partial \psi_y(x, y, 0) / \partial t = 0 \end{array} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (14)$$

I) 矩形板の自由振動

古典理論の場合と同様に周辺単純支持の条件を満足するような解を次式のように仮定する。

$$\left. \begin{array}{l} w(x, y, t) = A_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \\ \psi_x(x, y, t) = B_{jmn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \\ \psi_y(x, y, t) = C_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \end{array} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (15)$$

(14) 式を (12) 式へ代入して荷重項 $q(x, y, t) = 0$ とし、マトリックス表示すると、次に示すような固有振動方程式となる。

$$[K] \{A_{jmn} \ B_{jmn} \ C_{jmn}\}^T = \{0 \ 0 \ 0\}^T \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (16)$$

ただし、 $[K]$ は、 3×3 のマトリックスであり、それぞれの m, n に対して 3 つの固有振動数 ($k=3$) を求めることになる。ここでも古典理論と同様に無次元固有振動数 $\omega_{jmn} = a \omega / c_p$ と表すことにする。

II) 矩形板の強制振動

古典理論と同様な基準座標 $q_{jmn}(t)$ を用いると、たわみ、それぞれの軸方向の回転角は次式となる。

$$\left. \begin{array}{l} w(x, y, t) = \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \psi_x(x, y, t) = \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B'_{jmn} q_{jmn}(t) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \psi_y(x, y, t) = \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C'_{jmn} q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{array} \right\} \quad \cdots \cdots \quad (17)$$

ここで、 $B'_{jmn} = B_{jmn} / A_{jmn}$ 、 $C'_{jmn} = C_{jmn} / A_{jmn}$ とおく。

(7) 式～(11) 式と (17) 式を用いて、せん断速度 $c_s = \sqrt{G/\rho}$ とすると全支点反力は、

$$\begin{aligned} V = & \frac{-4(a/b)}{\pi^2(u/a)(v/a)(a/b)(d/a)} \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(a/b)}{n\pi} \left[\kappa^2 \left(\frac{d}{a} \right) \left(\frac{c_s}{c_p} \right)^2 \{m\pi + B'_{jmn}(a/d)\} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{(1-\nu)(d/a)^2 n\pi}{24} \{(m\pi)C'_{jmn} + (n\pi)(a/b)B'_{jmn}\} \right] + \frac{1}{m\pi} \left[\kappa^2 \left(\frac{d}{a} \right) \left(\frac{c_s}{c_p} \right)^2 \{n\pi(a/b) \right. \\ & \left. + B'_{jmn}(a/d)\} + \frac{(1-\nu)(d/a)^2 m\pi}{24} \{(m\pi)C'_{jmn} + (n\pi)(a/b)B'_{jmn}\} \right] \\ & \left. - \frac{(1-\nu)(d/a)^2}{12} \{(m\pi)C'_{jmn} + (n\pi)(a/b)B'_{jmn}\} \right\} \cdot I_t \cdot P_{mn} \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (18) \end{aligned}$$

3. 数値計算例

数値計算例の諸元は、コンクリート床板とすると弾性係数 $E = 3 \times 10^6 \text{ tf/m}^3$ 、ポアソン比 $\nu = 1/6$ 、密度 $\rho = 2.5 \text{ tf/m}^3$ 、 $a=b$ の正方形板について計算を行った。平均せん断係数 κ は、修正板理論の位相速度が非常に短い波に対して表面波のレーレー波に一致するので、従って、 $\kappa = 0.922 (\kappa^2 = 0.85)$ となる。時間についてはすべて x 方向のスパン長と平面波速度との比 c_p/a で割って無次元化して $t_p = c_p t / a$ と表す。図-2 に示したように時間方向の荷重分布は台形荷重と仮定し、載荷時間は、それぞれ t_1 、 t_2 、 t_3 と表し、これらの割合は、 $t_1:t_2:t_3=1:2:10$ とする。また、荷重の大きさは載荷時間 t_1 で最大荷重 P_{max} に達し、反力を入力荷重で割って無次元化している。ただし、入力荷重は、載荷時間に関係なく一定としている。さらに荷重位置は、矩形板中央に正方形分布荷重を載荷する。長さについてはすべて x 方向のスパン長 a で割って無次元化する。

1) 反力の収斂状況

表-1 は、減衰定数 $h=0.1$ 、板厚比 $d/a=0.1$ 、荷重分布幅比 $u/a=v/a=0$

.1、載荷荷重時間 $t_1=0.1103$ 、 $t_2=0.$

2206、 $t_3=1.103$ とした場合のフーリエ級数項 m 、 n に対する正、

負の反力の最大値の収斂状況を示している。古典板理論、修正板理論のいずれも $m=n=80$ 項ぐらいでほぼ収斂しているようである。

2) 固有振動数

表-2 は、板厚比 $d/a=0.$

1、0.2、0.3 のときの古典

板理論における無次元固有

振動数を ω_c 、修正板理論

における無次元固有振動数

を ω_m とおく、フーリエ級

数項 ($m=1 \sim 5$ 、 $n=1 \sim 5$) に

対する両者の値を示している。

両者を比較するために

比として示すと、級数項が

大きくなるにつれて両者の差

が広がり、さらに、板厚に

比例しても差が広がってい

るようである。

3) 時刻歴応答

表-1 反力の収斂状況

| 古 典 板 理 論 | | | | | | | | | | |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| (m,n) | $(10,10)$ | $(20,20)$ | $(30,30)$ | $(40,40)$ | $(50,50)$ | $(60,60)$ | $(70,70)$ | $(80,80)$ | $(90,90)$ | $(100,100)$ |
| 0.86 | -1.7905 | -1.9205 | -1.9245 | -1.9225 | -1.9214 | -1.9218 | -1.9227 | -1.9222 | -1.9219 | -1.9222 |
| 2.08 | 2.5452 | 2.5487 | 2.5505 | 2.5506 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 |
| (m,n) | $(110,110)$ | $(120,120)$ | $(130,130)$ | $(140,140)$ | $(150,150)$ | $(160,160)$ | $(170,170)$ | $(180,180)$ | $(190,190)$ | $(200,200)$ |
| 0.86 | -1.9224 | -1.9222 | -1.9221 | -1.9222 | -1.9223 | -1.9222 | -1.9221 | -1.9222 | -1.9223 | -1.9222 |
| 2.08 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 | 2.5505 |
| 修 正 板 理 論 | | | | | | | | | | |
| (m,n) | $(10,10)$ | $(20,20)$ | $(30,30)$ | $(40,40)$ | $(50,50)$ | $(60,60)$ | $(70,70)$ | $(80,80)$ | $(90,90)$ | $(100,100)$ |
| 1.22 | -1.7543 | -1.7723 | -1.7682 | -1.7681 | -1.7692 | -1.7681 | -1.7683 | -1.7682 | -1.7682 | -1.7682 |
| 2.22 | 1.8823 | 1.8389 | 1.8359 | 1.8345 | 1.8343 | 1.8349 | 1.8353 | 1.8348 | 1.8347 | 1.8346 |
| (m,n) | $(110,110)$ | $(120,120)$ | $(130,130)$ | $(140,140)$ | $(150,150)$ | $(160,160)$ | $(170,170)$ | $(180,180)$ | $(190,190)$ | $(200,200)$ |
| 1.22 | -1.7681 | -1.7682 | -1.7681 | -1.7682 | -1.7682 | -1.7682 | -1.7682 | -1.7682 | -1.7682 | -1.7682 |
| 2.22 | 1.8346 | 1.8347 | 1.8348 | 1.8348 | 1.8349 | 1.8348 | 1.8348 | 1.8347 | 1.8347 | 1.8347 |

表-2 無次元固有振動数

$d/a=0.1$

| n | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | | |
|-----|---------|---------|---------------------|---------|---------|---------------------|---------|---------|---------------------|----------|---------|---------------------|
| | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c |
| 1 | 0.56982 | 0.55289 | 0.97 | 1.42455 | 1.22562 | 0.93 | 2.84911 | 2.49905 | 0.88 | 4.84349 | 3.95766 | 0.82 |
| 2 | 1.42455 | 1.32862 | 0.93 | 2.27929 | 2.04543 | 0.89 | 3.70384 | 3.14664 | 0.85 | 5.58822 | 4.53238 | 0.80 |
| 3 | 2.84911 | 2.49905 | 0.88 | 3.70384 | 3.14664 | 0.85 | 5.12840 | 4.15219 | 0.81 | 7.12277 | 5.43637 | 0.76 |
| 4 | 4.84349 | 3.95766 | 0.82 | 5.69822 | 4.53238 | 0.80 | 7.12277 | 5.43637 | 0.76 | 9.11715 | 6.60807 | 0.73 |
| 5 | 7.40768 | 5.60999 | 0.76 | 8.26242 | 6.11796 | 0.74 | 9.68697 | 6.92572 | 0.72 | 11.58135 | 7.38860 | 0.68 |

$d/a=0.2$

| n | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | | |
|-----|----------|---------|---------------------|----------|---------|---------------------|----------|---------|---------------------|----------|----------|---------------------|
| | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c |
| 1 | 1.13964 | 1.02272 | 0.90 | 2.84911 | 2.22819 | 0.78 | 5.69822 | 3.91977 | 0.69 | 9.68697 | 5.76250 | 0.60 |
| 2 | 2.84911 | 2.26819 | 0.80 | 4.55858 | 3.30404 | 0.73 | 7.40768 | 4.75985 | 0.64 | 11.39644 | 6.44725 | 0.57 |
| 3 | 5.69822 | 3.91977 | 0.69 | 7.40768 | 4.75985 | 0.64 | 10.25680 | 5.99640 | 0.58 | 14.24555 | 7.49080 | 0.53 |
| 4 | 9.68697 | 5.76250 | 0.59 | 11.39644 | 6.44725 | 0.57 | 14.24555 | 7.49080 | 0.53 | 18.23430 | 8.79644 | 0.48 |
| 5 | 14.81537 | 7.68726 | 0.52 | 16.52483 | 8.25583 | 0.50 | 19.37394 | 9.14309 | 0.47 | 23.36270 | 10.28264 | 0.44 |

$d/a=0.3$

| n | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | | |
|-----|----------|---------|---------------------|----------|---------|---------------------|----------|---------|---------------------|----------|----------|---------------------|
| | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c | 古 典 | 修 正 | ω_m/ω_c |
| 1 | 1.70947 | 1.38408 | 0.81 | 4.27368 | 3.93378 | 0.67 | 8.54733 | 4.65508 | 0.54 | 14.52048 | 6.56504 | 0.45 |
| 2 | 4.27366 | 2.83378 | 0.67 | 6.83788 | 3.99760 | 0.59 | 11.11153 | 5.53459 | 0.50 | 17.09466 | 7.25997 | 0.42 |
| 3 | 8.54733 | 4.65508 | 0.54 | 11.11153 | 5.53459 | 0.50 | 15.38519 | 6.80310 | 0.44 | 21.36832 | 8.30905 | 0.39 |
| 4 | 14.53048 | 6.56504 | 0.45 | 17.09466 | 7.25997 | 0.42 | 21.36832 | 8.30905 | 0.39 | 27.35145 | 9.60954 | 0.35 |
| 5 | 22.22305 | 8.50548 | 0.38 | 24.78725 | 9.07227 | 0.37 | 29.06092 | 9.95319 | 0.34 | 35.04404 | 11.07936 | 0.32 |

図-3 (a) ~ (c) は $h=0$ 、 $d/a=0.1$ 、 $u/a=v/a=0.1$ 、 $t_3/t_T=0.1$ 、 0.5 、 1.0 の場合の無次元時間 t_p に対する反力の時刻歴応答を表している。点線は古典板理論および実線は修正板理論を表している。図 (a) ~ (c) のいずれも最初に負の反力が発生し、その後は、正の反力が生じている。応答の立ち上がりをみれば、古典板理論では平面緩波速度そして修正板理論ではせん断波速度で最短距離である載荷点から4隅へ向って伝播しているようである。荷重載荷時間が長くなると負の反力は徐々に小さくなり、逆に正の反力が徐々に大きくなるようである。

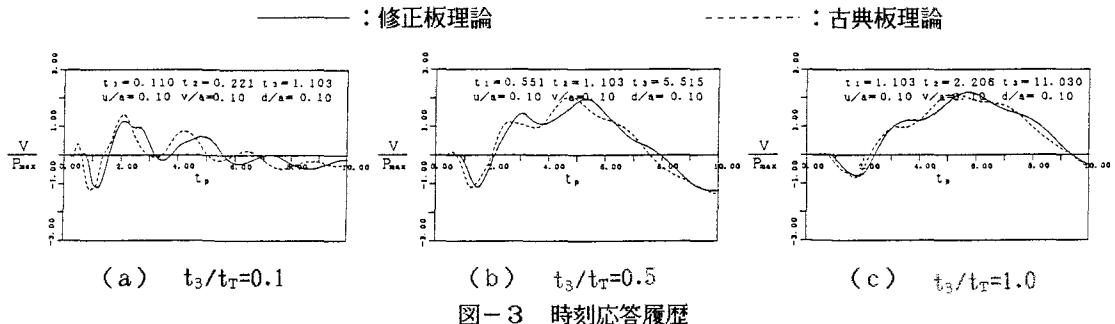


図-3 時刻応答履歴

4) 板厚の影響

図-4は、 $h=0.1$ 、 $u/a=v/a=0.1$ とした場合の板厚変化に対する反力の動的応答倍率を示している。この図は、載荷時間について $t_3/t_T=0.1$ 、 0.5 、 1.0 の3条件とし、第1の正の反力の最大値を取った。ただし、これは衝撃作用時間 t_3 を最低次の無次元固有周期 $t_T=11.03$ で割った値である。古典理論の $t_3/t_T=0.1$ のときの反力は、板厚が厚くなると上下しながら増加する傾向にある。 $t_3/t_T=0.5$ と 1 のときは、ほぼ等しい応答値となる。一方、修正理論の $t_3/t_T=0.1$ は、ほぼ単調に増加している。 $t_3/t_T=0.5$ と 1 のときも古典理論と同様な傾向にあり、ほぼ等しい応答値となる。両理論を比較すると、載荷時間が短い場合が若干差がみられるが全体的にはほぼ等しいように思われる。

5) 載荷時間の影響

図-5は、 $u/a=v/a=0.1$ 、 $d/a=0.1$ 、 $h=0$ 、 0.05 、 0.1 の場合の載荷時間に対する反力の応答倍率を表している。両理論とも $h=0$ で載荷時間が短い場合では、多少複雑な応答値となっているが、載荷時間が長くなるに従ってほぼ3倍の応答倍率を示している。 $h=0.05$ 、 0.1 でも同様な傾向にあるが $t_3/t_T=0.7$ を過ぎたあたりで2倍前後の一定な応答倍率となっているようである。両理論を比較すると載荷時間が短いところでは若干差がみられるが、載荷時間が長くなるとほとんど等しい応答値になっているようである。

6) 荷重分布幅の影響

図-6は、 $h=0.1$ 、 $t_3/t_T=0.1$ 、 0.5 、 1.0 の場合の正方形荷重分布幅変化に対する反力の応答倍率である。

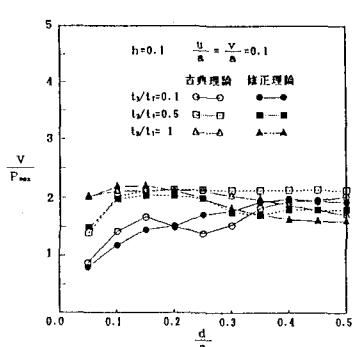


図-4 板厚の変化

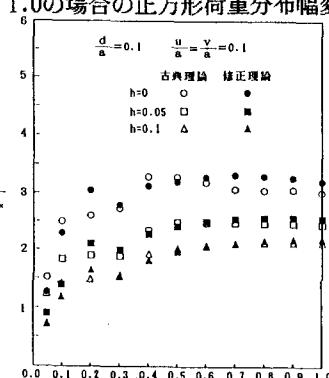


図-5 載荷時間の変化

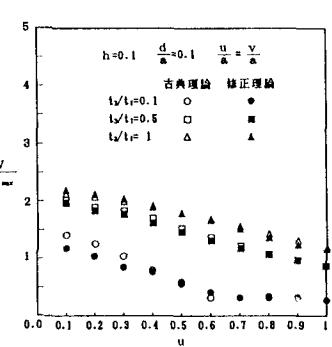


図-6 載荷幅の変化

反力の応答倍率は、荷重時間に関係なく荷重分布幅が大きくなるに従って減少している。両理論を比較すると、 $t_3/t_T=0.1$ では $u/a=0.3$ まで差がみられるが全体としてはほぼ等しいように思われる。また、入力荷重を一定としているために載荷荷重時間が短くなると応答倍率は反比例して小さくなる傾向にある。

4. あとがき

衝撃荷重を受ける矩形板の応答性状について Lagrangeの古典板理論とMindlinの修正板理論を用いて理論解析を行った。本論では、板厚、載荷荷重時間、荷重分布幅などを変化させ、支点反力の応答特性を両理論を比較しながら検討した。その結果は

- (1) 支点への波動伝播において、古典板理論は平面綫波速度で伝播し、修正板理論はせん断波速度で伝播しているようである。
- (2) 板厚変化による反力への影響について、板厚が薄いところでは載荷時間によって変化が大きいが、板厚が厚いところではほぼ等しい傾向にある。
- (3) 載荷荷重時間の影響による反力の応答倍率は、載荷時間が短いとき変化が大きくまた載荷時間が長くなると減衰定数 $h=0$ では3倍、 $h=0.05, 0.1$ では、2倍ぐらいの応答値となっている。
- (4) 荷重分布幅の影響による反力の応答倍率は、分布幅が大きくなると載荷時間に関係なく減少し、さらに、載荷時間に関係なく入力荷重を一定としているために載荷時間が短い方が応答倍率は小さくなる傾向にある。
- (5) 両理論を比較すると、板厚変化および荷重分布幅に関係なく載荷時間が短いところでは多少差がみられるが、載荷時間が長くなればほぼ等しくなっているようである。

ことが明らかになった。衝撃荷重による矩形板の支点反力の応答倍率は種々の載荷条件に対して多少複雑に変化し、支点反力から衝撃力を判定するためには1対1対応するように衝撃係数のような係数を考慮した方がよいと思われる。

本理論における数値計算は、北海道大学大型計算機センターの HITAC-682H を使用した。

[参考文献]

- 1) MINDLIN,R.D.:Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates, ASME, pp.31~38, 1951.
- 2) 岩崎正二：衝撃荷重を受ける平板の動的応答解析、岩手大学工学部研究報告、Vol.37、1984。
- 3) Uchida,T., Tsubota,H., Yamada,T.:Experimental Investigation on Reinforced Concrete Slabs Subjected to Impact Loading, SMIRT, No.8, pp.173~178, 1985.
- 4) Thubota,H., Yamada,T.:Nonlinear Analysis by Duhamel Integral of Reinforce Concrete Slabs Subjected to Impact Loadings, T.A.M., pp.363~371, 1985.
- 5) 伊藤千浩、大沼博志、白井孝治、能町純雄：飛来物の衝突に対するコンクリート構造物の設計手法、JC100やく「RC構造のせん断設計法に関する解析的研究」、pp.227~234、1989。
- 6) 芳村仁、三上隆、運上茂樹、若林学：ロックシェッドに作用する落石の衝撃力、土木学会北海道支部論文報告集、pp.103~108、1985。
- 7) 岸徳光、松岡健一、能町純雄、天沼宇雄：リング要素を用いた厚肉円板の衝撃応答解析、土木学会北海道支部論文報告集、pp.193~198、1989。
- 8) 岸徳光、松岡健一、能町純雄、本名一夫：衝突衝撃荷重に対するRC矩形板の衝撃応答解析、土木学会北海道支部論文報告集、pp.199~202、1989。
- 9) 泉智夫、岸徳光、松岡健一、能町純雄：衝撃力を受ける単純支持矩形梁の支点反力の動的挙動、第45回年次学術講演会概要集、pp.454~455、1990。
- 10) 三上敬司、松岡健一、岸徳光、能町純雄：衝撃荷重を受ける有限円盤の応答性状、第45回年次学術講演会概要集、pp.464~465、1990。
- 11) 小坪清真：土木振動学、森北出版、pp.81~95、pp.251~264、1973。