

V—22

段階的積分法によるクリープ解析と時間間隔の影響について†

ドービー建設工業(株) 正員 石黒 如

1. まえがき

近年、我が国の橋梁建設においても景観が重視されるようになり、これに伴って、PC斜張橋や下路式PCアーチ橋が脚光を浴びるようになってきた。しかし、これらの橋梁は、従来のプレストレストコンクリート橋と比べてはるかに高次の不静定構造である上、コンクリート製の主桁・主塔と鋼製の吊り材から成る複合構造でもあるため、その設計においては、クリープおよび乾燥収縮による断面力移行量の解析が特に重要な問題となる。そして、この問題の中に含まれる個々の具体的な要因を列挙すれば、以下の通りである。

- 1) 各断面力に対する遅れ弾性歪みの違い。
- 2) 各部材間のフロー歪みの違い。
- 3) 各部材間の乾燥収縮度の違い。
- 4) コンクリートの弾性係数の変化。
- 5) 鉄筋、PC鋼材による拘束。
- 6) 鉄筋、PC鋼材のレラクセーションの変化。
- 7) 繰り返し起きる構造系の変化。

このうち 1)～3) の要因には、コンクリート部材と鋼部材の間の違いも含まれている。

これに対して、これまでのプレストレストコンクリート橋の設計に用いられてきた手法、或いは論文等で提案された解析手法としては、次のようなものが挙げられる。

- a) クリープ速度法。(Dischingerの解法)
- b) 有効弾性係数法。
- c) 平均応力法。
- d) 小宮・酒井・前田による提案‡。
- e) aging-coefficient法。(Troost, Schadeらの解法)
- f) 段階的積分法。

これらのうち a)～c) は、これまでの設計に多く用いられてきた手法であるが、いずれも、コンクリートに材令差のない場合のフロー歪みのみに着目した解析手法であり、材令差のある構造についてのクリープ係数をどのようにして算出するか等の問題があつて、これを複合構造のクリープ解析に適用することは困難である。また、十分な計算精度も期待できない。他方、d) または e) のように段階を追って近似計算を行う解析手法では、各段階における近似計算の誤差の蓄積が問題となり、個々の複合構造についてこれを解消する方法を見つけることは容易ではない。また、段階の設定による計算作業量の増大も無視できない。

そこで、本論文では、f) の段階的積分法を用いて複合構造の断面力移行量の計算を行うことを前提として、まず、鉄筋およびPC鋼材の拘束を考慮した段階的積分プログラムを用いて幾つかの例題についてのクリープ解析を行い、その時間区分の間隔が断面力移行量の計算精度に与える影響について調べた。そして、各例題について、段階的積分法を用いてクリープ解析を行う時に最小限必要となる計算ケースの間隔に対する大まかな目安を得た。

† The influence of the amplitude of subdivision in analysis of creep effects by numerical step-by-step procedures ; by Hitoshi ISHIGURO.

‡ 参考文献 8) 参照。

2. 解析方法

各計算ケースの時間間隔 Δt が十分に小さい場合、この Δt 間におけるコンクリートのクリープ変形および乾燥収縮によって生じる内部断面力は、次式によって計算される。

$$\Delta N_{cya} = \sum_{i=1}^{n-1} \{ K_{en} (\Delta \varphi_{di} + \Delta \varphi_{fn}) (\Delta N_c + \Delta N_{cp'} + \Delta N_{cp})_i \} + E_c A_c \Delta \varepsilon_{cs}$$

$$\Delta M_{cya} = \sum_{i=1}^{n-1} \{ K_{en} (\Delta \varphi_{di} + \Delta \varphi_{fn}) (\Delta M_c + \Delta M_{cp'} + \Delta M_{cp})_i \}$$

ここに、 ΔN_{cya} , ΔM_{cya} : Δt 間のクリープ・乾燥収縮によって純断面に生じる内部断面力。

ΔN_c , ΔM_c : 純断面に対する各 Δt 間の持続荷重の増加による断面力変化量。

$\Delta N_{cp'}$, $\Delta M_{cp'}$: 純断面に対する各 Δt 間の移行量。(静定分)

ΔN_{cp} , ΔM_{cp} : 純断面に対する各 Δt 間の移行量。(不静定分)

$\Delta \varphi_d$: 各荷重に対する Δt 間の遅れ弾性歪み係数。

$\Delta \varphi_f$: 各部材の Δt 間のフロー歪み係数。

$\Delta \varepsilon_{cs}$: 各部材の Δt 間の乾燥収縮度。

K_e : 各部材のコンクリート弾性係数の補正係数。

n : 内部断面力を計算するケース番号。

この時、 Δt 間のクリープ・乾燥収縮による断面力移行量のうちの静定分は次式より求まる。さらに、これを Δt について累計することにより、各計算ケースでの値を算出する。

$$\Delta N_{y0} = -\Delta N_{cya}$$

$$\Delta M_{y0} = -\Delta M_{cya} - \Delta N_{cya} (y'_e - y'_c)$$

$$\text{但し, } \Delta N_{cp'} = \alpha_c \cdot \Delta N_{y0} + \beta_c \cdot \Delta M_{y0} + \Delta N_{cya}$$

$$\Delta M_{cp'} = \gamma_c \cdot \Delta M_{y0} + \Delta M_{cya}$$

$$\alpha_c = \frac{A_c}{A_e}, \quad \beta_c = \frac{A_c}{I_e} (y'_e - y'_c), \quad \gamma_c = \frac{I_c}{I_e}$$

ここに、 ΔN_{y0} , ΔM_{y0} : 換算断面に対する Δt 間の移行量。(静定分)

A_e , I_e , y'_e : 換算断面の断面諸数値。

A_c , I_c , y'_c : 純断面の断面諸数値。

また、 Δt 間のクリープ・乾燥収縮による断面力移行量のうちの不静定分は、変形法による平面骨組理論を用いることにより、次式で計算される。これを累計すれば各計算ケースでの値が求まる。さらに、これらの断面力移行量からPC鋼材緊張力の減少量も計算される。

$$\{\Delta F_{p1}\} = \{\Delta N_{p1} \quad \Delta M_{p1}\}^T = [K] \{\Delta \delta_p\}$$

$$\{\Delta \delta_p\} = [K]^{-1} \{\Delta F_{p0}\}$$

$$\text{但し, } \Delta N_{cp} = \alpha_p \cdot \Delta N_{p1} + \beta_p \cdot \Delta M_{p1}$$

$$\Delta M_{cp} = \gamma_p \cdot \Delta M_{p1}$$

$$\Delta P_p = \sum_{j=1}^n \{ \alpha_p (\Delta N_{y0} + \Delta N_{p1}) + \beta_p (\Delta M_{y0} + \Delta M_{p1}) \}_j$$

$$\alpha_p = \frac{n \cdot A_p}{A_e}, \quad \beta_p = \frac{n \cdot A_p}{I_e} (y'_e - y'_p), \quad n = \frac{E_p}{E_c}$$

ここに、 ΔN_{p1} , ΔM_{p1} : 換算断面に対する Δt 間の移行量。(不静定分)

ΔP_p : Δt 間のPC鋼材緊張力の減少量。

A_p, E_p, y'_p : PC鋼材に関する諸数値。

m : 計算時期までに緊張終了しているPC鋼材本数。

3. 諸定数

各計算時期におけるコンクリートのクリープ係数は、次式によって計算する。

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(t - t_0) + \varphi_{f0} \cdot \{\beta_f(t') - \beta_f(t_0')\}$$

$$\text{但し, } t', t_0' = \alpha \cdot \frac{\sum(T+10) \cdot \Delta t}{30}, \quad h_{th} = \lambda \cdot \frac{A_c}{u}$$

ここに, t, t_0 : 持続荷重載荷時期およびクリープ係数計算時期までの実経過日数。

t', t_0' : 持続荷重載荷時期およびクリープ係数計算時期までの有効経過日数。

α : セメント種類によるコンクリートの硬化速度係数。

$\Delta t'$: コンクリートの温度が $T^\circ\text{C}$ である期間の実日数。

$\varphi_{d0}, \varphi_{f0}$: 遅れ弾性歪みおよびフロー歪みに対する基本クリープ係数。

β_d, β_f : 遅れ弾性歪みおよびフロー歪みの進行度を表わす関数。

h_{th}, u : 部材の仮想厚さおよび周長。

一方、各計算時期におけるコンクリートの乾燥収縮度は、次式によって計算する。

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{s0} \{\beta_s(t') - \beta_s(t_0')\}$$

$$\text{但し, } t', t_0' = \frac{\sum(T+10) \cdot \Delta t'}{30}$$

ここに, ε_{s0} : コンクリートの基本乾燥収縮歪み。

β_s : 乾燥収縮の進行度を表わす関数。

また、コンクリートの弾性係数は、28日より若材令の期間について、補正係数 K_e を考慮する。

環境条件	φ_{f0}	λ	ε_{s0}
水中	0.8	60	-10×10^{-5}
相対湿度 90%	1.3	10	$+10 \times 10^{-5}$
" 70%	2.0	3	$+25 \times 10^{-5}$
" 40%	3.0	2	$+40 \times 10^{-5}$

表-1 †

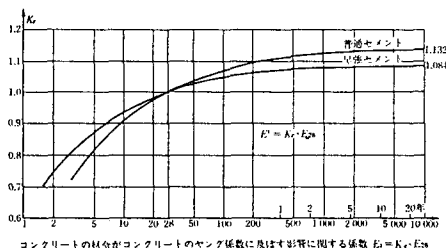


図-4 †

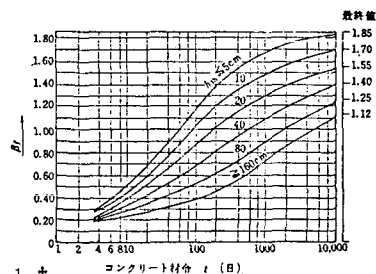


図-1 †

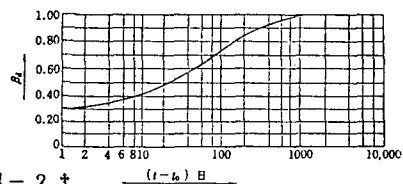


図-2 †

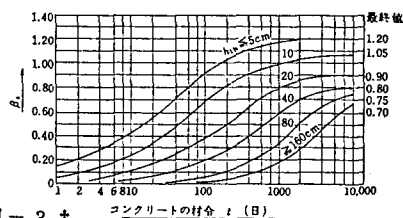


図-3 †

† 参考文献1) 参照。

‡ 参考文献2) 参照。

4. 計算例 - 1

図-5に示すように、片持ち梁を打設してから材令 $t = 10$ 日で持続荷重 $\omega = 10 \text{ t/m}$ を載荷し、弾性変形が生じた後でその先端を単純支持した場合について、クリープによる反力および曲げモーメントの移行量を計算する。但し、硬化速度係数は $\alpha = 2$ 、仮想部材厚は $h_{th} = 40 \text{ cm}$ とし、また、コンクリートの温度は $T = 20^\circ\text{C}$ 、相対湿度は 70% で一定と仮定する。

尚、以下の6通りの解法について結果の比較を行う。このうち c)~f) の時間区分の間隔の取り方について、表-2に示す。各欄の数字は計算ケースを表わす。

- a) クリープ速度法による場合†。
- b) aging-coefficient 法による場合‡。
- c) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \approx 0.4$ とした場合。
- d) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \approx 0.2$ とした場合。
- e) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \approx 0.1$ とした場合。
- f) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \approx 0.05$ とした場合。

	$\log(t)$	t	Δt	c	d	e	f
$\beta_f(10) = 0.380$	1.000	10	1	1	1	1	1
$\Delta\beta_{f1} = 0.470$	1.053	11	1			2	2
$\Delta\beta_{f2} = 0.025$	1.105	12	1			3	3
$\Delta\varphi_f = 0.05$	1.158	14	2		2	4	4
$n_1 = \Delta\beta_{f1} / \Delta\beta_{f2}$	1.211	16	2			5	5
$1/n_1 = 0.053$	1.263	18	2			6	6
	1.316	20	2			7	7
	1.368	22	2			8	8
	1.421	24	2			9	9
	1.474	26	2			10	10
	1.526	28	2				
	1.579	30	2				
	1.632	32	2				
	1.684	34	2				
	1.737	36	2				
	1.789	38	2				
	1.842	40	2				
	1.895	42	2				
	1.947	44	2				
$\beta_f(10^2) = 0.850$	2.000	100	13				20
$\Delta\beta_{f1} = 0.470$	2.053	113	14		6	11	21
$\Delta\beta_{f2} = 0.025$	2.105	127	14			12	22
$\Delta\varphi_f = 0.05$	2.158	144	18			13	23
$n_2 = \Delta\beta_{f1} / \Delta\beta_{f2}$	2.211	162	21			14	24
$1/n_2 = 0.053$	2.263	183	24			15	25
	2.316	207	26			16	26
	2.368	234	30			17	27
	2.421	264	34			18	28
	2.474	298	38			19	29
	2.526	336	43			20	30
	2.579	379	49			21	31
	2.632	428	55			22	32
	2.684	483	62			23	33
	2.737	546	70			24	34
	2.789	616	79			25	35
	2.842	695	90			26	36
	2.895	785	101			27	37
	2.947	886	114			28	38
$\beta_f(10^3) = 1.320$	3.000	1000	292			20	39
$\Delta\beta_{f1} = 0.225$	3.111	1292	376			21	40
$\Delta\beta_{f2} = 0.025$	3.222	1668	486			22	41
$\Delta\varphi_f = 0.05$	3.333	2154	629			23	42
$n_3 = \Delta\beta_{f1} / \Delta\beta_{f2}$	3.444	2783	811			24	43
$1/n_3 = 0.111$	3.556	3594	1048			25	44
	3.667	4642	1353			26	45
	3.778	5997	1799			27	46
	3.889	7743	2257			28	47
$\beta_f(10^4) = 1.545$	4.000	10000	∞			25	48
$\beta_f(\infty) = 1.550$	∞	∞	∞	7	13	25	49

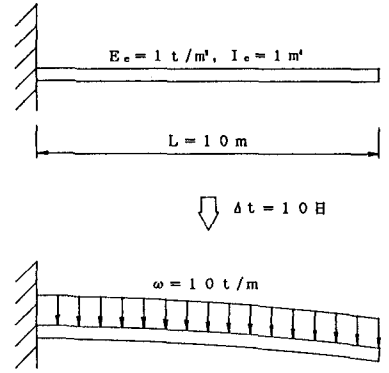


図-5

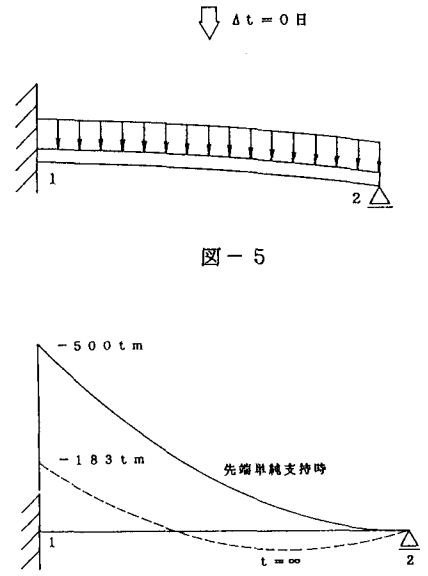


図-6

	M_1	R_2
a	345 tm	34.5 t
b	321	32.1
c (327)	327	(32.7) 32.7
d (321)	321	(32.1) 32.1
e (319)	318	(31.9) 31.8
f (318)	317	(31.8) 31.7

()内の数字はコンクリート弾性係数を補正しない場合の値を表わす。

表-2

表-3

† 参考文献10) 参照。

‡ 参考文献9) 参照。

ここで、a) のクリープ速度法による解法は、以下に示す通りである。

$$\varphi = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(\infty - 10) + \varphi_{f0} \cdot \{\beta(\infty) - \beta(10)\}$$

$$= 0.4 \times 1.0 + 2.0 \times (1.40 - 0.34) = 2.52$$

$$M_1 = (1 - e^{-2.52})(-125.0 + 500.0) = 344.8 \text{ t m}$$

$$R_2 = (1 - e^{-\varphi})(R_0 - R_1)$$

$$= (1 - e^{-2.52})(37.5 - 0.0) = 34.5 \text{ t}$$

5. 計算例-2

図-7に示すように、第一径間を打設してから材令 $t = 15$ 日で持続荷重 $\omega = 3 \text{ t/m}$ を載荷し、さらにそれから15日後に第二径間を打継いで、同じく材令 $t = 15$ 日で第二径間にも持続荷重 $\omega = 3 \text{ t/m}$ を載せた場合について、クリープによる反力および曲げモーメントの移行量を計算する。但し、硬化速度係数は $\alpha = 1$ 、仮想部材厚は両径間とも $h_{th} = 20 \text{ cm}$ とし、また、コンクリートの温度は $T = 20^\circ\text{C}$ 、相対湿度は70%で一定であるものと仮定する。

尚、以下の6通りの解法について結果の比較を行う。時間区分の間隔の取り方は、表-2に示す通りである。

- a) クリープ速度法による場合。
- b) 小宮・酒井・前田の提案による場合†。
- c) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \doteq 0.4$ とした場合。
- d) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \doteq 0.2$ とした場合。
- e) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \doteq 0.1$ とした場合。
- f) 段階的積分法で $\Delta\varphi_f \doteq 0.05$ とした場合。

ここで、a) のクリープ速度法による解法は、以下に示す通りである。

$$\varphi_1 = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(\infty - 45) + \varphi_{f0} \cdot \{\beta(\infty) - \beta(45)\}$$

$$= 0.4 \times 1.0 + 2.0 \times (1.55 - 0.68) = 2.14$$

$$\varphi_2 = \varphi_{d0} \cdot \beta_d(\infty - 15) + \varphi_{f0} \cdot \{\beta(\infty) - \beta(15)\}$$

$$= 0.4 \times 1.0 + 2.0 \times (1.55 - 0.43) = 2.64$$

$$\varphi = (2.14 + 2.64) / 2 = 2.39$$

$$M_2 = (1 - e^{-2.39})(-150.0 + 75.0) = -68.1 \text{ t m}$$

$$R_2 = (1 - e^{-2.39})(75.0 - 67.5) = 6.8 \text{ t}$$

但し、材令の異なる2つの径間のクリープ係数を平均しているため、計算誤差は大きいと考えられる。

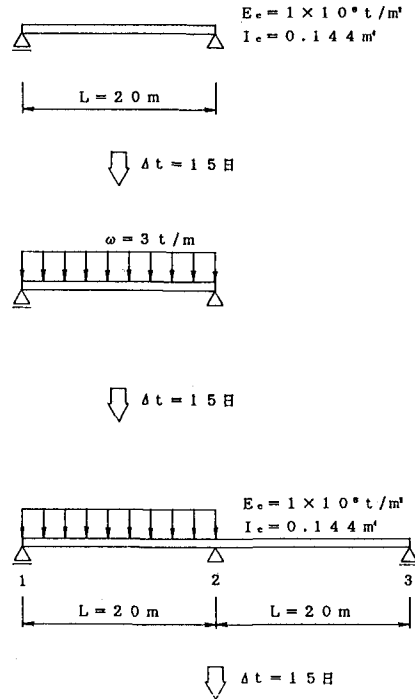


図-7

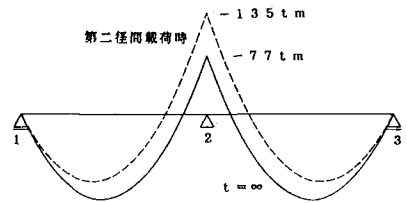


図-8

	M_2		R_2	
a	-68 t m		6.8 t	
b	-59		5.9	
c	(-61)	-60	(6.1)	6.0
d	(-60)	-59	(6.0)	5.9
e	(-60)	-58	(6.0)	5.8
f	(-59)	-58	(5.9)	5.8

表-4

† 参考文献3), 8) 参照。

6. ま と め

先の例題に対する段階的積分法およびその他の解析手法によるクリープ解析の結果は、表-3と表-4に示す通りである。これらの解析結果を比較することにより、段階的積分法によるクリープ解析における時間区分の影響について、次のことが言える。

- 1) 本論文で採用した二つの例題では、 $\Delta\varphi_t \approx 0.2$ 程度の粗い時間区分であっても、段階的積分法を用いたクリープによる断面力移行量の解析結果が2%以内の誤差に納まっており、通常的设计で要求される計算精度を満足している。
- 2) 段階的積分法では、時間区分を粗くするほど断面力移行量を大きく見積もる傾向がある。これは、 Δt の間隔を粗くしても持続荷重(ΔN_0 , ΔM_0)の累計は不変であるのに対して、これとは異符号の各 Δt 間における移行量($\Delta N_{\infty}' + \Delta N_{\infty}$, $\Delta M_{\infty}' + \Delta M_{\infty}$)の累計が減少するためと考えられる。
- 3) コンクリートの弾性係数を一定と仮定した場合には、若材令におけるコンクリート弾性係数の補正を行った場合に比べて、断面力移行量を若干大きく見積もることになるが、その差は2%以内であり、通常的设计においては無視できる。
- 4) 本論文で採用した二つの例題では、クリープ速度法による計算結果は、段階的積分法で求めた厳密解に比べて、断面力移行量を5%以上大きく見積もっている。これは、計算の前提となるクリープ係数の経時変化の違いによるものであると考えられる。

本論文では二つの例題についての解析結果を比較するに留まったが、その結果から、段階的積分法によるクリープ解析では、比較的粗い時間区分でも十分な計算精度を確保できることが明らかになった。今後、PC斜張橋および下路式PCアーチ橋についても、この時間区分がクリープ・乾燥収縮による断面力移行量の計算精度に与える影響を調べ、これら複合構造のプレストレストコンクリート橋の設計における段階的積分法の実用性について検討する必要があると考えられる。

7. 参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説(I)(Ⅲ), 日本道路協会, 1978
- 2) コンクリート道路橋設計便覧, 日本道路協会, 1985
- 3) Rüschi H; Jungwirth D; 百島 裕信(訳): コンクリートのクリープと乾燥収縮, 鹿島出版会, 1976
- 4) Nevielle A.M: Creep of Concrete—Plain, Reinforced and prestressed, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970
- 5) Comité Euro-International du Béton: Structural Effects of Time-dependent Behaviour of Concrete, Georgi Publishing Company, Saint-Saphorin, Switzerland, 1984
- 6) Joachim Q: Zeitabhängige Spannungsumlagerungen bei seilabgespannten Massivbrücken, Werner-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1980
- 7) 角田 与史雄: 曲げを受けるコンクリート部材のひびわれとたわみに関する研究の現状, 土木学会論文集, 1987.8
- 8) 小宮 正久; 酒井 一; 前田 晴人: 任意形コンクリート構造物のクリープ解析法に関する一提案, プレストレストコンクリート, Mar.1987
- 9) 佐藤 素啓; 渡辺 実; 佐藤 昇: 変位法によるコンクリート構造物のクリープ・乾燥収縮解析の基礎理論, プレストレストコンクリート, Apr.1980
- 10) 石原 重孝: PC斜張橋のクリープ解析の基本, プレストレストコンクリート, Mar.1985