

IV-5

地域人口分布の自己組織化理論

北海道大学大学院環境科学研究科 正員 宮田 護

1. はじめに

本研究は都市間の人口分布が、外部から与えられたゆらぎにより、それ自身が拡大し、新たな秩序形成する可能性を示そうというものである。これをゆらぎを通した秩序形成、あるいはまた自己組織化ともいう。自己組織化という一見抽象的な用語は、現在様々な意味に使われているようであるが、本研究では甘利による「混沌とした一様性の中から、特徴的な構造を能動的に作り出していくこと」と定義する⁸⁾。本研究では自己組織化の研究を精力的に行ったPrigogineと^{9), 12)-14)}、彼の元で新たな都市成長パラダイムを提唱しているAllenらの研究を踏まえて¹⁾⁻⁷⁾、地域人口分布のモデル分析を通じて自己組織化理論の一端を提示しようと思う。

2. ゆらぎを通した自己組織化—2地域モデル

ここではゆらぎを通した自己組織化とは何を意味するものであるか、その本質を簡単な2地域モデルを用いて明らかにしてみたい。ここで取り上げるモデルは2つの地域からなる人口成長モデルであり、次の方程式に従うものとする。

地域1人口

$$\frac{dx_1}{dt} = k_1 x_1 (N_1 - x_1 - \beta x_2) - d_1 x_1 \quad (1)$$

地域2人口

$$\frac{dx_2}{dt} = k_2 x_2 (N_2 - x_2 - \beta x_1) - d_2 x_2 \quad (2)$$

ここで、 x_i : i地域人口 N_i : i地域人口許容量に対応するパラメータ k_i : i地域人口増加を表すパラメータ β : 地域1と地域2の人口の資源消費に伴う2地域間の相互関係を表すパラメータ ($0 \leq \beta \leq 1$) d_i : i地域人口減少を表すパラメータ

(1)、(2)とも基本的にはロジスティック型人口成長曲線を表すものであるが、空間相互作用 βx_i が含まれているのが特徴である。 β は空間相互作用の強さを表すパラメータであるが、これが2地域間の距離Dにより決定され、 $\lim_{D \rightarrow 0} \beta(D) = 1$, $\lim_{D \rightarrow \infty} \beta(D) = 0$ となるように解釈することも可能である。

さて(1)、(2)が $t=0$ で定常状態にあるとすると、次の方程式が成立する。

$$\frac{dx_1}{dt} = 0 \rightarrow k_1 x_1 (N_1 - x_1 - \beta x_2) - d_1 x_1 = 0$$

$$\frac{dx_2}{dt} = 0 \rightarrow k_2 x_2 (N_2 - x_2 - \beta x_1) - d_2 x_2 = 0$$

$$\therefore k_1 x_1^2 + k_1 \beta x_1 x_2 + (d_1 - k_1 N_1) x_1 = 0 \quad (3)$$

$$k_2 x_2^2 + k_2 \beta x_1 x_2 + (d_2 - k_2 N_2) x_2 = 0 \quad (4)$$

従って $x_1 = x_2 = 0$ は(3)、(4)の自明解となる。さらに $x_1 \neq 0$, $x_2 = 0$ と仮定すれば、(3)は次のように変形される。

$$k_1 x_1 + (d_1 - k_1 N_1) = 0$$

$$\therefore x_1 = N_1 - d_1 / k_1$$

従って $(N_1 - d_1 / k_1, 0)$ は(1)、(2)の定常解となる。同様に $x_1 = 0$, $x_2 \neq 0$ と仮定すれば、もう一つの定常解

Dynamic Self-Organization Theory of Regional Population Distribution

by Yuzuru MIYATA

(0, $N_2 - d_2/k_2$)を得ることができる。また $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$ と仮定すれば、(3)、(4)は次のように変形される。

$$k_1 x_1 + k_1 \beta x_2 = k_1 N_1 - d_1 \quad (5)$$

$$k_2 \beta x_1 + k_2 x_2 = k_2 N_2 - d_2 \quad (6)$$

$$\therefore x_1 = \{N_1 - d_1/k_1 - \beta(N_2 - d_2/k_2)\} / (1 - \beta^2) \quad (7)$$

$$x_2 = \{N_2 - d_2/k_2 - \beta(N_1 - d_1/k_1)\} / (1 - \beta^2) \quad (8)$$

以上をまとめると、(1)、(2)には次の4つの定常解があることが分かる。

$$(x_1^*, x_2^*) = (0, 0), (N_1 - d_1/k_1, 0), (0, N_2 - d_2/k_2)$$

及び $(\{N_1 - d_1/k_1 - \beta(N_2 - d_2/k_2)\} / (1 - \beta^2), \{N_2 - d_2/k_2 - \beta(N_1 - d_1/k_1)\} / (1 - \beta^2))$

さてこれらの定常解の近傍での地域人口変化を見てみよう。そのために(1)、(2)の右辺を定常解 (x_1^*, x_2^*) を中心としてテイラー展開することとする。

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} k_1 x_1 (N_1 - x_1 - \beta x_2) - d_1 x_1 \\ k_2 x_2 (N_2 - x_2 - \beta x_1) - d_2 x_2 \end{bmatrix}_{x=x^*} \begin{bmatrix} x_1 - x_1^* \\ x_2 - x_2^* \end{bmatrix} + O \left[\begin{bmatrix} (x_2 - x_1^*)^2 \\ (x_2 - x_2^*)^2 \end{bmatrix} \right] \\ &= \begin{bmatrix} -2k_1 x_1^* - k_1 \beta x_2^* + k_1 N_1 - d_1 & -k_1 \beta x_1^* \\ -k_2 \beta x_2^* & -k_2 \beta x_1^* - 2k_2 x_2^* + k_2 N_2 - d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - x_1^* \\ x_2 - x_2^* \end{bmatrix} + O \left[\begin{bmatrix} (x_2 - x_1^*)^2 \\ (x_2 - x_2^*)^2 \end{bmatrix} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

以下ではこの線形近似された方程式をもとに、(1)、(2)の定常解 $(N_1 - d_1/k_1, 0)$ からの自己組織化を調べることにしよう。

• $(N_1 - d_1/k_1, 0)$ からの自己組織化

定常解 $(N_1 - d_1/k_1, 0)$ において、(9)は次のように変形される。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 - k_1 N_1 & \beta(d_1 - k_1 N_1) \\ 0 & k_2 N_2 - d_2 - k_2 \beta(N_1 - d_1/k_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - N_1 + d_1/k_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + O \left[\begin{bmatrix} (x_1 - N_1 + d_1/k_1)^2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} \right] \quad (10)$$

上記の 2×2 行列の固有値は $\lambda_1 = d_1 - k_1 N_1$ 及び $\lambda_2 = k_2 N_2 - d_2 - k_2 \beta(N_1 - d_1/k_1)$ と計算される。 x_1 の定常値 $N_1 - d_1/k_1$ は正值であることから、 λ_1 は負値となる。 λ_2 については次の2つの場合が考えられる。

$$\lambda_2 > 0 \rightarrow N_2 - d_2/k_2 > \beta(N_1 - d_1/k_1) \quad (11)$$

$$\lambda_2 < 0 \rightarrow N_2 - d_2/k_2 < \beta(N_1 - d_1/k_1) \quad (12)$$

いまここで非常に小さいゆらぎ $\varepsilon > 0$ が $x_2 = 0$ に与えられたものとしよう。もし(11)が成立している場合であれば、 x_2 はある上限値まで増加することとなる。さらに地域1と地域2が完全に共通の資源を消費している場合には、 β は1となり(11)は次のようになる。

$$N_2 - d_2/k_2 > N_1 - d_1/k_1 \quad (12)$$

この場合 x_1 は定常値 $x_1^* = N_1 - d_1/k_1$ から減少し、 x_2 は $x_2 = \varepsilon > 0$ から増加することとなる。そして x_1 及び x_2 は新たな定常解 $(0, N_2 - d_2/k_2)$ へ移行して行くこととなる。この場合の $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_1(t) + x_2(t)$ の変化は図1に示されている。

2地域間の空間相互作用が全くない場合には $\beta = 0$ となり、 $x_1(t)$ は $N_1 - d_1/k_1$ から変化せず、 $x_2(t)$ は $x_2^* = N_2 - d_2/k_2$ まで増加することとなる。この場合の $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_1(t) + x_2(t)$ の変化は図2に示されている。

最後に2地域間の空間相互作用が $0 < \beta < 1$ である場合を調べてみよう。このケースは次の2つの場合が考えられる。

$$\begin{cases} N_2 - d_2/k_2 > \beta(N_1 - d_1/k_1) \\ \beta(N_2 - d_2/k_2) > N_1 - d_1/k_1 \end{cases} \quad (13)$$

$$\beta(N_2 - d_2/k_2) > N_1 - d_1/k_1 \quad (14)$$

$$\text{or } \begin{cases} N_2 - d_2/k_2 > \beta(N_1 - d_1/k_1) \\ \beta(N_2 - d_2/k_2) < N_1 - d_1/k_1 \end{cases} \quad (15)$$

$$\beta(N_2 - d_2/k_2) < N_1 - d_1/k_1 \quad (16)$$

(13)、(14)が成立する場合には $\lambda_1 = d_1 - k_1 N_1 < 0$ 、 $\lambda_2 = k_2 N_2 - d_2 - k_2 \beta(N_1 - d_1/k_1) > 0$ が成立する。従って $x_1(t)$ は減少し $x_2(t)$ は増加する。 x_1 の新たな定常値は $\max(0, \{N_1 - d_1/k_1 - \beta(N_2 - d_2/k_2)\} / (1 - \beta^2))$ と表現されるが、(14)により x_1 の定常値は0となる。従って $x_1(t)$ と $x_2(t)$ は $x_1^* = 0$ 、 $x_2^* = N_2 - d_2/k_2$ にそれぞれ近付いて行くこととなる。この場合の地域人口変化は図3に示されている。

(15)、(16)が成立する場合には $\lambda_1 < 0$ 、 $\lambda_2 > 0$ となるものの、 x_1 の新しい定常値は

$\max (0, \{N_1-d_1/k_1-\beta(N_2-d_2/k_2)\} / (1-\beta^2)) = \{N_1-d_1/k_1-\beta(N_2-d_2/k_2)\} / (1-\beta^2)$ となる。従って両地域の人口($x_1(t)$, $x_2(t)$)は新たな定常解 ($\{N_1-d_1/k_1-\beta(N_2-d_2/k_2)\} / (1-\beta^2)$, $\{N_2-d_2/k_2-\beta(N_1-d_1/k_1)\} / (1-\beta^2)$) に近付いて行くこととなる。この場合の地域人口変化は図4に示されている。

この様に地域2の人口に僅かなゆらぎが与えられることにより、初期人口分布とは全く異なった人口分布が形成されることが自己組織化の特徴である。また自己組織化を経済学の一般均衡理論と対比すれば、一般均衡理論では均衡状態の安定性が重要な研究課題とされてきた。安定的な市場均衡とは、ゆらぎが与えられたとき、そのゆらぎを吸収するかたちで元の均衡状態に戻ることに他ならない。すなわち安定的な均衡状態では自己組織化は起こらないことを意味している。これを時間軸の上で考えると、自己組織化とは非可逆過程であり、市場均衡の安定性は可逆過程であるとも対比できる。

3. 数値シミュレーションモデル

冒頭の言葉をもう一度くり返そう。「混沌とした一様性の中から、特徴的な構造を能動的に作り出して行くこと」。それを自己組織化の定義とした。この章ではこの定義をより鮮明に表現してみようと思う。Allenらは地域人口分布の自己組織化について、一連の研究を発表している¹⁾⁻⁷⁾。彼らの研究は、特に中心地理論を動学的に捉えようとする研究者達から大きな注目を集めている¹⁰⁾。以下のモデルはAllenらの研究に基づくものであるが、自己組織化について理解を深めるため、独自の数値シミュレーションを行った中の一つであり、人口分布がほぼ一様の状態から大都市が形成され、それが周辺都市に影響を与えていくという自己組織化プロセスが描かれている。

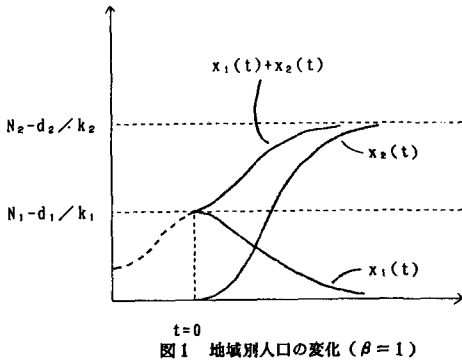


図1 地域別人口の変化 ($\beta=1$)

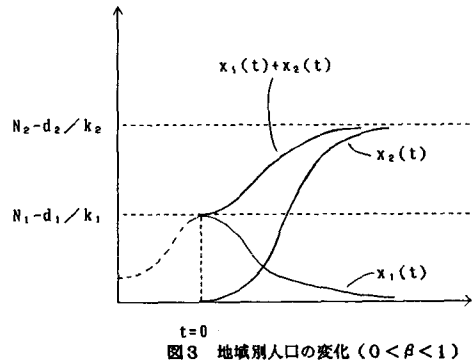


図3 地域別人口の変化 ($0 < \beta < 1$)

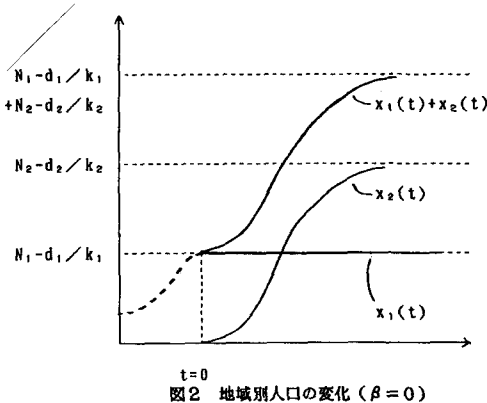


図2 地域別人口の変化 ($\beta=0$)

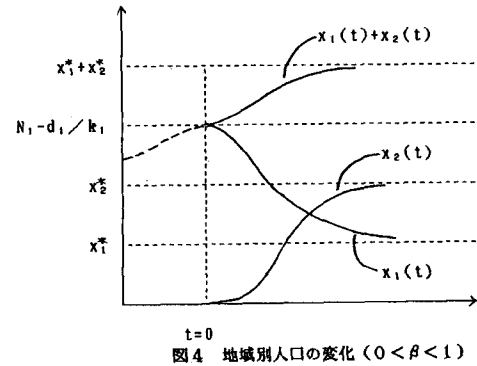


図4 地域別人口の変化 ($0 < \beta < 1$)

Note: $x_1^* = \{N_1-d_1/k_1-\beta(N_2-d_2/k_2)\} / (1-\beta^2)$
 $x_2^* = \{N_2-d_2/k_2-\beta(N_1-d_1/k_1)\} / (1-\beta^2)$

3-1 モデルの構造

Allenらに従い本研究で用いているモデルは、以下のように記述される。

$$\frac{dx_i}{dt} = b_i x_i (J_i^0 + \sum_{k=1}^4 J_i^k - x_i) - m_i x_i + \tau \left\{ \sum_{j=1}^n x_j^2 \exp(-\beta d_{ij}) - x_i^2 \sum_{j=1}^n \exp(-\beta d_{ij}) \right\} \quad (17)$$

$$\frac{dJ_i^k}{dt} = \alpha J_i^k (M_i^k - J_i^k) \quad (18)$$

$$M_i^k = \lambda_i^k D_i^k \quad (19)$$

$$D_i^k = \sum_j \frac{x_j \varepsilon^k}{(P_i^k + \phi^k d_{ij})^\alpha} \frac{A_{ij}^k}{\sum_n A_{nj}^k} \quad (20)$$

$$A_{ij}^k = \eta_i^k \frac{\left[\gamma - \frac{1}{\delta + \rho^k (x_i - x_k^{th})} \right]^j}{(P_i^k + \phi^k d_{ij})^1} \quad (21)$$

ここで、 t : 時間変数

x_i : i 都市人口

b_i : 出生率及び転入率

m_i : 死亡率及び転出率

J_i^0 : i 都市基礎雇用可能量

d_{ij} : i 、 j 都市間時間距離

x_k^{th} : 都市機能 k を持つための人口閾値

J_i^k : i 都市の都市機能 k による雇用可能量

M_i^k : i 都市の都市機能 k に対する潜在需要に対応する雇用需要量

D_i^k : i 都市の都市機能 k に対する潜在需要

A_{ij}^k : j 都市から見た i 都市の都市機能 k の魅力度

P_i^k : i 都市の都市機能サービス k の価格

ε^k : 人口 1 人当りの都市機能サービス k の需要量

ϕ^k : i 、 j 都市間の距離に関する交通コスト

λ_i^k : i 都市への都市機能サービス k の単位需要量に対応する都市機能 k での潜在雇用量

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \rho^k$: パラメータ

(21)は j 都市の住民が i 都市に立地する都市機能 k の魅力度の評価値を表している。(21)の分母は都市機能サービスの価格と2地域間距離コストを表していることから、遠距離にある都市機能サービスの魅力度は薄れることになる。また分子はその地域の人口が多ければ魅力度が向上することを示している。

(20)は i 都市に立地する都市機能 k に対する潜在需要を表している。右辺の第1項は需要量が価格及び距離コストに対して右下がりであることを示している。右辺の第2項は j 都市の住民が i 都市の都市機能サービス k を選好する確率が、その都市の相対的魅力度に対応していることを示している。

(19)は i 都市に立地する都市機能 k に対する潜在需要量を供給するために必要とされる雇用者数を表している。

(18)は(19)から導かれる潜在雇用量 M_i と現実の雇用可能量 J_i とのギャップから、新たな雇用可能量増分が決定されることを表している。

(17)は右辺の第1項において、雇用可能量に応じた i 都市の人口増分が決まることを意味し、第2項において他地域との人口転出入がそれぞれの人口圧力及び距離によって決まることを示している。

都市機能については $k=1, 2, 3, 4$ で低次から高次の都市機能を表し、各都市機能は人口が x_k^{th} を越えた段階で形成されるものとしている。

3-2 シミュレーション結果

ここでは(17)から(21)のモデルのパラメータについて、次のような値を与えた。

$$\begin{aligned}
& b_1=0.001, m_1=0.005, \alpha=0.01, \beta=1.5, \gamma=1.1, \delta=1, \lambda=1, \tau=0.001, P_1^k=1 \\
& \varepsilon^1=0.25, \varepsilon^2=0.15, \varepsilon^3=0.1, \varepsilon^4=0.01, \rho^1=1, \rho^2=0.2, \rho^3=0.1, \rho^4=0.01 \\
& \phi^1=1, \phi^2=0.15, \phi^3=0.1, \phi^4=0.01, l=10, e=1, x_1^{th}=60, x_2^{th}=68, x_3^{th}=85, x_4^{th}=100 \\
& J_1^0(0)=60, J_1^1(0)=12, J_1^2(0)=9, J_1^3(0)=6, J_1^4(0)=3
\end{aligned}$$

都市の数は50とし、それらの空間的分布は三角格子状に設定した。各都市の初期人口はほぼ一様とし、68単位の人口に5%の乱数を発生させた人口を初期値としている。図5～11は $t=0$ から $t=30$ までをシミュレーションした結果を5期毎に示したものである。 $t=5$ においては第12都市と第41都市に人口が集中し、中心都市が形成されつつあることが示されている。またそれらを囲む都市においても、より高次な都市機能が整備され、階層的な都市配置がなされつつあることが分かる。

$t=10$ になると、第12都市、第41都市ともより集積が進み、最も高次な都市機能を備えていることが分かる。またそれらの中心都市を囲む下位都市群の圏域も広がり、両都市の下位都市群は合併され、より広域的な大都市圏域が形成されていることが分かる。

$t=15$ になると、第12都市の人口増加が可住人口容量に近付くため、第12都市から周辺都市への人口流出が進み、第12都市では人口減少となる。第41都市ではこの時点で雇用容量に余裕があるため、人口は増加し続けている。

$t=20$ では第12都市の人口が減少し続け、第41都市でも可住人口容量の上限から、人口が減少に向かっていることが示されている。しかし第12都市、第41都市のいくつかの周辺都市では、人口が増加し

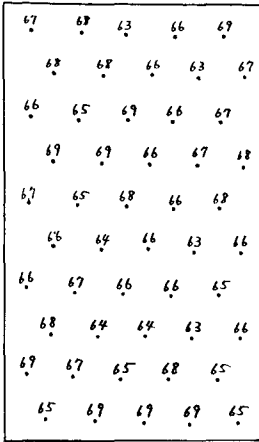


図5 地域人口分布 ($t=0$)

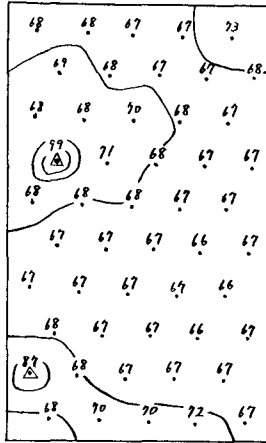


図6 地域人口分布 ($t=5$)

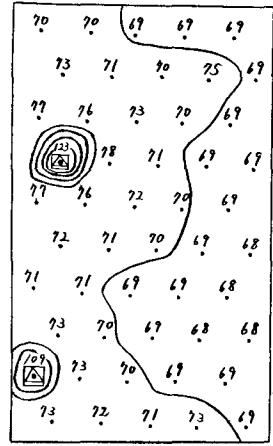


図7 地域人口分布 ($t=10$)

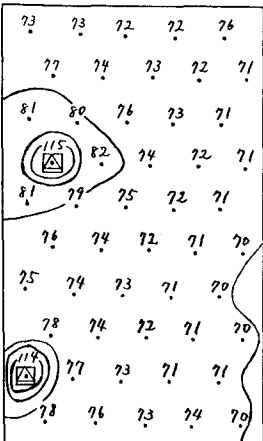


図8 地域人口分布 ($t=15$)

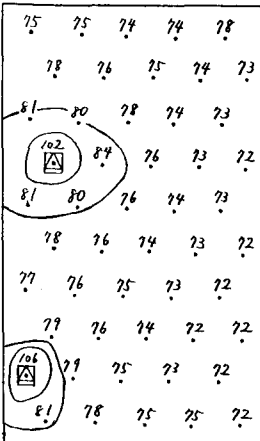


図9 地域人口分布 ($t=20$)

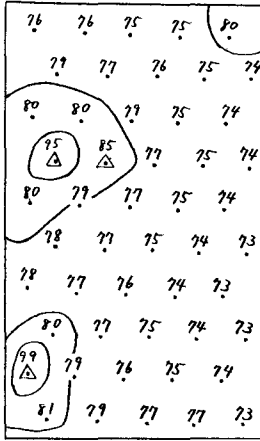


図10 地域人口分布 ($t=25$)

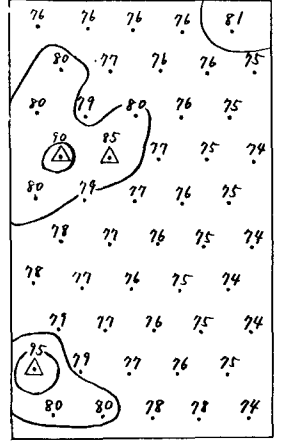


図11 地域人口分布 ($t=30$)

つつあることが分かる。

$t=25$ では第1 2都市、第4 1都市の人口はさらに減少しているものの、第1 4都市では第2位の高次都市機能が整備され、twin citiesが形成されていることが分かる。

$t=30$ では第1 2都市、第4 1都市の人口がやや減少する以外は、 $t=25$ の時とほぼ同様の傾向であるが、第9都市に新たな中心都市が形成される可能性が示されている。

4. おわりに

本研究はPrigogineに始まり、Allenらによって発展され続けている自己組織化理論を筆者なりに整理し、数値シミュレーションを通して、その応用を示したものである。本研究により「混沌とした一様性の中」にゆらぎが与えられることにより、そのゆらぎが吸収され、消滅するのではなく、逆にゆらぎが拡大され、新たな秩序形成がなされていく姿を再現できたものと言える。本研究については、今田などによる批判的議論もあるが¹¹⁾、ゆらぎという偶然性が地域の発展パターンに大きな影響を与えるということ、またその発展パターンが非可逆的であるという考え方は、大規模プロジェクトによる地域環境の大きな変化などを考えていく上で重要な示唆を与えて行くことと思われる。なお、北海道大学山村悦夫教授、加賀屋誠一助教授からは貴重な御指導を賜り、深く謝意の意を表します。また数値シミュレーションについては、修士2年山口宗吾君の多大な協力を得たので、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Allen, P.M. (1976): Evolution, Population Dynamics, and Stability, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, Vol.73, No.3, pp.665-668
- 2) Allen, P.M., Deneubourg, J.L. and Sanglier, M. (1978): Dynamic Urban Growth Models, Transportation Systems Center, Cambridge, M.A.
- 3) Allen, P.M., Deneubourg, J.L., Sanglier, M., Boon, F. and dePalma, A. (1978): The Dynamics of Urban Evolution Volume I: Intra-Urban Evolution, Transportation Systems Center, Cambridge
- 4) Allen, P.M., Deneubourg, J.L., Sanglier, M., Boon, F. and dePalma, A. (1978): The Dynamics of Urban Evolution Volume II: Intra-Urban Evolution, Transportation Systems Center, Cambridge
- 5) Allen, P. M. and Sanglier, M. (1979): A Dynamic Model of Growth in a Central Place System, Geographical Analysis, Vol.11, No.3, pp.256-272
- 6) Allen, P. M. and Sanglier, M. (1981): A Dynamic Model of a Central Place System -II, Geographical Analysis, Vol.13, No.2, pp.149-164
- 7) Allen, P. M. and Sanglier, M. (1981): Urban Evaluation, Self-Organization, and Decisionmaking, Environment and Planning A, Vol.13, pp.167-183
- 8) 甘利俊一 (1986): 自己組織化とは何か、数理科学 1986年7月号、PP.5-9
- 9) Glansdorff, P. and Prigogine, I. (1971): Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations, Wiley-Interscience
- 10) 林 上 (1986): 中心地理論研究、大明堂
- 11) 今田高俊 (1986): 自己組織性、創文社
- 12) Nicolis, G. and Prigogine I. (1977): Self-Organization in Nonequilibrium Systems, John Wiley & Sons, Inc.
- 13) Prigogine, I. (1984): From Being to Becoming, W.H. Freeman and Company
- 14) Prigogine, I. and Stengers, I. (1984): Order Out of Chaos, Bantam Books
- 15) Silverberg, G. (1984): Embodied Technical Progress in a Dynamic Economic Model: The Self-Organization Paradigm, Nonlinear Models of Fluctuating Growth (edited by Goodwin, R.M., Kruger, M. and Vercelli, A.), Springer Verlag, pp.192-208