

II—23

透過質媒体の下流域における流れの構造

北海道大学 工学部 正 員 長谷川 和義

北海道大学 工学部 学生員 柿崎 恒美

1. はじめに

太古の昔より、日本の河川には治水を目的として杭工、柵工などの透過柱の水制が用いられてきた。また、近年でも透過水制は不透水制にくらべて、先端の深掘れや対岸への悪影響が少なく容易に土砂を堆積することができるなどのメリットがあるために、その設置例は増えているようである。しかし、透過水制の機能に関する理論的な研究はほとんど見あたらず、その効果的な形状や設置法については経験的におこなわれているようである。

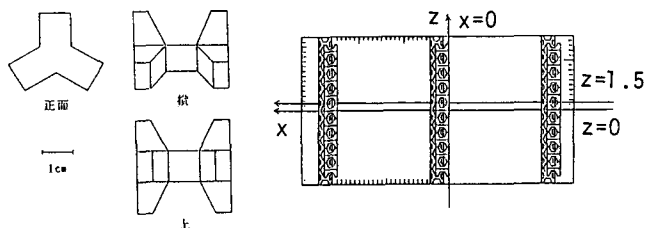
昨年、筆者ら¹⁾²⁾は、透過水制の模型実験において、水制を通り過ぎる流速が、同一水理条件でも2通り現われることをみいだした。そこで、本年度はこの現象がより一般的に透過性媒体のもとで生ずるものと考え解析的に扱うことにした。図1は、2次元の透過水制を想定し概念的に領域を区分したものである。詳細な流速分布の測定によれば水制の直下流部は、2次元の段落ち流れに似ている。すなわち(1)領域2は異速度流体の混合層であり自由乱れが発達するものと考えられる。したがって自由乱流モデルにより渦動粘性係数 ε を用いる。しかし、領域2に剥離域が発達するため現象はかなり複雑なものとなる。

(2)領域3は後流層と見なすことができる。山岡³⁾は栈粗度下流域をこのモデルで表し、対数分布と結び付けることによって抵抗則を得ている。この領域の解析の特徴は抵抗係数 C_D が用いられることである。筆者ら⁴⁾は、先に(1)に着目した透過水制の解析を進めてきたが、ここでは(2)の後流モデルを用いて透過媒体下流域の流速分布、粗度効果について、実験を交えながら理論的に検討することにする。

2. 模型組ブロックによる実験

2-1) 実験概要

実験装置は昨年と同様である。すなわち、図2に示すように3連ブロックを組んだ透過水制を幅30cm、長さ10cmの鋼製可傾斜水路いばいに横断するように組み合わせ、二次元模型としている。水制間隔は実河川で使われている水制のデータ



図(2) 水制ブロックおよびその配置

を参考にして水制高の10倍の25cmとした。各水制間には径3mmの砂を粗度として張り付けている。表1は昨年度実験と合わせて 実験条件と主要水理量を示したものである。今年度の実施実験は流れの三次的な性質をチェックする目的で図のように詳しい流速を測定している。流速計はビトー管が用いられた。RUN5以降の実験は透過流速のみ測定したもので三井⁵⁾によるものである。

2-2) 実験結果

Flow Structure of Down Stream Region Over a Premeable Medium

by Kazuyoshi HASEGAWA and Tunemi KAKIZAKI

a) 流れの水理学的性質

表1に示すようにRun2～4およびRunK-2のRe数は 10^4 のオーダーにある。これは抵抗係数がほぼ一定の領域にあり、このことは後に述べる後流モデルへの有用性がうかがえる。

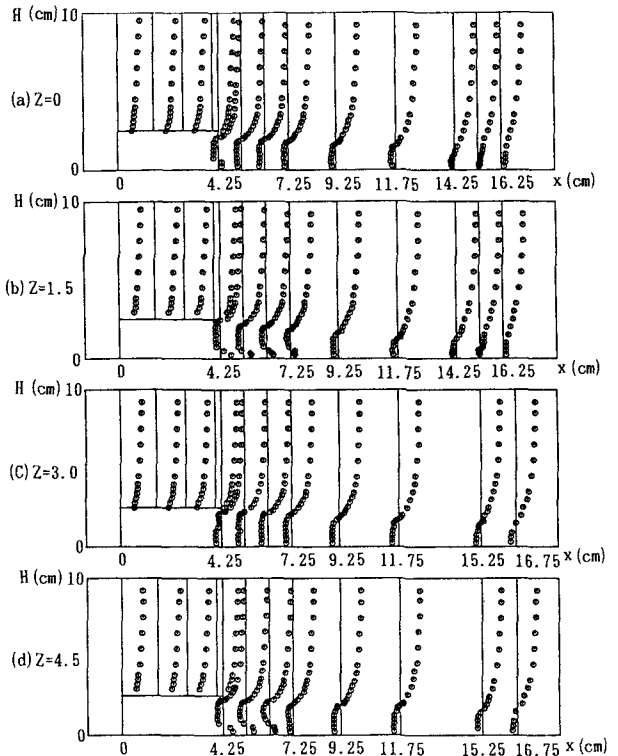
表1 実験条件および主要水理量

RUN NO.	Q (ℓ/s)	河床勾配	水深 (cm)	U (cm/s)	V_0 (cm/s)	V_0/U	Fr	Re
RUN 2	7.75	1/500	9.97	25.9	22.0	4.97	0.26	19712
RUN 3	7.75	1/500	9.97	25.9	21.4	4.84	0.26	19712
RUN 4	7.75	1/500	9.97	25.9	13.0	2.94	0.26	19712
RUN K2	10.23	1/250	10.05	34.0	15.0	2.39	0.34	34170

ただし、Q=平均流量、U=平均流速、 V_0 =平均透過流速、 U =摩擦速度

b) 流速分布

図3は(a)～(d)は各々RunK-2の $z=0$ から $z=4$.5までの流下方向における流速分布を示したものである。既報⁽¹⁾⁽²⁾に示しているRun2、Run4においては、同一の実験条件にありながら非常に異なった流速分布を示している。この分布の違いが透過流(吹き出し流)の横断方向へのゆらぎに起因しているのではないかという疑問を明らかにするために4測線の分布の比較を行う。図によれば、吹き出し場所と、それ以外の場所での分布の違いが明瞭であったものの横断方向にゆらぎが起こっている様子はうかがえない。このことは染料による可視化によっても確認される。また、RunK-2は他の実験に比して勾配条件がきつくなっており平均流速が大きい。この影響によるものか、剥離域がこれまでの実験の中で一番長く、12cm($L/k=4.8$)に達している。しかもこれまでの数度の試みにもかかわらず、もう一つの透過状態(おそらく、透過流速の大きい方の状態)が現れていない。こうした現象を明確にし、その発生条件を知るには、解析研究が不可欠なものといえる。

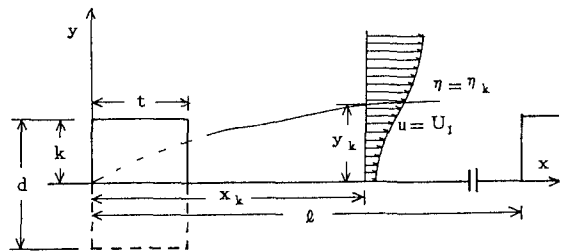


図(3) RunK-2における流速分布

3. 後流モデルによる解析

3-1) 流速分布

前述のように透過水制下流域を2次元段落ち流れとみなした場合、Reattachment Pointよりも下流の区間は後流領域に近似できる。問題にしている後流層の流速分布が、Schlichting⁶⁾によって示されているような一様流 U_0 が幅dの物体に接近する場合の分布に従うものとすれば、座標軸及び記号を図4のように選んで次式で示される。



図(4) 後流モデルの概念図

$$\frac{u}{U_{\infty}} = 1 - \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{U_{\infty} C_D d (1-n)}{\epsilon}} \left(\frac{x}{C_D d}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{4} \eta^2\right) \quad \eta = \sqrt{\frac{U_{\infty}}{\epsilon x}} y \quad (1)$$

石川⁷⁾によれば、この解はシアフローモデルによる摂動解の第一項に相当する。ただし、いま問題にしているのが透過媒体でありしたがって C_D を以下のように定義している。

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_1 dy = \frac{1}{2} C_D (1-n) d U_{\infty} \quad u_1 = U_{\infty} - u \quad n \text{ 空隙率} \quad (2)$$

一方、(1) 式の右辺の後流の拡がりに関する項は、透過媒体の下流で、いかなる性質を有するかは現在のところまだ明らかにされていない。しかし、すぐ後で示すように、不透過媒体の場合と同一であるとして十分現象が説明できる。同様に、渦動粘性係数 ϵ は Schlichting らの実験公式にしたがうものとする。

$$\frac{\epsilon}{U_{\infty} C_D d} = \frac{\epsilon}{U_{\infty} C_D d (1-n)} = 0.0222 \quad (3)$$

図5(a)に見られるように後流領域における流速の鉛直分布は、変曲点を有していて、この点よりも下層で後流流速分布、上層で対数分布に従う。このことは、すでに山岡³⁾により指摘されているとおりである。そこで、混合距離が一致する点を見いだすことにより前者を後者に接続させることが可能である。すなわち、(1) 式を y で微分し、 ϵ と η との関係 $\epsilon = \eta^2 \frac{du}{dy}$ から η を求めると、

$$\eta = 0.0222 \sqrt{\frac{8\sqrt{\pi} C_D d x}{\eta \exp\left(-\frac{1}{4} \eta^2\right)}} \quad (4)$$

を得る。この式が Prandtl の壁法則による混合距離 $\eta = \kappa y$ (κ : カルマン定数 0.4 をもちいる。) に等しいと置けば、

$$\eta^3 \exp\left(-\frac{1}{4} \eta^2\right) - 1.11 \sqrt{\pi} = 0 \quad (5)$$

なる超越方程式を得る。式(5)を満たす η を η_k として数値的に解けば $\eta_k = 3.52$ および 1.52 の2根が得られる。式(5)を満足する η が2つ存在するということは、 X と C_D が同一でも対数領域と後流領域の境界が2とおり存在する可能性を示唆しているわけである。図(5)(b), (c) は Run2, Run4 の $X=12.5$ (cm) 地点での実測値の流速分布図である。この図を見れば、Run2の方は、 $y=4.5$ (cm) 付近に変曲点を有していて、Run4は $y=2.3$ (cm) 付近に変曲点を有している様子がうかがえる。つまり Run2の方は $\eta_k = 3.52$ 、Run4の方は $\eta_k = 1.52$ でそれぞれ境界を持っているようであり境界の2価性実測からも確認される。したがって混合距離 η を用いた接続法のもとで式(1)は適切な C_D, U_{∞} を与えてやれば十分実験結果を満足するように思われる。本来、 C_D, U_{∞} は実験より得られるべきはすのものであるが、実験は一様流ではなく、また後流は水面まで全域に渡って発達していないので、これらを定めるのは難しい。そこで、次のような若干の工夫をする。 C_D は式(2)で定義されているこれを

$$\int_0^{y_k} u (U_1 - u) dy = \frac{1}{2} C_D (1-n) k U_1^2 \quad (6)$$

と、定義し直して実験値より C_D を求めるものとする。ここで、 y_k, U_1 はそれぞれ後流領域と対数領域の境界の y 座標、流速であり実測値より決まるものである。また上式と式(2)右辺との違いは考えている領域の欠損速度 u_1 が U_1 に比べてそれほど小さくないことによっている。

実験値を用いて式(6)により C_D を求めれば $C_D = 1.38$ を得る。この値は床面上に置いた不透過の正四角柱の抵抗係数 1.20 よりやや大きい。表2に $X=12.5$ (cm) 地点での U_1 と y_k さらに $C_D = 1.38$ 時の式(1)から求まる仮想の U_{∞} を載せる。(ただし y_k の欄の()内の値は $y_k = \sqrt{\frac{U_1}{U_{\infty}}}$ から求めた y_k の値である。) 以後 U_1, y_k, U_{∞} に関しては表2の値をもちいるものとする。表に示すように U_{∞} の値は両者が必ずしも一致していない。しかしそれ程大きな違いは無く矛盾は生じないものと思われる。また U_1 と U_{∞} はオーダー的にかわりなく、今回の実験の Re 数の大きさを考慮すれば式(6)によって評価した C_D は、普遍的な値を有しているものと思わ

表(2) $x=12.5$ cmにおける U_1, U_{∞}, y_k 値

	Run 2	Run 4
U_1 (cm/S)	30.5	17.0
U_{∞} (cm/S)	31.5	28.0
y_k (cm)	4.8 (4.8)	2.2 (2.1)

れる。

次に $y \geq y_k$ の領域で、流速分布が完全疎面の対数分布則に従うものと考え、次の (7) 式、(8) 式が成り立つ。

$$\frac{U_1}{U_*} = 8.5 + 5.75 \log \frac{y_k}{k_*} \quad (y = y_k) \quad (7) \quad \frac{u}{U_*} = 8.5 + 5.75 \log \frac{y}{k_*} \quad (y > y_k) \quad (8)$$

ただし、 k_* は相当粗度である。

上式の辺々を引いて、

$$\frac{u}{U_*} = \frac{U_1}{U_*} + 5.75 \log \frac{y}{y_k} \quad (9)$$

が導き出される。

図 (5) (b), (c) の実線は $C_D = 1.38$ としたときの式 (1)、式 (9) である。Run4 の方は実測と一致しているが、Run2 では後流領域の外側で実測はポテンシャルフロー的でありしたがって対数分布とは一致していない。この原因は現在のところよくわかっていない。

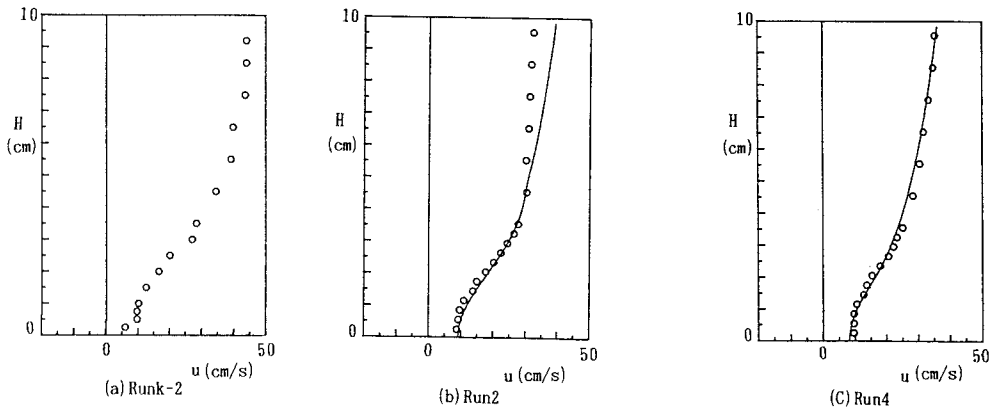


図 (5) 後流領域の流速分布図

3-2) 抵抗則

水路面上のせん断応力 τ_0 は、流れ全体の平衡条件から考えて水制の抗力抵抗 (D_1)、水制の幅 b における摩擦抵抗 (D_2)、再付着点より下流側の河床で発達する渦抵抗 (D_3)、前述の対数領域と後流領域の境界での乱流摩擦抵抗 (D_4) との合計と考えられる。しかし、十分 Re 数が大となるとき D_2 、 D_3 は D_1 、 D_4 に比べて小さく近似的に無視できるのでせん断力の平衡に関する条件は次式ようになる。

$$\tau_0 b = \rho U_*^2 = D_1 + D_4 \quad (10)$$

ここで、 D_1 を抗力係数 C_D を使って表せば、

$$D_1 = \frac{1}{2} \rho C_D (1-n) k U_*^2 \quad (11)$$

また、 D_4 は式 (1) の y 微分に ε を乗じ $\eta = \eta_k$ に沿って x で積分することによって得られ、したがって D_4 は

$$D_4 = \int_{x_0}^x \rho \varepsilon \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{\eta=\eta_k} dx = \frac{U_\infty^2}{4\sqrt{\pi}} \rho C_D k \eta_k \exp\left(-\frac{1}{4} \eta_k^2\right) \log_a \frac{b}{x_0} \quad (12)$$

ただし、 x_0 は後流が発達し始める地点の x 座標

式 (10) に (11) 式、(12) 式を代入しさらに式 (1) より導いた U_1 と U_∞ の関係から U_∞ を消去して整理すれば、

$$\frac{U_1}{U_*} = \sqrt{\frac{2b}{C_D k} \left\{ (1-n) + \frac{\alpha^2}{2\sqrt{\pi}} \eta_k \exp\left(-\frac{1}{4} \eta_k^2\right) \log_a \frac{b}{x_0} \right\}^{-1}} \quad (13)$$

ここに $U_\infty = \alpha U_1$ となる。

式 (13) を完全粗面に対する平均流速の対数分布則

$$\frac{U_m}{U_*} = 6.0 + 5.75 \log \frac{H}{k_*} \quad (14)$$

に式 (6) とともに代入すれば透過性水制の抵抗に対する次の関係式を得る。

$$\frac{U_m}{U_*} = 5.75 \log \frac{H}{k} - 5.75 \log \frac{y_k}{k} + \sqrt{\frac{2\ell}{C_D k} \left\{ (1-n) + \frac{\alpha^2}{2\sqrt{\pi}} \eta_k \exp\left(-\frac{1}{4} \eta_k^2\right) \log_0 \frac{\ell}{x_0} \right\}^{-1} - 2.5} \quad (15)$$

上式で x_0 はまだ定まっていないが、これを式 (10) のせん断力に関する平衡条件を満たすように実測値より定める。

図 (6) は式 (15) および足立の棧粗度抵抗に対する半理論式を実測値とともに描いたものである。式 (15) は同一の s/k に対する抵抗が不透水の棧粗度実験をもとに導かれた足立式よりも小さい値を取るという透過水制の実験結果をよく説明しているようである。しかし、実測では Run2, Run4 共に一つの直線に並んでいるのに対し理論線は η_k の取り方で異なる。これは、式 (15) 中の y_k の評価すなわち x_k に問題があったためと推定される。

4. 透過流の性質

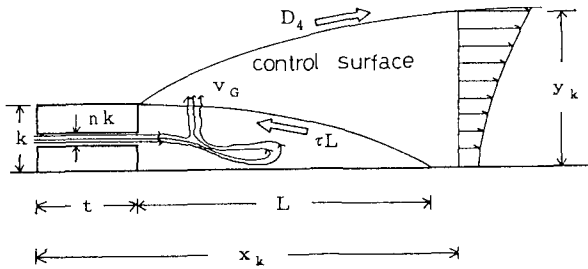


図 (7) 記号の定義と概念図

水制を透過する流れは、水制上下流の圧力差に起因しているものと考えられる。これについて図 (7) の記号によりベルヌーイの定理を立てると

$$\frac{P_3}{\rho g} + \frac{v_w^2}{2g} = \frac{P_1}{\rho g} + f_g \frac{t}{nk} \frac{v_g^2}{2g} + \frac{v_g^2}{2g} \quad (16)$$

ただし、 P_1 P_3 は静水圧と位置ポテンシャルの和からの圧力の変動分 v_g 平均透過流速 v_w 平均接近流速 f_g 透過ブロックの摩擦係数 n 透過ブロックの平均空隙率

次に図 (7) のように分離流線と後流領域の境界線および $x = x_k$ によって囲まれる面を検査面にとり運動量の定理を立てると

$$\rho \int_0^{y_k} u^2 dy - \rho \beta U_1 \left\{ \int_0^{y_k} u dy - kn v_g \right\} - \rho nk v_g U_1 = \frac{1}{2} (P_1 - P_3) y_k - \tau L + D_4 + \frac{1}{2} (x_k - t) y_k \rho g I \quad (17)$$

ただし後流境界へ流入する際の流速を βU_1 としている。

式 (15) および式 (1) を式 (16) に代入し圧力を消去すれば

$$\frac{1}{4} \left(1 + f_g \frac{t}{nk} \right) \left(\frac{v_g}{U_1} \right)^2 + nk_* (\beta - 1) \left(\frac{v_g}{U_1} \right)^2 + \alpha^2 A - \alpha \beta B - \frac{1}{4} \left(\frac{v_w}{U_1} \right)^2 + \frac{1}{2} (1-n) C_D k_* - \frac{1}{2} \frac{(x_k - t) g H I}{U_1^2} = 0 \quad (18)$$

$$A = 1 - C_D k_* \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \eta_k \right) + 0.473 C_D k_* \sqrt{\frac{C_D k}{x_k}} \operatorname{erf} \left(\frac{\eta_k}{\sqrt{2}} \right) \quad B = 1 - \frac{1}{2} C_D k_* \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} \eta_k \right)$$

$$\operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-z^2} dz \quad k_* = \frac{k}{y_k}$$

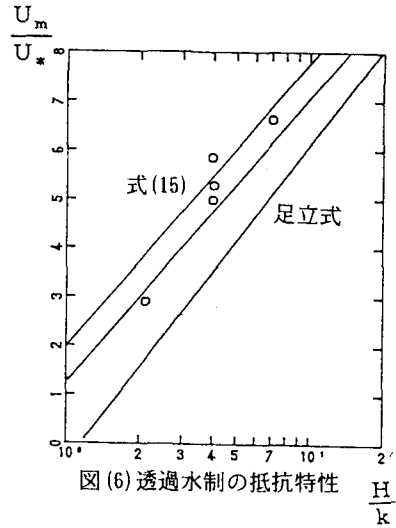


図 (6) 透過水制の抵抗特性

上式は、剥離領域に対して運動量式を立てて導いた筆者らのもう一つの V_0 に関する方程式と本質的には同じものであるがいまいさの残る剥離長を用いずに後流域の流速分布を積極的に用いている点で異なっている。同式は η_k が2つの値を取り得るので各 η_k ごとに、もし正根を有するならば4つの V_0 が存在することになるわけであるが β, v_w として妥当な値を選んだ結果では物理的に意味のある根は1根ずつの計2根に限られた。これらの値は表のようにある程度一致している。

表3 透過流速の理論値と実測値の比較

	RUN 2	RUN 4
実測値 (cm/sec)	22.0	13.0
理論値 (cm/sec)	27.0	19.0

5. まとめ

1.) 透過性媒体 (組ブロック水制) の下流域は不透過性媒体あるいは段落ち下流域の流れに類似している。特に再付着点以降を後流領域と対数分布領域に区分することが可能であり、それぞれ不透過の場合の理論を援用することができる。

2.) その際、2つの領域に関する解(η_k)は混合長が一致する条件から2つ導かれる。これが透過水制の透過流の場合の2価性を誘発しているといえる。しかしながら2価のうちいずれが起るかは現在のところ依然として不明である。

3.) η_k が2通りあっても水制上の流れの抵抗は式(10)中の α_0 を通じてうまくバランスされ一定である。このことは透過水性の粗度効果が透過流速や剥離長に無関係であるという実験結果をうまく説明する。

4.) 透過流速を求めるために下流域に後流流速分布を生かした形の運動量式をたてベルヌーイ式と連立させると2次方程式が得られる。しかし、解の1つは負根と成りこのことによる2価性は取り得ない結果となった。この結論は先の筆者ら⁴⁾による剥離域を利用した2次方程式と一致せず今後の検討が必要である。

参考文献))

- 1.) 長谷川和義・三井和久：透過水制工の流速減少要因に関する実験的研究，土木学会北海道支部論文報告集，1989
- 2.) 長谷川和義・三井和久：透過水制工の水理特性に関する実験的研究，土木学会第44回年次学術講演会概要集，1989
- 3.) 山岡勲：河床上の物体が水路の抵抗と流砂に及ぼす効果の研究，北海道大学提出学位論文，1961
- 4.) 透過水制における透過流量と抵抗特性；水工学会論文集，1990
- 5.) 三井和久：透過水制工の水理特性に関する実験的研究，北海道大学提出卒業論文，1989
- 6.) Schlichting, h.: Boundary-Layer Theory (Sixth Ed.) Chapt. xxiv
- 7.) 石川忠晴：断面急変に伴う剥離領域の下流部の流れと底面せん断力について，土木学会論文報告集第257号，1977