

I-40

境界層のある同心円柱を伝わる
弾性波について

室蘭工業大学	正員	菅田 紀之
室蘭工業大学	正員	松岡 健一
室蘭工業大学	正員	尾崎 諒
(株)シビテック	正員	竹内 徹

1. まえがき

積層複合材の一種と考えられる多層同心円柱を伝播する弾性波は各層の材料定数や層間境界の状態により、波長に対し著しい分散性を示すことが知られ、著者等も二層同心円柱に対して種々の解析を行っている^{1)~6)}。昨年度、境界層をもつ同心円柱に対しても、境界層を多層同心円柱の一部とした三層円柱として解析し、軸対称波動の位相速度分散曲線の若干の例を示した⁶⁾。本論文は昨年度と同様の方法により、位相速度の他、波動モードや群速度についても解析し検討を行ったものである。

解析は、鉄筋コンクリートや鋼管コンクリートを対象としているが、境界層は劣化コンクリートのようなものを考えており、この境界層の存在による位相速度、波動モードおよび群速度への影響を検討するものである。

2. 解析方法

解法は既に発表している⁶⁾のでここでは詳細を略すが、その概要について述べると、図-1のように円柱軸(z)方向に伝播する定常波動を仮定し、円柱座標で表される三次元波動方程式にHankel変換を用いて円筒の一般解を求め、これを境界条件を満足するように重ね合わせ、その境界値方程式の根として位相速度を求める。求められた位相速度に対して波動モードや群速度を求め解析を行う。

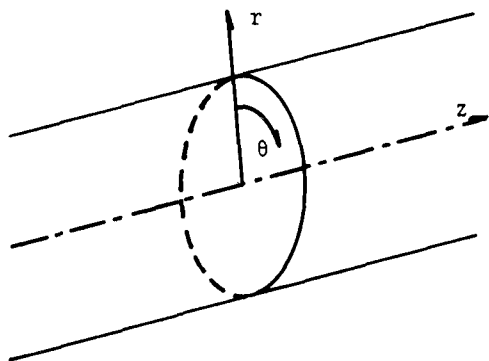


図-1 円柱座標

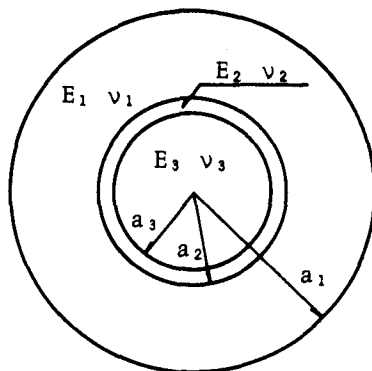


図-2 三層同心円柱

3. 数値解析および考察

数値解析は鉄筋コンクリートや鋼管コンクリートを対象とし、図-2に示すような三層円柱を仮定し、円筒、境界層、円柱の弾性係数およびポアソン比をそれぞれ $E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, E_3, \nu_3$ として次の二つの

場合について行った。

i) $E_1 < E_3$ の場合 (Case I)

円柱の方が円筒より大きな弾性係数をもつ場合であるが、このとき用いた数値は

$\nu_1=1/6$ 、 $\nu_2=1.4/6$ 、 $\nu_3=0.3$ 、 $E_3/E_1=7.0$ 、 $\rho_3/\rho_1=3.2$ 、 $\rho_2/\rho_1=2.1$ として

$a_2/a_1=0.26$ 、 $a_3/a_1=0.24$ および $a_2/a_1=0.11$ 、 $a_3/a_1=0.09$ に対して $E_2/E_1=0.1$ 、 0.001

ii) $E_3 < E_1$ の場合 (Case II)

円筒の方が円柱より大きな弾性係数をもつ場合であるが、このとき用いた数値は

$\nu_1=0.3$ 、 $\nu_2=1.4/6$ 、 $\nu_3=1/6$ 、 $E_1/E_3=7.0$ 、 $\rho_1/\rho_3=3.2$ 、 $\rho_2/\rho_3=2.1$ として

$a_2/a_1=0.91$ 、 $a_3/a_1=0.89$ および $a_2/a_1=0.26$ 、 $a_3/a_1=0.24$ に対して $E_2/E_3=0.1$ 、 0.001

である。位相速度は、固有値方程式の固有値として与えられるが、この場合、固有値は方程式の中に陰な形で含まれるため反復法により求める必要があり、5桁以上の精度を有するように求めた。ここでは、軸対称波動（縦波動、 $m=0$ ）のみを取り上げる。

計算結果の一部を図に示すが、位相速度は、縦軸に位相速度とコンクリート部のせん断波の速度の比を、横軸には波動の半波長を l として、左半分に a_1/l を、右半分に l/a_1 をとり、全体として波長 0 から無限大までを示すようにしている。図中の波線は境界層が存在しない場合の位相速度分散曲線である。一次のとき、波長 0 で Case I のときは円筒部の Rayleigh 波の速度に、Case II のときは円柱部のせん断波の速度に一致している。

図-3 は Case I の一次の分散曲線である。いずれの E_2/E_1 に対しても波長無限大で、 V/V_{s1} の値は二層円柱を体積に応じた換算定数をもつ円柱としたときの bar velocity 1.54 および 1.66 とほぼ一致している。波長が短くなるに従い位相速度も減少するが、その程度は境界層の弾性係数に大きく依存している。波線は境界層のない場合を示しているが、 $E_2/E_1=0.1$ のとき $l/a_1 \approx 0.1$ まで、ほぼ波線と同じ分散性を示している。しかし、 $l/a_1 < 0.1$ では、 $a_2/a_1=0.11$ および 0.26 とも急激に減少し、波長 0 でいずれも境界層のせん断波の速度（ $E_2/E_1=0.1$ では 0.21 、 $E_2/E_1=0.001$ では 0.02 ）に一致している。図-4 は Case II の一次の分散曲線である。境界層の弾性係数を変え分散曲線を比較すると Case I と同様いずれの E_2/E_3 に対しても波長無限大において、 V/V_{s3} の値は換算断面の bar velocity 1.81 および 2.24 とほぼ一致し、波長 0 でも境界層のせん断波の速度に一致している。分散性は Case I のときとはかなり異なり、特に $a_2/a_1=0.91$ の場合で $E_2/E_3=0.1$ のとき複雑な分散性を示している。

図-5 および 6 は Case I および Case II のときの、二次の位相速度分散曲線を同じように示したものである。いずれの場合も波長無限大では無限大に、波長 0 では境界層のせん断波の速度に一致してい

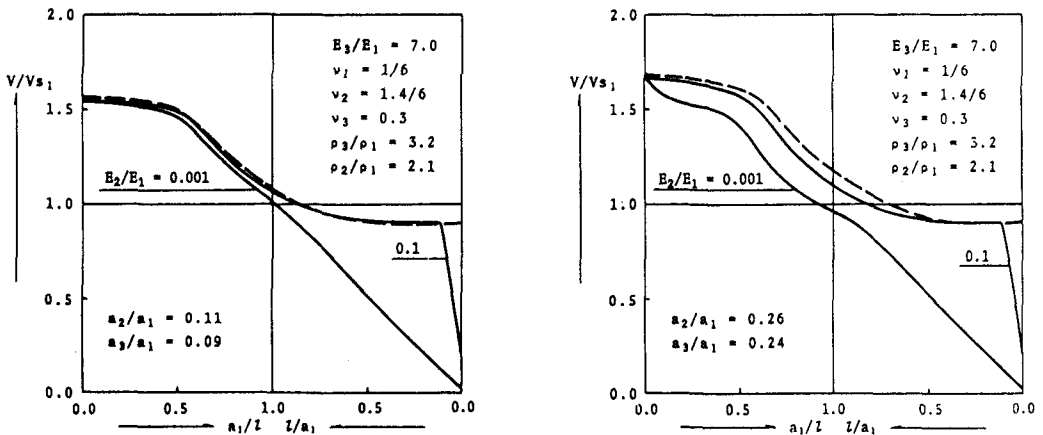


図-3 一次の軸対称波動の位相速度分散曲線 (Case I)

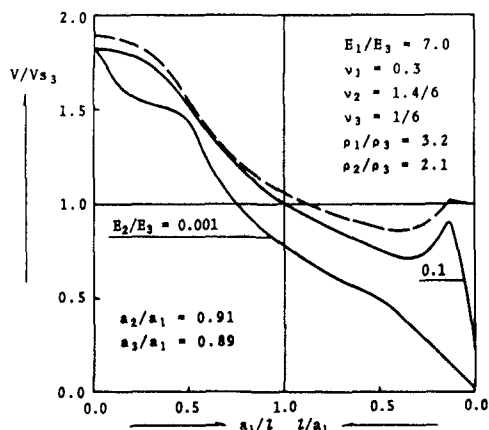
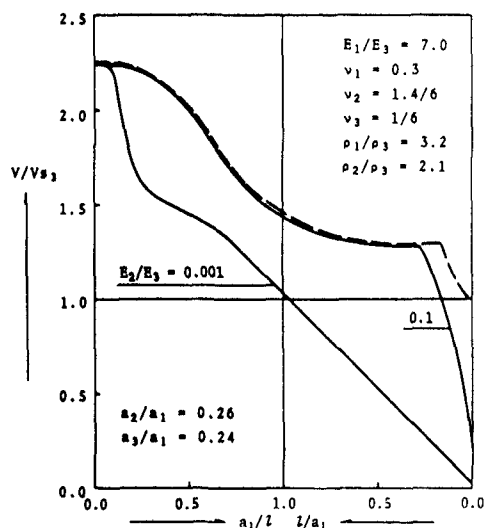


図-4 一次の軸対称波動の位相速度分散曲線 (Case II)

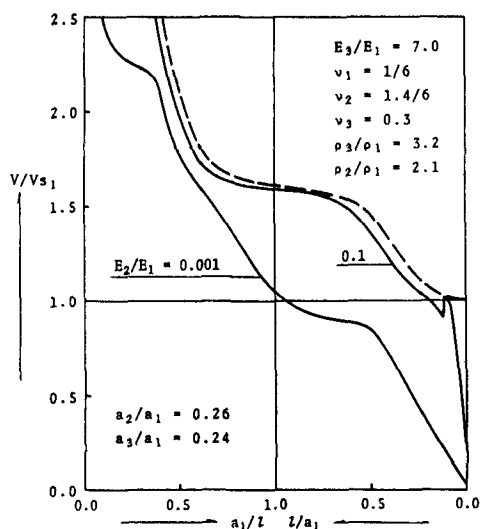
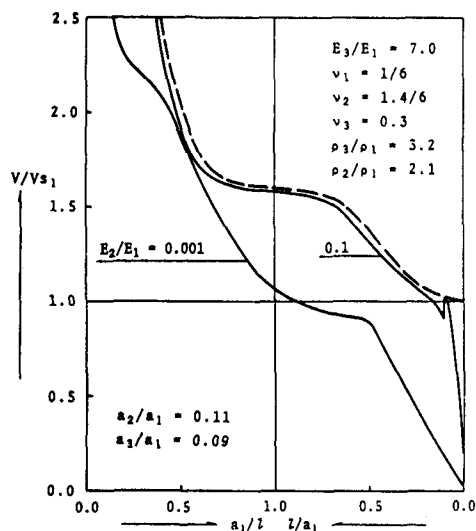


図-5 二次の軸対称波動の位相速度分散曲線 (Case I)

る。Case I で $E_2/E_1=0.1$ 、Case II で $E_2/E_3=0.1$ のときは、一次の場合と同様に境界層のない二層円柱とはほぼ同じ分散性を示すが、 $l/a_1 < 0.1$ では複雑な変化をし急激に減少している。

図-7 および 8 は、Case I で $a_2/a_1=0.11$ 、Case II で $a_2/a_1=0.91$ の場合の一次の波動モードである。いずれの場合も波長が大いとき ($l/a_1=50$) は三層がほぼ一体として挙動し、波長が小さいとき ($l/a_1=0.02$) は境界層に波動が集中していることが明らかである。また、Case I では $E_2/E_1=0.1$ のとき $l/a_1=0.5$ 付近で表面にも大きな波動がみられ Rayleigh 波的な挙動となっている。これらは、図-3 および 4 の位相速度分散曲線をよく説明していることがわかる。

図-9 および 10 は、Case I および Case II の一次の群速度分散曲線である。Case I では、 $a_2/a_1=0.11$ および 0.26 と波長 $l/a_1 > 1.0$ のとき、 E_2/E_1 によってそれほど大きな差はないが、

$l/a_1 < 1.0$ の範囲では E_2/E_1 によってかなり大きく異なる。特に $E_2/E_1 = 0.001$ では、 $l/a_1 < 0.6$ でほとんど 0 に近くなっている。 $E_2/E_1 = 0.1$ では位相速度の分散曲線と同様に、 $l/a_1 < 0.1$ で急激に減少している。Case II では、 E_2/E_3 が小さいとき境界層がない場合と比べると、 a_2/a_1 によらず全波長に対して異なる値となっている。 $E_2/E_3 = 0.1$ のときはやはり $l/a_1 < 0.1 \sim 0.2$ で急激に減少している。

群速度は、エネルギーの伝播速度を示すものであるから、劣化した境界層の存在により群速度が遅いということは、エネルギーが境界層に蓄積されることを示し、大きな応力の集中が起こることが予想されるが、これは波動モードにもよく示されている。

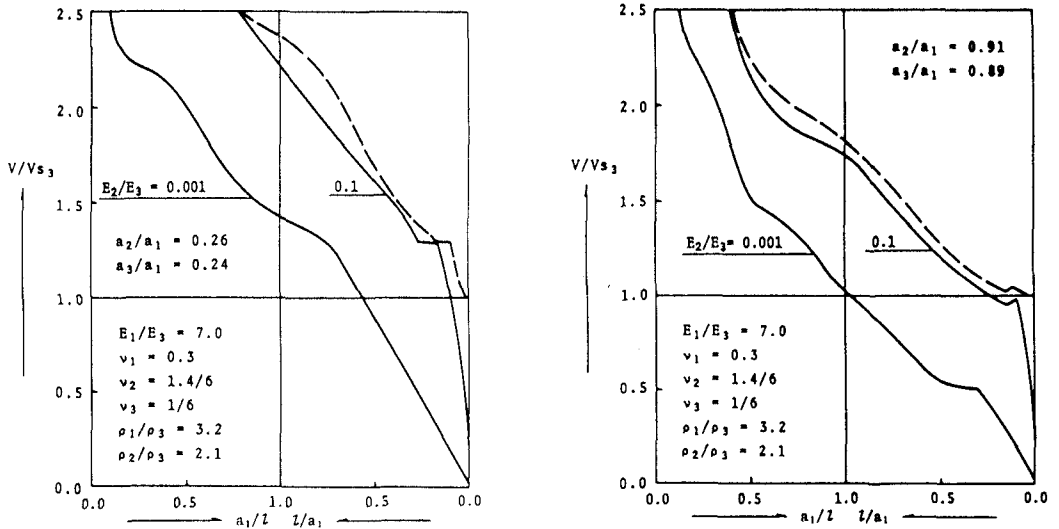


図-6 二次の軸対称波動の位相速度分散曲線 (Case II)

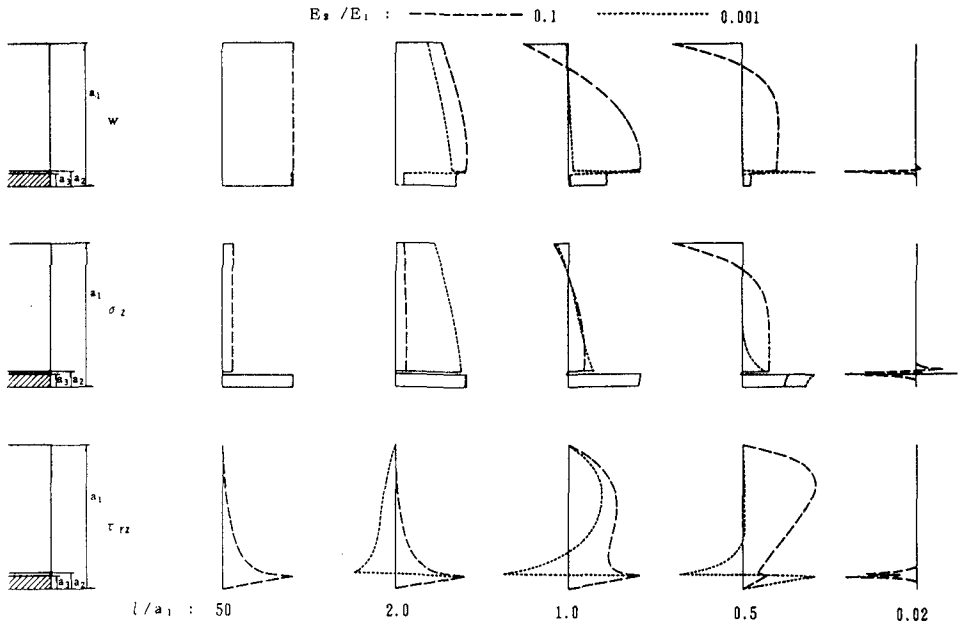


図-7 一次の軸対称波動モード (Case I)

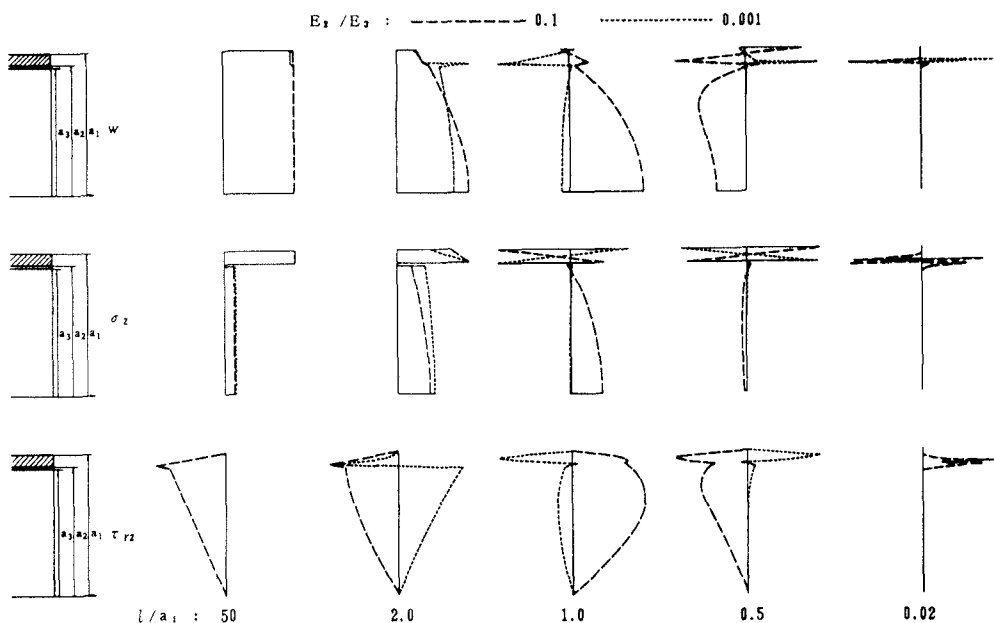


図-8 一次の軸対称波動モード (Case II)

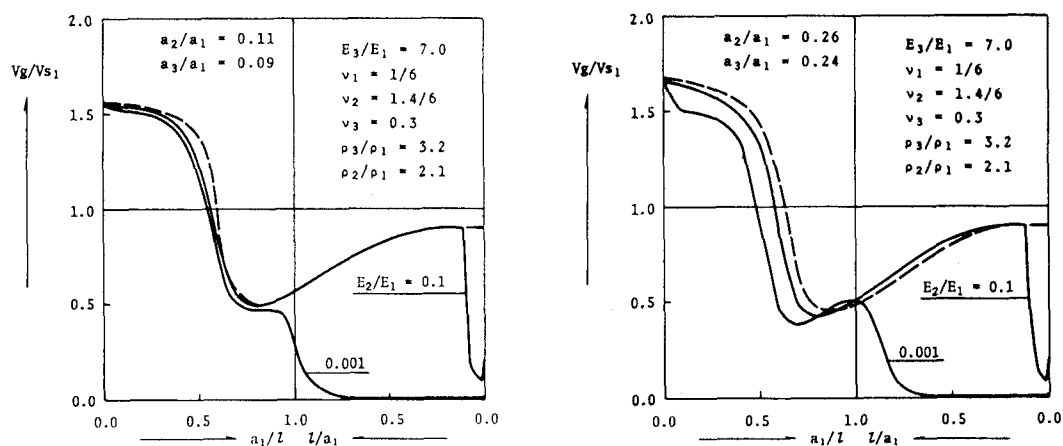


図-9 一次の軸対称波動の群速度分散曲線 (Case I)

4. まとめ

境界層を考慮した二層同心円柱の波動伝播問題を、三層同心円柱として縦波動について解析し、位相速度、波動モードおよび群速度を若干の数値に対して求め、接触面の状態が及ぼす影響について検討を加えた。用いた数値は、鉄筋コンクリートや鋼管コンクリートを想定しているが、この結果、次のことが明らかになった。

- 1) 一次の縦波動の位相速度は波長が無限大に近づくに従い換算断面のbar velocityに近づくが、境界層の状態により、すなわち E_2 の小さなものほど波長が長くなければ、bar velocityに近い速度にならない。
- 2) 二次の縦波動の位相速度は波長が無限大に近づくに従い無限大となるが、境界層の状態により、すなわち E_2 の大きなものほど大きな位相速度となっている。

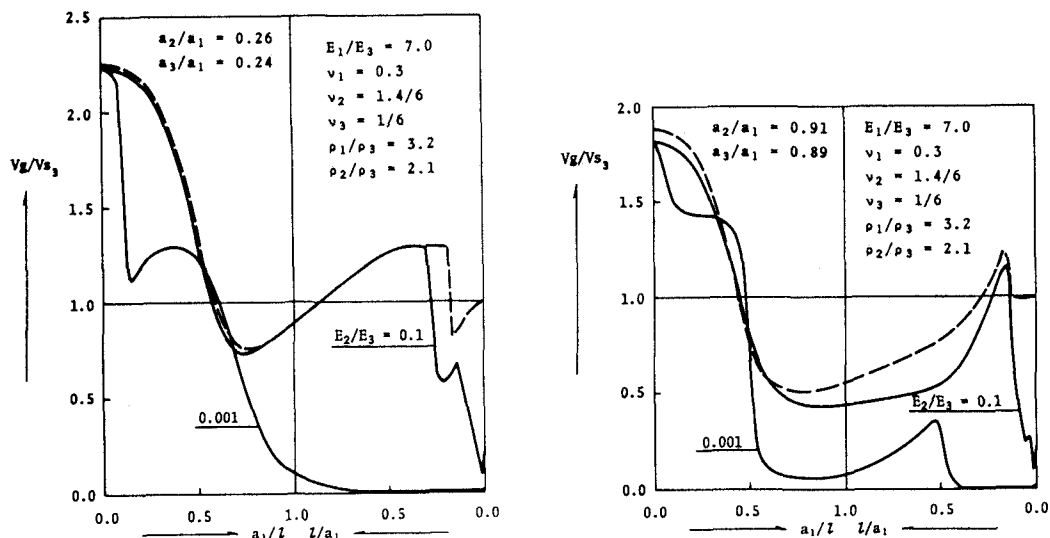


図-10 一次の軸対称波動の群速度分散曲線 (Case II)

- 3) 一次および二次の縦波動の位相速度は Case I および Case II とともに、波長 0 では弾性係数の小さい材料のせん断波の速度となるが、 E_2 の大きなものほど短い波長から減少し、せん断波の速度になる。
- 4) 境界層が存在する二層円柱では、境界層の弾性係数が小さいものほど遅い位相速度となっている。
- 5) 波動モードは Case I、II とともに $l/a_1=50$ では全断面一様に伝播し、 $l/a_1=0.02$ では境界層に集中している。
- 6) 群速度は、この計算では Case により、また E_2/E_1 および E_2/E_3 によりかなり異なるが、共通していえることは、波長の短いところで急激に減少しており、境界層の存在がかなり影響することを示している。

このように、劣化したコンクリートのような弾性係数の小さな境界層をもつ多層円柱は、波長の短い弾性波の伝播挙動に境界層がない場合とはかなり異なる挙動を示すことが明らかになった。このことは、衝撃力のような瞬間的な外力を受ける場合の応答解析には、解析上十分注意を払う必要があることを示している。

参 考 文 献

- 1) 松岡健一・能町純雄：弾性媒体中にある円柱を伝わる曲げ波動の伝播速度について、土木学会論文報告集、第258号、1977。
- 2) 能町純雄・松岡健一・坂下正幸：弾性媒体中にある厚肉円筒を伝わる弾性波について、土木学会論文報告集、第293号、1980。
- 3) Nomachi, S. G., Matsuoka, K. G., Kishi, N. and Ohshima, T. : Elastic Waves of Cylinder in an Elastic Medium, Proc. 4th A.S.C.E. EMD Speciality Conference, 1983.
- 4) 松岡健一・能町純雄・岸徳光：二層同心円柱の波動伝播問題における接触面の影響、土木学会北海道支部論文報告集、第44号、1988。
- 5) 松岡健一・菅田紀之・能町純雄・木田哲量：二層同心円柱を伝わる弾性波の伝播速度、構造工学論文集、Vol. 32A、1986。
- 6) 松岡健一・岸徳光・竹内徹・能町純雄：境界層を考慮した二層同心円柱の波動伝播特性、土木学会北海道支部論文報告集、第45号、1989。