

壁体構造の不連続性を考慮したステイブ・サイロの固有振動解析

北海道大学工学部 正会員 佐々木 康彦
 北海道大学工学部 正会員 芳村 仁
 日本建設コンサルタント(株) 正会員 熊谷 健一

1. まえがき

“コンクリートステイブ・サイロ (concrete stave silo)” は経済的で施工性にも優れているため、欧米では70年来の使用実績を持ち、工業用・農業用大型貯蔵施設として広く普及している。しかし、このステイブ・サイロはコンクリートブロック(ステイブ)を円筒状に組合せて積上げ、外壁をリング状の鉄筋(フープ)で締付けるという不連続な壁体構造を持ち、その振動特性や地震時挙動に関して解明すべき点も多く残されている。

著者等は現在までにステイブ寸法の異なる二種類のサイロ模型振動実験を実施するほか、ステイブ・サイロの動的挙動に関する理論的な検討をめざして、“ステイブ・サイロ要素”と呼ぶ、固有振動解析のための動的解析モデルの開発を進めてきた¹⁾。本報告は、壁体構造の不連続性に起因する剛性低減を考慮したステイブ・サイロ要素における剛体間バネの剛性評価方法と、さらには実物ステイブ・サイロの固有振動解析への適用計算例について述べたものである。

2. ステイブ・サイロ壁体構造の動的解析モデル

前述のステイブ・サイロ壁体構造を構成する主要な構造要素を次のようにモデル化する。個々のステイブは歪が殆ど生じないという実験結果に基づいて、直方体状の『剛体』と仮定する。リング状のフープはステイブとの接触点を節点とする、軸方向変形を考慮した『円弧梁』と考える。また、ステイブ継目での凹凸や摩擦による抵抗機構を、ここでは、剛体間に配置した『分布バネ・集中バネ』のバネ剛性としてモデル化する。これら三種類の構造モデルで構成される円筒状の“剛体—剛体間バネ—円弧梁”系モデル(以下、円筒状RSB系モデルと略称する)における系全体の質量・剛性マトリックスは、その構造モデルである剛体、剛体間バネ、円弧梁の質量や剛性のほか、幾何学的寸法や隣接剛体間の運動学的関係によって定式化が可能である¹⁾。この円筒状RSB系モデルをそのまま適用しても、原則的にはステイブ・サイロの固有振動解析が可能である。しかし、実際には数千自由度にも及ぶ大次元固有値問題となり、実用的な動的解析モデルとは言えない。そこで、この円筒状RSB系モデルを基礎にして、ひとつの新しい構造要素を考案した。

図1に示す“ステイブ・サイロ要素”は、円筒状RSB系モデルを2つの水平面で切断して取出した構造要素であり、両境界面上での4個の変位・回転成分を節線変位とする。さらに、これらの節線変位は円周方向に $\cos n\psi$ あるいは $\sin n\psi$ 分布形 (n は円周方向波数、 ψ は円周方向座標) をなすとし、その節線変位振幅をこの構造要素の未知量とする。このような円筒状RSB系モデルの“有限要素化”により、動的解析モデルの簡略化と自由度の大幅な低減が可能となった。なお、このステイブ・サイロ要素の構造特性マトリックスの定式化に関しては参考文献1)を参照されたい。

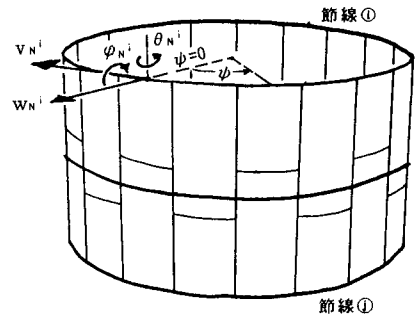


図1 ステイブ・サイロ要素と節線変位

3. スティブ・サイロ要素における剛体間バネの剛性評価方法

実物スティブ・サイロあるいはスティブ・サイロ模型にスティブ・サイロ要素を適用する場合、剛体間に導入した分布バネ・集中バネの剛性定数をどのように決定すべきかが、最も重要な問題となる。ここでは、解析すべきスティブ・サイロ壁体構造と同一材料・同一寸法の円筒殻を考え、それと等価な剛性定数をひとつの基準値とし、さらにサイロ模型実験結果に基づいて不連続性に起因する壁体構造の剛性低減率を推定するものである。

3.1 円筒殻と等価な剛性定数（基準値）の算定式

上下あるいは左右に隣接する剛体の接触面に相対変位・回転角を与えると、剛体間分布バネ・集中バネに力やモーメントが生じる。他方、円筒殻理論における歪・曲率変化を前述の相対変位・回転角で差分近似するとともに、対応する断面力・断面モーメントを剛体接触面での力やモーメントと等置する。このようにして得られた剛体間分布バネ・集中バネの基準剛性定数の算定式を以下に示す。

1) 上下に隣接する剛体間バネの基準剛性定数：

$$\begin{aligned}k_v &= E h / 2 (1 + \nu) \ell \\k_w &= E h^3 / 2 (1 + \nu) \ell b^2 \\K_\theta &= E h^3 b / 3 (1 + \nu) \ell \\K_\phi &= 2 E h^3 b / 3 (1 - \nu^2) \ell\end{aligned}$$

2) 左右に隣接する剛体間バネの基準剛性定数：

$$\begin{aligned}k_v &= E h / (1 - \nu^2) b \\k_w &= E h^3 / 2 (1 + \nu) b d^2 \\K_\theta &= 2 E h^3 d / 3 (1 - \nu^2) b \\K_\phi &= E h^3 d / 3 (1 + \nu) b\end{aligned}$$

ここで、 k_v 、 k_w は隣接剛体の接触面での円周方向・半径方向の相対変位に抵抗する分布バネの剛性定数、 K_θ 、 K_ϕ は接触面での2つの相対回転角に抵抗する集中バネの剛性定数である。また、 E 、 ν は円筒殻の弾性係数とポアソン比、 $2b$ 、 2ℓ 、 $2h$ はそれぞれ剛体の幅・高さ・厚さ、 $2d$ は隣接剛体との接触長を表わす。

この算定式の妥当性を検証するため、過去の振動実験で用いた二種類のスティブ・サイロ模型の諸元を計算モデルとして固有振動解析を行なった。

(a) 縮尺1/8模型は直径80cm、高さ198.5cmで、円周方向50個、高さ方向13段のモルタル製模型用スティブ

(単位体積重量2.09gf/cm³；幅5.0cm、高さ15.2cm、厚さ2.0cm)と32組のフープ(4mm径)で構成されている。同様に、(b) 縮尺1/6模型は直径100cm、高さ203cmで、円周方向40個、高さ方向8段のモルタル製模型用スティブ(単位体積重量2.38gf/cm³；幅8.0cm、高さ26.5cm、厚さ2.2cm)と15組のフープ(5mm径)から成る。また、いずれも弾性係数を 2.5×10^5 kgf/cm²、ポアソン比を1/6とした。ここで、基準剛性定数の算定式を用いる下端固定の“剛体-剛体間バネ系”は円弧梁の剛性を零としたスティブ・サイロ要素により、またそれと同一材料・寸法の片持ち円筒殻は軸対称円筒要素でモデル化し、固有振動解析はサブ・スペース法によった。剛体-剛体間バネ系及び円筒殻との固有振動数の比較を表1に示す。いずれの計算モデルにおいても、低次振動モードに対して相対誤差は5%以内である。なお、両者の固有振動モードも良く対応していた。以上の計算結果から、ここで得られた算定式は円筒殻と等価であるという明確な物理的意味付けを持つとともに、スティブ・サイロ要素における剛体間バネの剛性定数を算定する場合、ひとつの基準値として十分な精度を有することが明らかになった。

表1 剛体-剛体間バネ系と円筒殻による固有振動数 f (Hz)の比較

(a) 縮尺1/8模型の諸元モデル

	円周方向波数 n	高さ方向次数 m		
		1	2	3
円筒殻		215	615	924
剛体-剛体間バネ系	1	210	587	835
(相対誤差%)		(-2.3)	(-4.6)	(-9.6)
円筒殻		148	405	638
剛体-剛体間バネ系	2	145	398	610
(相対誤差%)		(-2.0)	(-1.7)	(-4.4)

(b) 縮尺1/6模型の諸元モデル

	円周方向波数 n	高さ方向次数 m		
		1	2	3
円筒殻		183	513	747
剛体-剛体間バネ系	1	190	497	617
(相対誤差%)		(+3.8)	(-3.1)	(-17.4)
円筒殻		122	340	529
剛体-剛体間バネ系	2	128	347	501
(相対誤差%)		(+4.9)	(+2.1)	(-5.3)

3.2 模型実験結果に基づく基準剛性定数の低減率

円筒殻などの一体式構造に比べると、ステイブ・サイロ壁目目の存在による不連続性に起因して、ステイブ・サイロ壁体構造の剛性は低いことが定性的に推測できる。以下では、前述のステイブ・サイロ要素及び剛体間バネの基準剛性定数の算定式を用いて固有振動解析を行ない、模型実験結果に基づいてステイブ・サイロ壁体構造の剛性低減率の推定値を求める。

実験値と解析値を比較する縮尺1/8ステイブ・サイロ模型を図2に示す。固有振動解析では、模型を高さ方向に12分割してステイブ・サイロ要素を適用した。計算に必要な数値は前節で示した各諸元のほかに、フープの弾性係数を $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ とした。また、剛体間バネの剛性定数は、前節で得た円筒殻と等価な剛性定数を基準値とし、段階的に低減した値を用いた。なお、4種類の剛体間バネの低減率について、今回はすべて一律とした。

剛体間バネの剛性定数の低減に伴う、基本固有振動数（円周方向波数 $n = 1$ 、高さ方向次数 $m = 1$ ）の計算結果を図3に示す。対応する共振振動数の実験値は 31 Hz なので、この縮尺1/8ステイブ・サイロ模型の剛性低減率は $\alpha = 1.1/100$ (1.1%) と推定される。図2 縮尺1/8ステイブ・サイロ模型さらに、縮尺1/6ステイブ・サイロ模型に関しても同様な固有振動解析及び実験値との比較を行ない、 $\alpha = 1.7/100$ (1.7%) という低減率が得られた。これらの結果から、2つのサイロ模型は模型用ステイブの寸法や円周方向・高さ方向のステイブ個数、フープ本数などが異なるにもかかわらず、同じオーダでかつ類似した低減率を示すこと、また、ステイブ・サイロ壁体構造の剛性低減率の推定値が約1~2%であることが明らかになった。

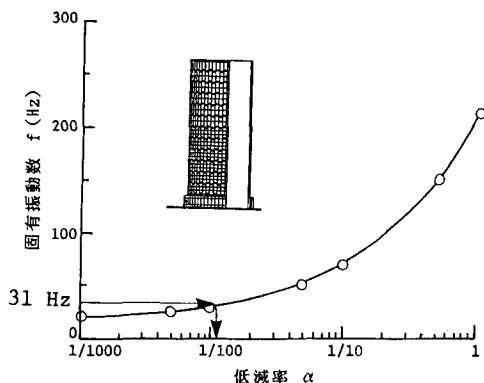
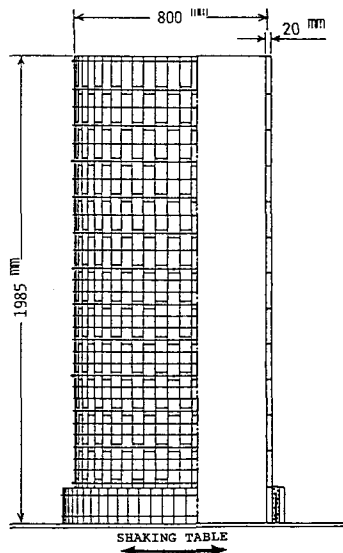


図3 剛性定数の低減に伴う基本固有振動数の低下状況 [縮尺1/8模型]

4. 実物ステイブ・サイロの固有振動解析

ステイブ・サイロ壁体構造の動的解析モデルである“ステイブ・サイロ要素”、その剛体間バネの基準剛性定数の算定式及び模型実験結果に基づく剛性低減率という本報告での解析手法を、実物ステイブ・サイロに適用し、固有振動解析を試みた。

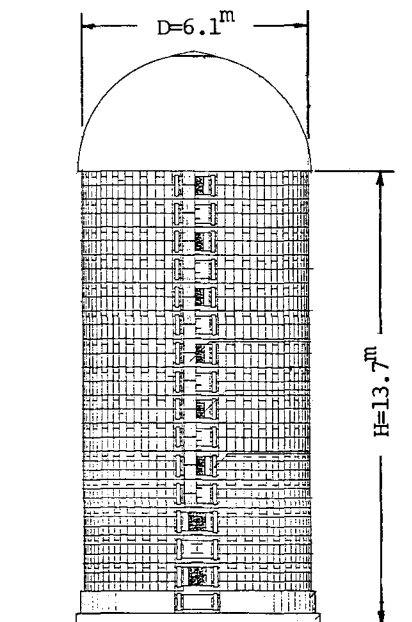


図4 実物ステイブ・サイロ

図4は札幌市郊外で酪農用貯蔵施設として実際に使用されている、20ft.×45ft.規格の実物スティブ・サイロである。直径6.1m、壁体高13.7mで、円周方向86個、高さ方向18段の実物スティブ（単位体積重量 2.11gf/cm^3 ；幅23.0cm、高さ76.2cm、厚さ8.0cm）と15mm径のフープから構成されている。また、計算ではスティブの弾性係数 $2.5\times 10^5\text{kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $1/6$ 、フープの弾性係数 $2.1\times 10^6\text{kgf/cm}^2$ 及び剛性低減率 $\alpha=1.1\%$ の値を用いた。図5は円周方向波数 $n=1$ の場合の、高さ方向次数 $m=1\sim 3$ の半径方向変位振動モードとそれらに対応する固有振動数を示したものである。なお、この実物スティブ・サイロは縮尺 $1/8$ スティブ・サイロ模型の原型モデルであり、相似則から推定する実物スティブ・サイロの基本固有振動数は $f_1=31\text{Hz}/8.0=3.9\text{Hz}$ となる。これに対して、計算値は $f_1=4.2\text{Hz}$ であり、実物スティブ・サイロについても、ほぼ妥当な計算結果が得られたことがわかる。

直径 D 及び（壁体高／直径）比 H/D をパラメータとした、実物スティブ・サイロの固有振動解析結果を図6に示す。これは円周方向波数 $n=1$ 、高さ方向次数 $m=1, 2$ に対する固有振動数 $f(\text{Hz})$ の推移である。この図には直径約3m、壁体高約6mの小規模サイロから直径約8m、壁体高約23mまで、貯蔵量で約70～900tonという広範囲な計算結果が示されている。実物スティブ・サイロの耐震設計に際して固有振動数の推定にひとつの目安を与える資料になるものとする。

5. まとめ

不連続なスティブ・サイロ壁体構造の固有振動解析のための“スティブ・サイロ要素”を考案し、その剛体間バネの剛性評価方法について検討を加えた。また、ここで提示した解析手法を実物スティブ・サイロにも適用し、いくつかの数値計算例を示した。

《 参考文献 》

1) 佐々木康彦、芳村 仁、熊谷健一：

スティブ・サイロの固有振動解析のための一離散的構造モデル、土木学会北海道支部論文報告集、第45号、pp.145-150、1989。

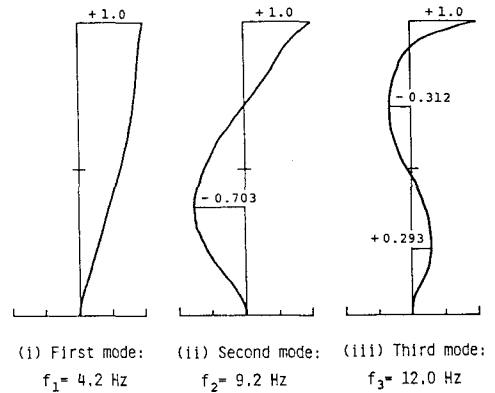


図5 実物スティブ・サイロの固有振動数及び半径方向変位振動モード
[円周方向波数 $n=1$]

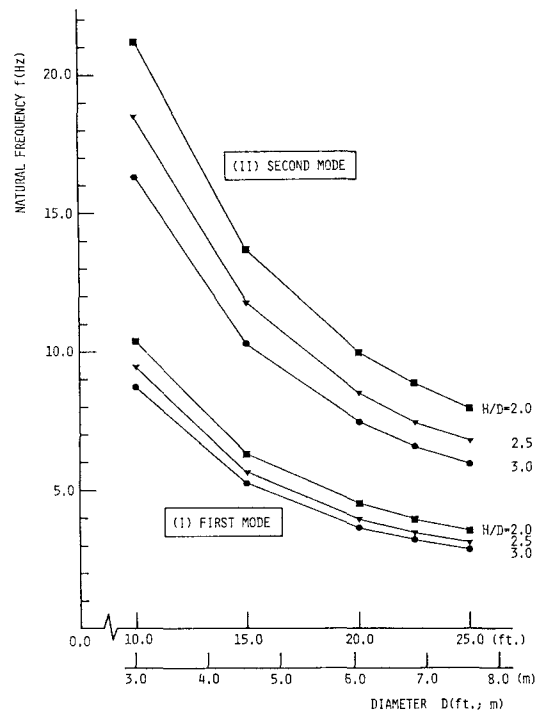


図6 直径 D 及び（壁体高／直径）比 H/D をパラメータとする実物スティブ・サイロの固有振動数 $f(\text{Hz})$
[円周方向波数 $n=1$ ；高さ方向次数 $m=1, 2$]