

I-31

方杖ラーメン橋の三次元固有振動解析

北海道大学工学部 正 員 林 川 俊 郎

北海道大学工学部 正 員 角 田 与 史 雄

北海道大学大学院 学生員 富 樫 篤 英

1. まえがき

方杖ラーメン橋は、現場での施工性の容易さ及び経済性等に優れているために、渓谷に架かる橋として一般に用いられている。本橋は、道路線形に平面曲線を有しているため、主桁部材は脚隅角部付近で折れ角をなしている(図-1)。また、左右の床版張り出し長が異なり非対称構造物であることから従来の平面解析では不十分であることが予想される¹⁾。さらに、主桁が薄肉I形断面であり、折れ角を有していることから曲げねじりの影響が予想される。そこで本研究は、構造物のモデル化と曲げねじりの影響という点に着目して、8ケースについて方杖ラーメン橋の三次元固有解析を行い、その要因について検討する。

2. 三次元固有振動解析

解析モデルは、非対称構造であることから立体ラーメン構造物として取り扱い、固有振動解析には一般的な変位法を適用し、離散座標系による集中質量法と整合質量法の2通りを用いて行う^{2), 3), 4)}。前者は部材要素の片側半分の質量と質量モーメントを両節点に等しく置換する方法であり、後者は軸変形には1次式および曲げ変形には3次式の変位関数を用いて部材要素の質量を分配する方法である。ここでは、図-2に示すような骨組部材要素について考える。軸変形には1次式のべき級数、曲げ変形、曲げねじり変形には3次のべき級数、また曲げねじり変形を無視し、St.Venantのねじりのみを考慮した場合ねじり変形には1次のべき級数で部材要素内の変位関数を仮定し、部材要素の剛性方程式を立てる。

ねじりに関する剛性方程式は次のようになる。

$$F_w = K_w U_w, \quad F_t = K_t U_t \quad (1a, b)$$

ここに、

$$F_w = \{T_1, M_{w1}, T_2, M_{w2}\}^T, \quad F_t = \{T_1, T_2\}^T \quad (2a, b)$$

$$U_w = \{\theta_{x1}, \theta_{w1}, \theta_{x2}, \theta_{w2}\}^T, \quad U_t = \{\theta_{x1}, \theta_{x2}\}^T \quad (3a, b)$$

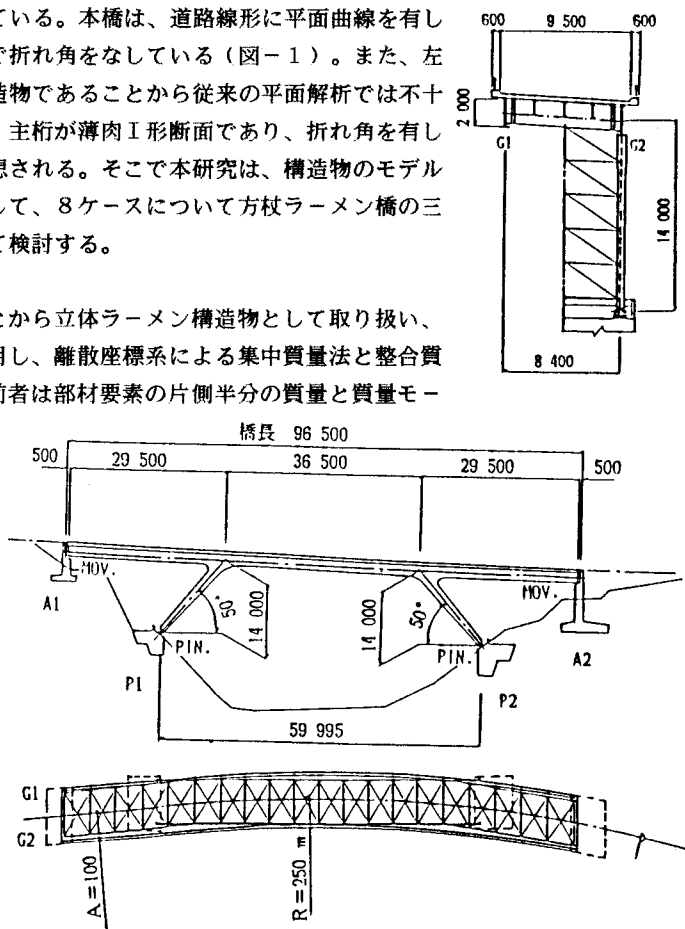


図-1 一般図

$$K_w = \begin{pmatrix} \frac{12EC_w}{l^3} + \frac{6GJ_d}{5l} & \frac{6EC_w}{l^2} + \frac{6GJ_d}{10} & -\frac{12EC_w}{l^3} - \frac{6GJ_d}{5l} & \frac{6EC_w}{l^2} + \frac{6GJ_d}{10} \\ & \frac{4EC_w}{l} + \frac{2GJ_d}{15} & -\frac{6EC_w}{l^2} + \frac{GJ_d}{10} & \frac{2EC_w}{l} - \frac{GJ_d}{30} \\ & & \frac{12EC_w}{l^3} + \frac{6GJ_d}{5l} & -\frac{6EC_w}{l^2} - \frac{GJ_d}{10} \\ \text{SYM.} & & & \frac{4EC_w}{l} + \frac{2GJ_d}{15} \end{pmatrix}$$

$$K_t = \frac{GJ_d}{l} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4a, b)$$

ここで、 E は弾性係数、 G はせん断係数、 J_d はねじり定数、 C_w は曲げねじり定数、 l は部材長であり、 w は曲げねじり、 t はSt.Venantのねじりを表している。ただし、式(1a)は曲げねじりを考慮した場合、式(1b)は無視した場合である。

図-2 三次元立体骨組の節点変位と節点力

また、ねじりに関する集中質量マトリックスおよび整合質量マトリックスは次のように与えられる。

$$M_{wL} = \frac{m l (I_y + I_z)}{24A} \begin{pmatrix} 12 & & & & & \\ & l^2 & & & & \\ & & 12 & & & \\ & & & l^2 & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \quad M_{tL} = \frac{m l J_d}{2A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{wC} = \frac{m l (I_y + I_z)}{24A} \begin{pmatrix} 156 & 22l & 56 & -13l \\ & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ & & 156 & -22l \\ \text{SYM.} & & & 4l^2 \end{pmatrix} \quad M_{tC} = \frac{m l J_d}{6A} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(5a-d)

ここで、 m は単位長当りの質量、添字の L は集中質量法、 C は整合質量法を表している。

また、座標変換マトリックス⁵⁾は、以下の2式を用いる。

$$T_1 = \begin{pmatrix} \frac{l_x}{\sqrt{l_x^2 + m_x^2}} & \frac{m_x}{\sqrt{l_x^2 + m_x^2}} & n_x \\ -\frac{m_x}{\sqrt{l_x^2 + m_x^2}} & \frac{l_x}{\sqrt{l_x^2 + m_x^2}} & 0 \\ \frac{-n_x l_x}{\sqrt{l_x^2 + m_x^2}} & \frac{-m_x n_x}{\sqrt{l_x^2 + m_x^2}} & \sqrt{l_x^2 + m_x^2} \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6a, b)$$

ここで、節点1、2の全体座標系に関する座標値を (x_1, y_1, z_1) 、 (x_2, y_2, z_2) として、

$$l_x = \frac{(x_2 - x_1)}{l}, \quad m_x = \frac{(y_2 - y_1)}{l}, \quad n_x = \frac{(z_2 - z_1)}{l}$$

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (7a, b, c, d)$$

式(6a)は、部材軸が全体 Z 軸と平行でない場合、式(6b)は、部材軸が全体 Z 軸と平行な場合に用いる。

3. 数値計算結果

3-1 モデル化

固有振動解析を行う上で、モデル化が、動的応答の結果に起因する一つの要因になっている。そこで本研究では、以下の8ケースによって振動解析を行う。

CASE-1：横構の剛性を無視し、床版や横構の質量を主桁に配分する（図-3参照）。

CASE-2：横構の剛性を考慮し、床版や横構の質量を主桁に配分する（以下図-4参照）。

CASE-3：CASE-2に加えて曲げねじりを考慮する。

CASE-4：横構の剛性を考慮し、各部材ごとに質量を考慮する。

CASE-5：CASE-4に加えて曲げねじりを考慮する。

CASE-6：横構の剛性を考慮し、さらに主桁に関して有効幅を考慮した剛性を用いる。質量は各部材ごとに考慮する。

CASE-7：CASE-6に加えて曲げねじりを考慮する。

CASE-8：横構をピン結合とし、断面諸元はCASE-2に準ずる。

以上を表-1に示す。

3-2 断面諸元

部材の断面諸元は表-2に示す通りである。CASE-7、8については有効幅⁶⁾を考慮した断面値を用いる。

表-1 モデル化

CASE	剛 性			質 量	
	横構考慮	曲げねじり	有効幅	主桁に配分	各部材
1				○	
2	○			○	
3	○	○		○	
4	○				○
5	○	○			○
6	○		○		○
7	○	○	○		○
8	○			○	

表-2 断面諸元

	A (m ²)	Jd (m ⁴)	Iy (m ⁴)	Iz (m ⁴)	Dw (m ⁴)
主 桁	0.0325 ~ 0.0704	0.000001	0.0193 ~ 0.0506	0.000147 ~ 0.001228	0.000147 ~ 0.00117
床 桁	0.0206	0.0000006	0.00755	0.000025	—
脚支材	0.0155	0.0000008	0.00103	0.0000852	—
主桁横構	0.0038	0.0000002	0.0000072	0.0000071	—
脚横構	0.0065	0.0000002	0.0000545	0.0000178	—

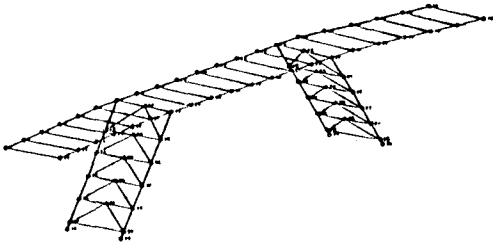


図-3 横構剛性を無視する場合の立体モデル

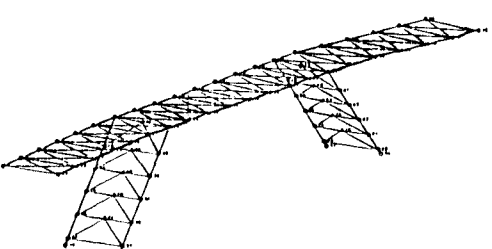


図-4 横構剛性を考慮する場合の立体モデル

3-3 結果と考察

① CASE-1、2の比較（図-5参照）

横構の剛性を考慮しない場合、実際の現象にそぐわないモードが現われる。また固有振動数も横構の剛性を考慮した場合に比べかなりの差が生じた。

② CASE-2、4の比較（図-6参照）

横構や、床桁の質量を主桁に受け持たせた場合も、各部材ごとに考慮した場合も大きな差はなかった。また、集中質量法と整合質量法においても同様に大きな差がなかった。これは部材の分割数に影響してと思われる、本論文のように節点数76、部材数156と大きな分割数を用いたため、大きな差が生じなかったものと思われる。

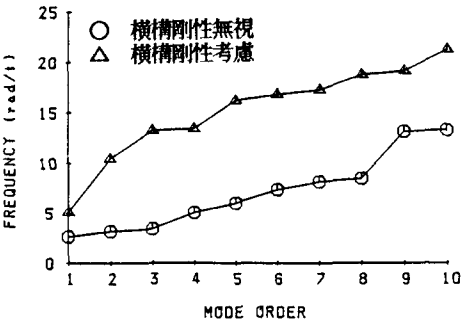


図-5 横構剛性の影響

③ CASE-4、6の比較(図-7参照)

図で示す通りCASE-6の振動数はCASE-4の1.3から1.7倍の差が生じた。CASE-4では主桁のみの剛性を考えているが実際の構造物は床版などの剛性も加わり剛性が増すものと思われる。本論文では有効幅の考えを取り入れたが今後実橋において振動試験によりさらに検討していく必要があると思われる。

④ 曲げねじりの影響(図-8参照)

図から分かるように、面内、面外振動では曲げがねじれより卓越しているために曲げがねじりの影響が現われず、ねじれ振動のみに影響が現われたものと思われる。

4. 結論

以上をまとめると次のようである。

① 三次元骨組構造物の固有振動解析には横構の剛性を無視できない。

② 横構や床版の質量を主桁に受け持たせるなど簡略化させても影響はない。また部材数が多い場合は集中質量法でも十分な結果が得られる。

③ ねじりモードでは曲げねじりの影響がみられるが、曲げ変形の卓越したモードではほとんど影響がない。

④ 有効幅を考慮した場合はその他のケースと差が生じた。このことに関しては実橋での振動試験などによりさらに検討が必要である。

なお本研究遂行に当たり、中央コンサルタンツの松井氏の協力を得たことに深謝します。

また数値計算は北海道大学大型計算機センターのHITAC-682Hを使用した。

参考文献

- 1) 松井、林川、金子：折れ角を有する立体方杖ラーメン橋の振動解析と応答、第2回 橋梁振動に関するコロキウム論文報告集、pp.35-42, 1989年8月。
- 2) 林川：平面骨組構造物の固有振動数とその精度について、第2回 橋梁振動に関するコロキウム論文報告集、pp.1-4, 1989年8月。
- 3) 川井：マトリックス法振動及び応答、コンピュータによる構造工学講座I-4-B、培風館、pp.98-196, 1971年。
- 4) 成岡、服部、加藤、後藤、上田：骨組構造解析、コンピュータによる構造工学講座II-1-B、培風館、pp.120-134, 1971年。
- 5) 小堀、吉田：有限要素法による構造解析プログラム、丸善、pp.53-72, 1980年2月。
- 6) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、丸善、pp.194-196, 1980年2月。

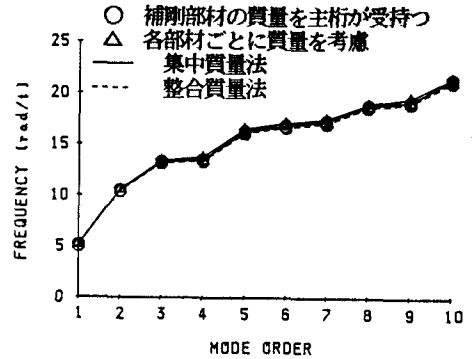


図-6 質量の影響

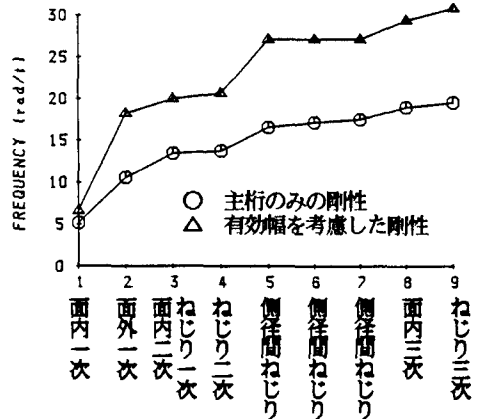


図-7 有効幅の影響

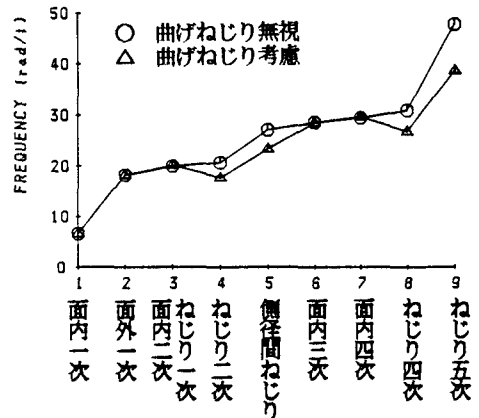


図-8 曲げねじりの影響