

V-13

上路式PC吊橋のクリープ解析

 北海道大学 学生員 富 樫 篤 英
 北海道大学 正 員 角 田 与史雄

1. まえがき

本論文では、上路式PC吊橋のクリープによる断面力の特徴を、クリープ応力を合理的に算定する近似解法である aging coefficient 法^{1), 2)}を用いて、変形法により検討した。上路式PC吊橋は、引張部材である下床版を主構造とし、上路に曲げ部材を有し、各々を軸力部材で連結した高次不静定構造である。この吊橋の架設方法は、まずアバットを製作し、架設荷重によりアバットに作用する水平力に抵抗するためロックアンカーを施工する。その後吊橋のケーブルに相当する主ケーブルを両アバット間に張り渡し、この主ケーブルを利用して、下床版プレキャストブロックを配置し、その上に支保工を組み、プレキャストの鉛直材部材、上床版部材を組み立て、上下床版の場所打ちコンクリートを打設し、プレストレスを導入して橋体が完成する。なお、本論文では上路式PC吊橋として速日峰橋³⁾を参考にして行なった。

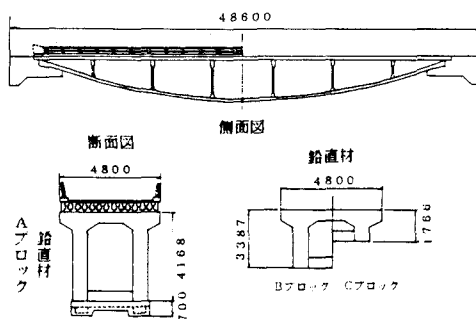


図-1 上路式PC吊橋

2. 解析方法

クリープ変形の適合方程式は、初期の不静定力を X_{i0} 、クリープによる不静定力を $X_{i\varphi}$ ($i=1, 2, \dots, n$) とすると、

$$\begin{cases}
 (\delta_{11} X_{10} d\varphi + \delta_{11} X_{1\varphi} d\varphi + \delta_{11} dX_{1\varphi}) + \dots + (\delta_{1n} X_{n0} d\varphi + \delta_{1n} X_{n\varphi} d\varphi + \delta_{1n} dX_{n\varphi}) = -\delta_{10} d\varphi \\
 \vdots \\
 (\delta_{n1} X_{10} d\varphi + \delta_{n1} X_{1\varphi} d\varphi + \delta_{n1} dX_{1\varphi}) + \dots + (\delta_{nn} X_{n0} d\varphi + \delta_{nn} X_{n\varphi} d\varphi + \delta_{nn} dX_{n\varphi}) = -\delta_{n0} d\varphi
 \end{cases} \quad \text{--- ①}$$

となり、これを $\varphi=0$ から $\varphi=\varphi$ まで積分すると、

$$\begin{cases}
 (\delta_{11} X_{10} \int_0^\varphi d\varphi + \delta_{11} \int_0^\varphi X_{1\varphi} d\varphi + \delta_{11} \int_0^\varphi dX_{1\varphi}) + \dots + (\delta_{1n} X_{n0} \int_0^\varphi d\varphi + \delta_{1n} \int_0^\varphi X_{n\varphi} d\varphi + \delta_{1n} \int_0^\varphi dX_{n\varphi}) = -\delta_{10} \int_0^\varphi d\varphi \\
 \vdots \\
 (\delta_{n1} X_{10} \int_0^\varphi d\varphi + \delta_{n1} \int_0^\varphi X_{1\varphi} d\varphi + \delta_{n1} \int_0^\varphi dX_{1\varphi}) + \dots + (\delta_{nn} X_{n0} \int_0^\varphi d\varphi + \delta_{nn} \int_0^\varphi X_{n\varphi} d\varphi + \delta_{nn} \int_0^\varphi dX_{n\varphi}) = -\delta_{n0} \int_0^\varphi d\varphi
 \end{cases} \quad \text{--- ②}$$

となる。ここで aging coefficient 法では、 $\delta_{ij} \int_0^\varphi X_{j\varphi} d\varphi$ の項に aging coefficient と呼ばれる係数 χ_{ij} を掛けることから②式は、次のようになる。

$$\begin{cases}
 \delta_{11} (1 + \chi_{11} \varphi) X_{1\varphi} + \dots + \delta_{1n} (1 + \chi_{1n} \varphi) X_{n\varphi} = (-\delta_{10} - \delta_{11} X_{10} - \dots - \delta_{1n} X_{n0}) \varphi \\
 \vdots \\
 \delta_{n1} (1 + \chi_{n1} \varphi) X_{1\varphi} + \dots + \delta_{nn} (1 + \chi_{nn} \varphi) X_{n\varphi} = (-\delta_{n0} - \delta_{n1} X_{10} - \dots - \delta_{nn} X_{n0}) \varphi
 \end{cases} \quad \text{--- ③}$$

③式のように、aging coefficient χ はすべて異なる値をとるが、これを求めるのは困難であるため、近似的に、 $\chi = \chi_{11}$ で一定であると仮定すると、

$$\begin{cases}
 \delta_{11} X_{1\varphi} + \dots + \delta_{1n} X_{n\varphi} = \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} (-\delta_{10} - \delta_{11} X_{10} - \dots - \delta_{1n} X_{n0}) \\
 \delta_{n1} X_{1\varphi} + \dots + \delta_{nn} X_{n\varphi} = \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} (-\delta_{n0} - \delta_{n1} X_{10} - \dots - \delta_{nn} X_{n0})
 \end{cases} \quad \text{--- ④}$$

となる。よってクリープ変形による不静定力を変形法により解くためには、

$$\text{初期弾性ひずみ} \times \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi}$$

を強制ひずみとして与えたときの不静定力を求めればよい。また乾燥収縮ひずみを考慮するときは、

$$\frac{\text{初期弾性ひずみ} \times \varphi + \text{乾燥収縮ひずみ}}{1 + \chi \varphi}$$

を強制ひずみとすればよいので、クリープと乾燥収縮による不静定力を別々に求め、その和をとればよい。

3. 係数 χ の決定

係数 χ が1つで、かつ微分方程式を解くことによって直接求めることができる1次不静定構造の場合の値を利用することにした。

例として、二径間連続桁が、場所打ちの場合と異なる不静定力 X_0 を受け、その後クリープをする1次不静定構造を考えると、変形の適合方程式は、

$$(\delta_{10} + X_t \delta_{11}) d\varphi + \delta_{11} dX_t = 0 \quad X_t: \text{任意の時刻の不静定力}$$

となり $\varphi = 0$ のとき $X_t = X_0$ より

$$X_t = X_0 e^{-\varphi} - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} (1 - e^{-\varphi})$$

クリープによる不静定力 X_∞ は $X_\infty = X_t - X_0$ より

$$X_t = - (X_0 + \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}) (1 - e^{-\varphi}) \quad \text{⑤}$$

となる。これを aging coefficient 法を用いると

$$X_t = - (X_0 + \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}) \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} \quad \text{⑥}$$

となることから⑤と⑥を比較して次の関係が得られる。

$$1 - e^{-\varphi} = \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} \quad \therefore \chi = \frac{1}{1 - e^{-\varphi}} - \frac{1}{\varphi}$$

上式から aging coefficient χ は、クリープ係数 φ により図-2のような値をとることがわかる。以下では、クリープ係数 $\varphi = 2.0$ 乾燥収縮ひずみ $\epsilon'_{cs} = 175 \times 10^{-6}$ を用いることとし、図-2より $\chi = 0.65$ と仮定した。これより上床版、下床版、鉛直材の各々のクリープ変形が吊橋 に対し、どのような影響を与えるのかを検討する。ここでそれぞれ部材の死荷重、プレストレス力を表-1にまとめて示す。

4. 解析 及び 結果

4. 1 上床版のクリープの影響

クリープ変形の適合方程式 ①式において、上床版は単純桁として架設し、中間支点を連結し連続桁としたので、 $X_{10} = 0$ となることから、

$$\begin{cases} \delta_{11} \left(\frac{dX_{1\varphi}}{d\varphi} + X_{1\varphi} \right) + \dots + \delta_{1n} \left(\frac{dX_{n\varphi}}{d\varphi} + X_{n\varphi} \right) = -\delta_{10} \\ \delta_{n1} \left(\frac{dX_{1\varphi}}{d\varphi} + X_{1\varphi} \right) + \dots + \delta_{nn} \left(\frac{dX_{n\varphi}}{d\varphi} + X_{n\varphi} \right) = -\delta_{n0} \end{cases} \quad \text{⑦}$$

と変形される。一方、場所打ちにおける不静定力を $\bar{X}_i$ とおくと

$$\begin{cases} \delta_{11} \bar{X}_1 + \delta_{12} \bar{X}_2 + \dots + \delta_{1n} \bar{X}_n = -\delta_{10} \\ \vdots \\ \delta_{n1} \bar{X}_1 + \delta_{n2} \bar{X}_2 + \dots + \delta_{nn} \bar{X}_n = -\delta_{n0} \end{cases} \quad \text{⑧}$$

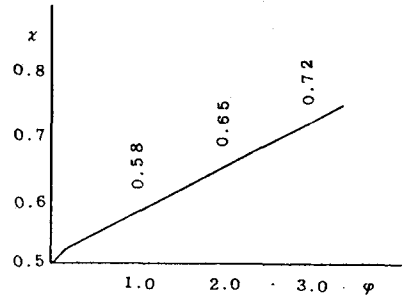


図-2 $\chi - \varphi$ 図

表-1 部材の死荷重およびプレストレス力

	死荷重	プレストレス力	
		軸力	曲げモーメント
上床版	6.305 (t/m)	1397.6 (t)	21.9024 (t-m)
下床版	—	344.7 (t)	—
鉛直材 A	8.354 (t)	50.0 (t)	—
直材 B	7.664 (t)		
材 C	6.244 (t)		

となるので、⑦と⑧より

$$\frac{d X_{i\varphi}}{d \varphi} + X_{i\varphi} = \bar{X}_i \quad (i=1,2,\dots\dots\dots n)$$

とおける。これを解くと、 $\varphi=0$ のとき $X_{i\varphi}=0$ より

$$X_{i\varphi} = \bar{X}_i (1 - e^{-\varphi})$$

となる。この場所打ちによる不静定力を上床版のみで考える。ここで節点における曲げモーメントを不静定力として仮想仕事の原理を用いて解くと、(図-3参照)

$$\bar{X}_1 = -24.33 \quad \bar{X}_2 = -20.29 \quad \bar{X}_3 = -21.30 \quad (t \cdot m)$$

よって、 $\varphi=2.0$ とすると $\bar{X}_{i\varphi} = X_{i\varphi} (1 - e^{-\varphi})$

$$X_{1\varphi} = -20.9 \quad X_{2\varphi} = -17.4 \quad X_{3\varphi} = -18.3$$

となり、この結果を図-4に示す。一方、橋全体を考慮したときの不静定力を変形法によって求めると図-5のようになった。こ

こで、2方法により求められた上床版における曲げモーメントの値を比較するとほぼ等しくなった。これは、上床版におけるクリープ変形が鉛直材や下床版に対しては大きな影響を与えず、上床版のみでクリープ変形を起こしたことを示している。

4. 2 鉛直材のクリープの影響

死荷重などによる鉛直材の軸力に対して、クリープし収縮する。

その収缩量 δ は

$$\delta = \int \frac{N}{EA} \times \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} dx$$

から、それぞれの収缩量 $\delta_A, \delta_B, \delta_C$ を計算すると

$$\delta_A = 0.18 \quad \delta_B = 0.30 \quad \delta_C = 0.36 \quad (mm)$$

となる。このことは、連続桁である上床版の支点が δ だけ沈下したと考えることができるのでその時に生じる曲げモーメントをたわみ角法を用いて計算すると、

$$M_3 = -0.22 \quad M_5 = -0.13 \quad M_7 = -0.14 \quad (t \cdot m)$$

となり、このときの曲げモーメントを図-6に示す。

一方、変形法によって鉛直材のみクリープさせると、図-7のような断面力が部材に生じた。

ここで、図-6と図-7の上床版の曲げモーメントを比べると、節点⑤、⑦はほぼ等しい値になったが、点③では計算値に対し、30%ほど小さ

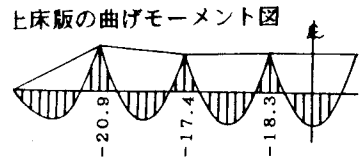
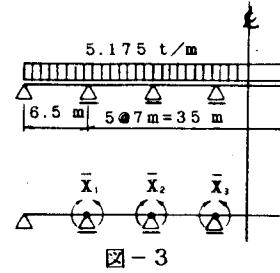
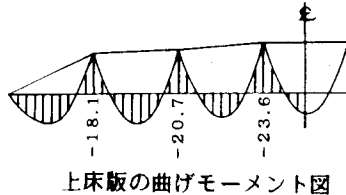
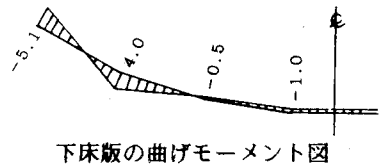


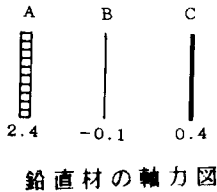
図-4 仮想仕事の原理による断面力



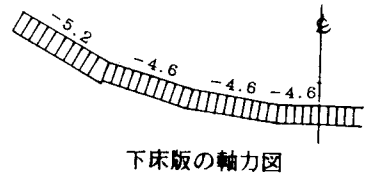
上床版の曲げモーメント図



下床版の曲げモーメント図



鉛直材の軸力図



下床版の軸力図

図-5 変形法による断面力

表-2 鉛直材の軸力

A	B	C
103.6	105.9	106.4

(t)

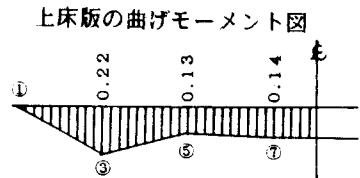


図-6 たわみ角法による断面力

い値になった。これは節点③が予想したほど沈下せず、その分下床版に

対し上向きの力を及ぼした。そのため④で負の曲げモーメント（上側引張）が②では固定端のためにそれを抑えようとする正の曲げモーメントが生じさらに若干の軸力が生じた。しかし、②が固定端のために④でそれほど変位が起らず鉛直材Aに引張の軸力が生じたものと考えられる。全体的にみて鉛直材のクリープによる不静定力はさほど大きいものではなかった。

4. 3 下床版のクリープの影響

下床版にはプレストレスにより大きな圧縮力が働いている。この圧縮力に対しクリープ変形を起こすと、下床版は収縮し上へ持ち上がろうとする。ケーブル理論より下床版の長さS、サグ量fとの関係式 $S = l + 8f^2/3l$ （図-8参照）から、下床版の上昇量 Δf を求める。

	クリープ前	クリープ後
下床版の長さ	S_1	S_2
サグ量	f_1	f_2

とおくと、下床版の収縮量 ΔS は、

$$\Delta S = S_1 - S_2 = (l + 8f_1^2/3l) - (l + 8f_2^2/3l) = 8(f_1^2 - f_2^2)/3l$$

となる。また $f_2 = f_1 - \Delta f$ より

$$f_2^2 = f_1^2 - 2\Delta f f_1 + \Delta f^2$$

たるみ変化の小さいときは、 Δf^2 は無視できるので

$$\Delta f = 3\Delta S l / 16 f_1$$

となる。また下床版の収縮量 ΔS は

$$\Delta S = \int \frac{N_x}{EA} \times \frac{\varphi}{1 + \chi \varphi} dx \quad \text{から}$$

$$\Delta S = 1.852 \text{ mm} \quad \text{よって} \quad \Delta f = 3.7 \text{ mm}$$

これから各節点における上昇量 δ を求めると

$$\delta_A = 1.8 \text{ mm} \quad \delta_B = 3.0 \text{ mm} \quad \delta_C = 3.6 \text{ mm}$$

となる（図-9）。しかし、ケーブル理論によるケーブル長の変化量 ΔS サグ変化量 Δf との関係は両端ヒンジの場合のみ成り立つが、下床版の両端は固定なので、節点の上昇量 δ を補正しなければならない。いま、クリープにより両端に発生する曲げモーメントを M_0 とおき（図10-a）、全長の片側半分の要素（図10-b）を直線にして（図10-c）考える。このとき1次不静定構造となるので固定端の曲げモーメントを不静定力Xに選ぶと、 $X = M_0/2$ となる（図10-d）この梁のたわみ曲線は $\xi = x/l$ とおくと

$$EI y = M_0 l / 4 (\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \dots \dots \dots \textcircled{9}$$

になる。また点Aにおける回転角 θ は

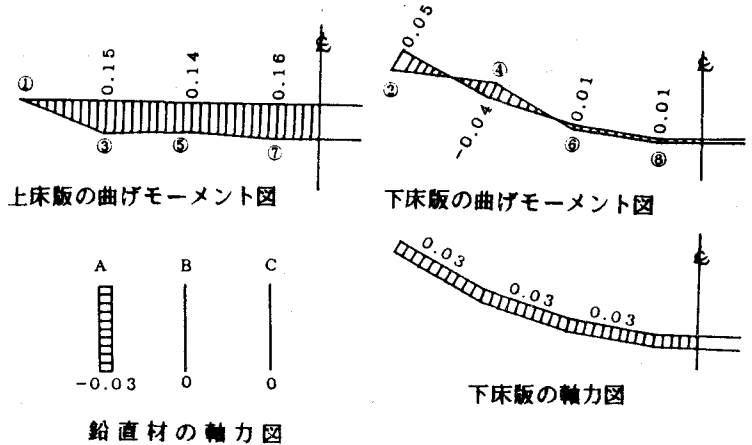


図-7 変形法による断面力

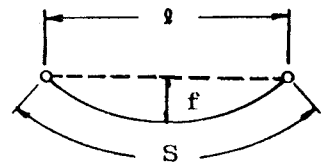


図-8

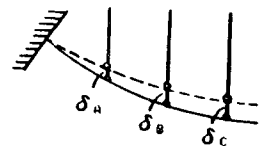


図-9 上昇量 δ

表-3 下床版の軸力

部材	2-4	4-6	6-8	8-10
軸力	266.8	267.8	269.1	269.5 (t)

$$EI\Delta\theta = M_A l / 3 - M_A l / 12 = M_A l / 4$$

よって回転角 $\Delta\theta$ とたわみ Δy との関係は①式に代入して

$$\Delta y = \Delta\theta l (\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \quad \text{--- ⑩}$$

またサグ変化量 Δf と回転角 $\Delta\theta$ の関係は、たわみの方程式

$$\delta = \Delta f / l' x (2l' - x)$$

より回転角は1階微分して

$$\theta = 2\Delta f / l'^2 (l' - x)$$

$x=0$ のとき $\theta = \Delta\theta$ より

$$\Delta\theta = 2\Delta f / l'$$

となり、これを⑩に代入すると

$$\Delta y = 2\Delta f l / l' (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)$$

となる。よってサグ量が Δf だけ減少すると、ケーブル理論による上昇量 δ は、 Δy だけ減少する事になる。よって各節点

におけるたわみ Δy は

$$l' = 25.1 \text{ m} \quad l = 24.5 \text{ m} \quad \Delta f = 3.7 \text{ mm}$$

$$\text{より} \quad \Delta y_A = 1.0 \text{ mm} \quad \Delta y_B = 0.5 \text{ mm} \quad \Delta y_C = 0.1 \text{ mm}$$

となり各節点における補正值 δ' は

$$\delta' = \delta - y$$

$$\text{より} \quad \delta'_A = 0.8 \text{ mm} \quad \delta'_B = 2.5 \text{ mm} \quad \delta'_C = 3.5 \text{ mm}$$

になる。このたわみによって、上床版を持ち上げようとする力が働き、上床版の支点には負の曲げモーメントが生じる。この曲げモーメントをたわみ角法を用いて求めると、図-12のようになる。一方、変形法により、部材に生じる曲げモーメントを求めると、図-13のようになった。ここで図-13において、下床版に生じた引張の軸力は、クリープによって持ち上がろうとする現象を上床版によって抑えられ、その分引張の軸力として生じたものと考えられる。また図-

12と図-13における上床版の2つの曲げモーメント図を比べると、節点⑤で3.5倍ほどの違いが生じたが、この原因として、ケーブル理論では下床版を放物線としているのに対し、変形法では節点間の部材を直線として計算していることが影響していると思われる。右図に示すように約9cmの差がある(図-14参照)。

しかし、実際の橋では節点において上床版と鉛直材の

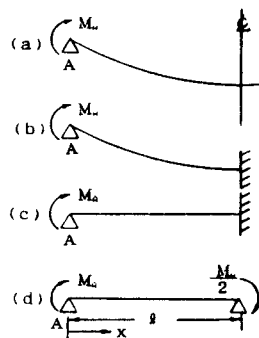


図-10

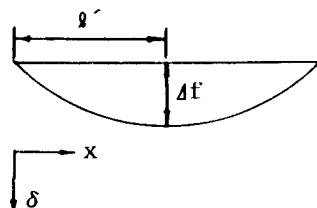


図-11 サグ変化量 Δf とたわみ δ

上床版の曲げモーメント図

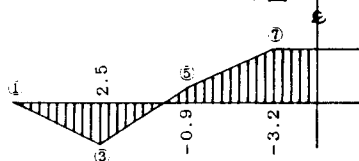
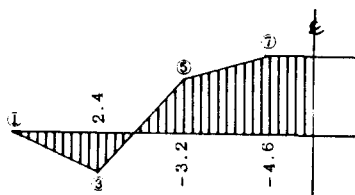
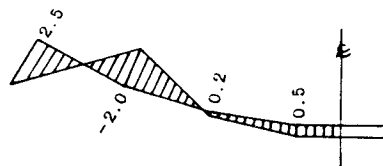


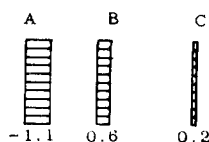
図-12 たわみ角法による断面力



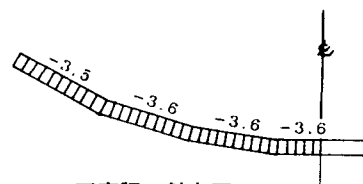
上床版の曲げモーメント図



下床版の曲げモーメント図



鉛直材の軸力図



下床版の軸力図

図-13 変形法による断面力

死荷重により集中荷重を受けるために、若干折れ曲がり下床版の形状は放物線と直線との中間になり、それに伴い曲げモーメントも中間値をとるものと思われる。

5. aging coefficient 法の検討

aging coefficient 法によって求めた値の妥当性を検討するために、逐次積分法を用いて求めた値と比較した。以下、結果を表-4において、aging coefficient 法によって求めた値を上段に、逐次積分法を用いて求めた値を下段のカッコ内に示す。

表-4 から、曲げモーメントに関しては非常に近い値になったが軸力に関しては多少の誤差がみられ、係数 λ をすべて等しいとしたことに若干の欠点があったようだが、死荷重との合成値を比べると死荷重が非常に大きい値だったために、わずかな違いでしかなかったので全体として満足のいく結果になったと思われる。

6. まとめ

本研究の結果をまとめると以下ようになる。
 (1) 上路式PC吊橋のクリープ変形による応力は初期応力に対し、上床版の節点において比較的大きな影響を与えたが、それ以外のクリープ変形では、わずかな応力しか起こらず、さほど影響がないことがわかった。

(2) クリープによる不静定力の変化は、主として架設時と完成時との構造系の相違によって起こるが、その大部分が上床版の単純桁から連続桁への変化に伴って生じるものがほとんどで、上路式PC吊橋全体としての構造系の変化の影響は比較的小さいことがわかった。

(3) クリープ解析をするにあたり、近似解法の1つである aging coefficient 法を用いたが、この方法は適当な λ の値を決めることにより逐次積分法のように繰り返し計算をする必要もなく、十分に満足のいく結果が得られることがわかった。

7. 参考文献

(1) Heinrich Trost, "Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf krieche und relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton", BETON-UND STAHLBETONBAU 10,11/1967
 (2) "Manual on structural effects of Time-dependent Behaviour of Concrete" CEB ,3.1.3 Age adjusted effective modulus method (AAEM) pp.94-104, 1984
 (3) 甲斐 忠 ほか、速日峠橋の設計と施工 (その1、2)、プレストレスト コンクリート vol.19 No.6 Dec. 1977 ,vol.21 No.5 Oct. 1979

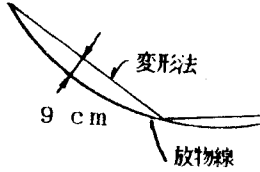


図-14 下床版の形状

表-4 aging coefficient 法 と 逐次積分法

曲げモーメント (t・m)					
節点	死荷重	クリープ	乾燥収縮	ク+乾	合成
3	-4.9	(-15.6)	(2.2)	(-13.4)	(-17.3)
5	-0.2	(-32.1)	(-3.7)	(-35.8)	(-36.0)
7	3.7	(-28.3)	(-5.3)	(-32.6)	(-28.9)
2	-5.5	(-2.4)	(5.2)	(2.8)	(-2.7)
4	-2.6	(2.6)	(-6.9)	(6.7)	(-1.9)
6	-0.9	(-2.6)	(-1.6)	(-3.7)	(-3.7)
8	-0.1	(-8.4)	(-2.4)	(-2.7)	(-2.6)

下床版軸力 (t)					
節点	死荷重	クリープ	乾燥収縮	ク+乾	合成
2-4	265.6	(-5.2)	(-3.4)	(-12.6)	(253.9)
4-6	267.6	(-8.6)	(-4.3)	(-12.9)	(259.1)
6-8	269.1	(-5.4)	(-4.1)	(-12.5)	(259.5)
8-10	269.5	(-5.4)	(-4.1)	(-12.5)	(259.6)

鉛直材軸力 (t)					
節点	死荷重	クリープ	乾燥収縮	ク+乾	合成
3-4	103.6	(1.3)	(-1.3)	(-0.3)	(103.3)
5-6	105.9	(0.3)	(0.8)	(6.3)	(107.6)
7-8	106.4	(0.8)	(0.2)	(6.7)	(107.1)