

## II-14 分級効果を考慮した鉛直及び横方向浮遊砂拡散に関する研究

北海道大学工学部 正員 長谷川 和義

同上 学生員 水子 龍彦

同上 学生員 石川 伸

### 1. はじめに

沖積河川中下流部の河岸構成材料は、大部分が細砂ならびにシルト・粘土からなっている。このため、浸食・堆積にかかわる諸問題に対しては、浮遊効果が大きな役割を占めるにいたる。著者ら(1987a, 1987b, 1988a, 1988b)は、これまでに河道内の浮遊砂横断方向拡散に注目したシルト・細砂混入河岸の浸食過程の解析を試み、実験ならびに河川実測値との照合を行ってきた。この中で、浮遊砂の代表粒径が拡散現象に対して非常に重要な役割を果たし、そのわずかな違いが横断方向拡散フラックスに本質的な影響を与えることが明らかになってきた。いま、簡単にこれを概括すれば、以下のとおりである。流れの摩擦速度と浮遊砂沈降速度の比が大きい(20を越える)ときには浮遊砂の横断方向フラックスが河岸に向き、堆積を引き起こす。比が小さい場合はフラックスが中央を向き、河岸浸食を引き起こす。ところで、沖積河川の河岸は様々な粒径のシルト・細砂等から構成されており、代表粒径のみによって現象を説明するには本来無理がある。上述の結論からみても、粒径ごとにフラックスの向きが異なり、顕著な分級作用の生じていることが予想される。本研究は混合粒径砂の浮遊特性、とくに分級作用に着目した横断方向拡散の性質を明かとすることを目的としている。このため、鉛直壁を有する1次元実験、および傾斜壁を有する2次元実験の二種類の浮遊砂拡散実験を行い、粒径別拡散係数の性質を明かにするとともに、浸食・堆積における分級作用と横断方向拡散フラックスの関係を明らかにする。

### 2. 実験の概要

本実験では図1(a)のような断面を用いて鉛直壁実験を、図1(b)のような断面を用いて傾斜壁実験を行った。

使用水路は長さ15(m)、幅80(cm)、高さ20(cm)の可傾式循環水路で、河床には約10(cm)に砂を敷きつめた。流出した砂は回流しうるようにしてある。河床構成材料は珪砂4~7号をそれぞれ10, 10, 20, 60(%)の割合で混合し、図2の様な粒度構成を持たせてある。浮遊砂濃度測定のための採水装置は内径3(mm)のポリエチレン製パイプを用い、サイフォン方式とした。採水位置は、鉛直壁実験では水深方向に10ヶ所、傾斜壁実験では水深方向に3~7ヶ所、横断方向に4ヶ所(図1(b): A, B, C, D)とした。約30分間通水後、十分平衡状態に達したことを確認してから採水を始め、約20分間採水した。採水に際しては流水速度と採水速度

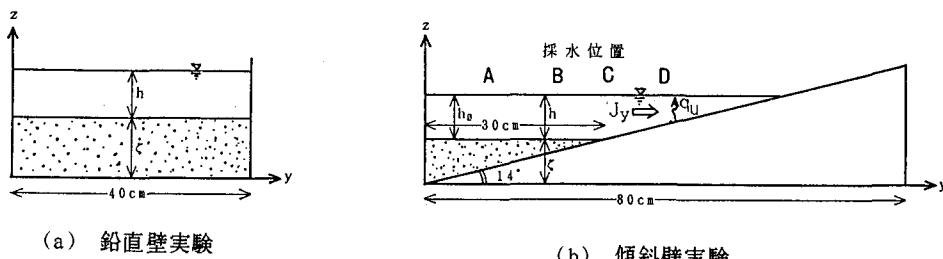


図1 使用断面及び記号の定義

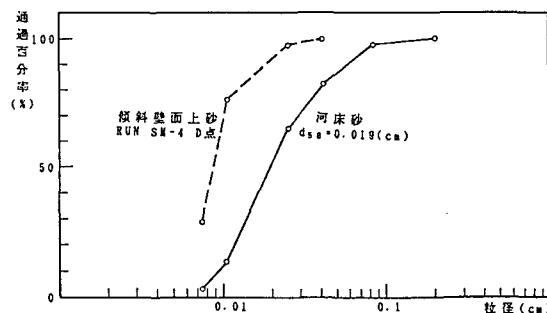


図2 河床砂及び傾斜壁面上  
(RUN SM-4; D)の粒度分布

RUN No.	流 量 Q(L/s)	水面勾配 I	平均水深 h(cm)	平均流速 U(cm/s)	摩擦速度 U.(cm/s)	無次元せん断力 c.(gf/cm²)
傾斜壁実験	M-1 13.2	1/372	5.39	61.22	3.44	0.386
	M-2 16.2	1/427	6.93	58.44	3.62	0.430
	M-3 15.6	1/393	7.50	52.00	4.00	0.522
	M-4 17.0	1/320	6.55	64.89	4.10	0.550
	M-5 10.6	1/242	4.59	47.73	4.07	0.540
傾斜壁実験	SM-1 13.0	1/372	5.46	58.45		
	SM-2 13.0	1/320	6.60	45.83		
	SM-3 14.7	1/320	7.63	42.81		
	SM-4 14.7	1/330	6.63	51.21		

表1 実験条件及び水理諸量

が一致するよう配慮した。ふるい分けを可能にすることから採水量は4000~5000(cc)とし、採取された砂は濾過、乾燥の後、JIS標準網ふるいでふるい分けし、粒径ごとの浮遊砂濃度を導出した。なお、実験に用いた水理条件を表1に示す。

通水後、河床には河床波が発生し、流下方向に進行する。採水時間(約20分間)中に採水位置を通過した河床波は8~10波であるので、河床波の浮遊砂濃度への影響は十分平均化されたものと考える。傾斜壁実験では細粒径砂のみが岸側へ移動し、分級作用が生じていることが認められた。また、傾斜壁面上への砂の堆積は認められなかった。

### 3. 浮遊砂濃度分布と河床近傍濃度

図3、図4は、それぞれ鉛直壁実験及び傾斜壁実験における粒径別浮遊砂濃度の測定結果を示したものである。浮遊砂の発生条件は、およそ  $w_{\theta i} / u_* < 1$  ( $w_{\theta i}$ =粒径  $d_i$  の砂の沈降速度、 $u_*$ =摩擦速度) と考えられる。いま Rubbe式によって  $w_{\theta i}$  を求め、本実験においてこの条件を満たす粒径のふるい目を求めその平均をとると、 $d=0.018(\text{cm})$ ,  $0.009(\text{cm})$ ,  $0.0037(\text{cm})$  の3種類になる。

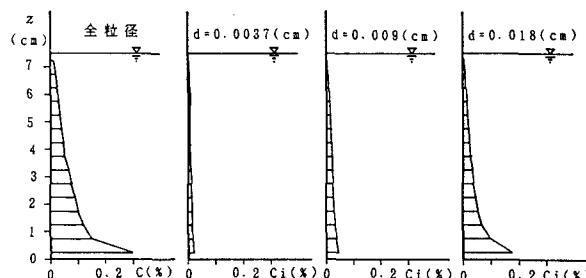


図3 鉛直壁実験濃度測定結果(RUN M-3)

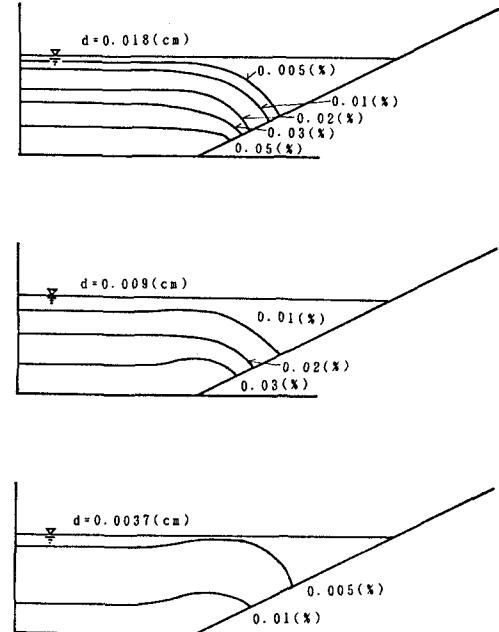


図4 傾斜壁実験濃度測定結果(RUN SM-4)

以後、粒径別濃度の代表径はこれらの径によって与える。図5は縦軸に水深で無次元化した鉛直軸座標を、横軸に粒径別基準点濃度に対する粒径別の相対濃度をとり、鉛直壁実験の結果をプロットしたものである。直線は最小二乗法による近似を表す。この図より濃度分布  $C_i(z)$  が水面近くでやや下回るが、粒径別に指数分布形になることがわかる。すなわち、

$$\frac{C_i(z)}{C_i(\zeta)} = \exp \left\{ - \int_{\zeta}^z \frac{\omega_{oi}}{\varepsilon_z} dz \right\} \quad (1)$$

とおける。 $\zeta$  は河床表面の  $z$  座標、 $\varepsilon_z$  は鉛直方向の拡散係数、 $C_i(\zeta)$  は河床近傍濃度である。この結果は、既往の研究（例えば芦田・道上(1967)）に一致している。河床近傍濃度  $C_i(\zeta)$  は、浮遊砂を定量的に定める上で最も重要な量であるが、本実験では次のように定義した。すなわち、実験によって採取された河床付近の砂の中には、掃流砂も含まれており、浮遊砂の条件 ( $\omega_{oi}/u_* < 1$ ) を満足しない粒径が存在する。それらの砂粒子が混入していない位置で、最も河床に近い位置の濃度を河床近傍濃度  $C_i(\zeta)$  とし、またその位置を  $\zeta$  とする。

次に図5のプロット点の傾きから、 $\varepsilon_z$  を求め、 $u_* h$  との関係を見ると図6のようになる。本来拡散係数は粒径に依存しないものであるが、図に示すとおり粒径別に直線を引くことができる。この点に関して、吉川・石川(1978)が、底面の存在によるみかけの拡散係数として次式を導いている。

$$\varepsilon_z' = \frac{2.12}{(1-\omega)} \frac{\omega_{oi}}{u_*} \cdot \varepsilon_z = \beta'_i \cdot \varepsilon_z \quad (2)$$

ただし  $\omega$  は、

$$\omega(2-\omega) = \exp \left\{ -1.77(1-\omega) \frac{\omega_{oi}}{u_*} \right\} \quad (3)$$

の解である。上式によって本実験の結果を修正すると図7のようになり、データ群は通常知られている  $\varepsilon_z = \beta' u_* h / 13$  の線付近に集まる傾向を示す。しかし、細粒径砂に対する修正度合が弱く、これのみがはずれているように見える。紙面の都合上、詳述は避けるが Rouse式に対する検討を同様に行つた。粒径別の濃度分布の適合性は図5程度に良好であり、また、指数  $Z$  に関する式(2), (3)の修正も良好であった。

同様に傾斜壁実験に関しても鉛直方向浮遊砂濃度の測定結果を整理すると鉛直壁実験と同様に濃度分布が式(1)にて表され、また拡散係数について  $\varepsilon_z = \beta' u_* h / 13$  の近似が成立する。このことは、この実験が傾斜壁上で、弱い横断方向拡散を引き

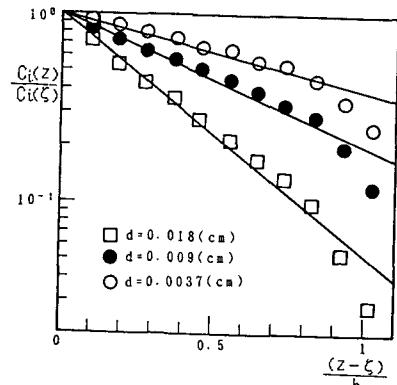


図5 濃度分布の指數関数表示  
(RUN M-3)

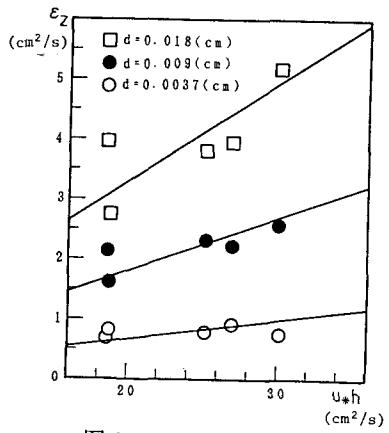


図6  $\varepsilon_z$  と  $u_* h$  の関係

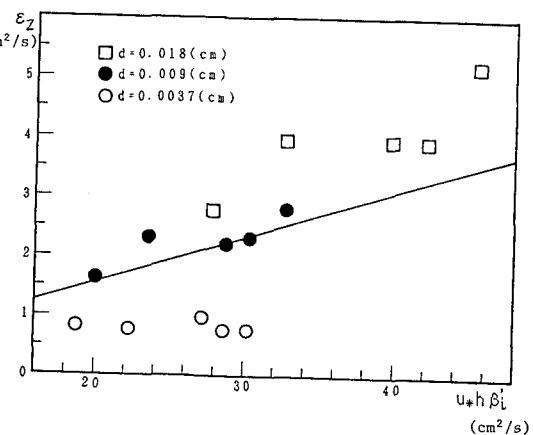


図7  $\varepsilon_z$  と  $\beta' u_* h$  の関係

起こしつつも、ほぼ鉛直方向に平衡を保っていることを示している。

一方、実測された $C_i(\zeta)$ と $w_{0i}/u_*$ の関係は図8のようになる。図中の実線は各粒径の河床構成比 $p_{Bi}$ と遮蔽効果を考慮した板倉式(1980, 沖ら(1985))を粒径別に示したものである。河村(1982)に従い、係数Kに対して0.0018を与えると大略的一致を見るが $w_{0i}$ の小さなところでは実測値が理論値を下回っている。図9は、斜面壁実験のデータも含めて、 $C_i(\zeta)/p_{Bi}$ と $w_{0i}/u_*$ の関係を見たものである。図中の実線は中央粒径を使用した単一粒径に対する板倉式である。この図においても概略の一致と細粒径砂における実験値の下回り傾向がみられる。板倉式において粒径を変えてても余り事情は変わらず、浮遊限界がやや移動する程度である。図9中のデータ群は、むしろ粒径ごとにほぼ-4乗の傾きをもち、

$$C_i(\zeta) = \alpha \left( \frac{w_{0i}}{u_*} \right)^{-4} \cdot p_{Bi} = \alpha \left( \frac{g I}{w_{0i}^2} \right)^2 \cdot h^2 \cdot p_{Bi} \quad (4)$$

とみなすことができるので、この結果は後に利用する。ただし、 $p_{Bi}$ は河床材料中に占める $d_i$ の径の砂の体積割合、 $\alpha$ は係数、 $h$ は水深である。

図8、9の比較によれば、河床近傍濃度、あるいはまき上げ量式としてはやはり遮蔽効果を考慮した板倉式を用いるのが妥当と思われる。

#### 4. 横断方向拡散係数と拡散フラックス

擬似的に定常状態を仮定し、流下方向に平衡が達せられているものとすると、濃度方程式は粒径別に次式のようになる。

$$\varepsilon_y \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2 C_i}{\partial z^2} + w_{0i} \frac{\partial C_i}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$\varepsilon_z = \beta' u_* h / 13$  と仮定し、傾斜壁実験によって得られたデータを使い中央差分によって $\varepsilon_y$ の導出を試みた。しかし、図3に示すとおり水路断面の多くの領域で横断方向の濃度勾配が非常に小さいため、式(5)のyの二階微分に関する差分値が $10^{-8}$ という小さなものになり、また左辺第二項と第三項の和も、その平衡性から0に近くなっている。結局、 $\varepsilon_y$ の安定した値を求めることができなかつた。また、式(5)にy方向の移流項を加え、横断方向に主流流速の2%程度の直線分布する二次流

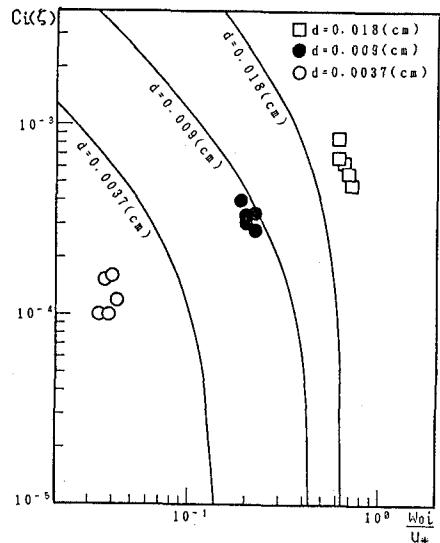


図8 遮蔽効果を考慮した板倉式と実測値の関係( $K=0.0018$ )

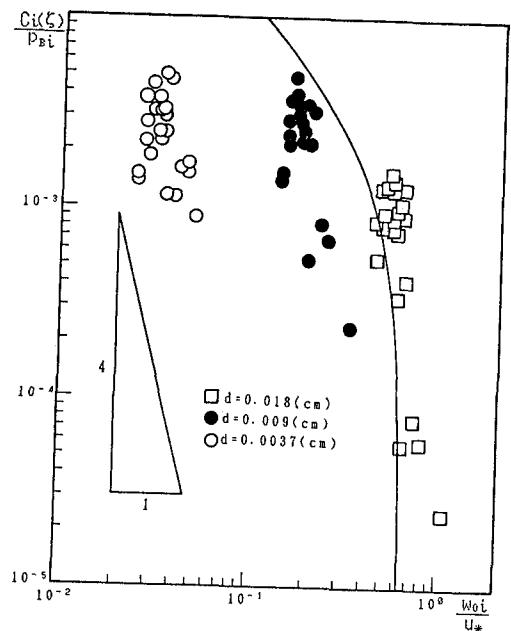


図9 単一粒径換算濃度についての板倉式と実測値の関係

( $K=0.0018$ ,  $d_{50}=0.019\text{cm}$ )

が発生しているものと仮定し  $\varepsilon_y$  を求めたが、ばらつきの改善はみられなかった。今後、高次微小項を考慮した演算から、安定したパラメータを求める方法を見いだしたい。ここでは、横断方向に生じた分級の結果が横断方向拡散フラックスに及ぼす効果について検討する。式(5)を河床から水面まで積分して整理すると、

$$\frac{\partial J_{yi}}{\partial y} = q_{Ui} - w_{oi} \cdot C_i(\zeta) \quad (6)$$

$$q_{Ui} = \varepsilon_y \frac{\partial C_i}{\partial y} \Big|_{z=\zeta} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \varepsilon_z \frac{\partial C_i}{\partial z} \Big|_{z=\zeta} \quad (7)$$

$$J_{yi} = -\varepsilon_y \left\{ \int_{\zeta}^{\zeta+h} C_i dz + C_i(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right\} \quad (8)$$

となる。ただし、 $q_{Ui}$  は粒径  $d_i$  の砂のまき上げ量、 $J_{yi}$  は横断方向の水深全体にわたる拡散フラックスを意味し、その  $y$  微分の正負が浸食（正のとき）や堆積（負のとき）を表している。

次に、実験的に認められる式(4)を採用し、式(8)へ代入し無次元化すると式(9)を得る。ただし、 $p_{Bi}$  は横断方向に変化しており  $y$  の関数として扱っている。

$$J_{y*} = h_* \left\{ (h_* - \beta_{*i}) \cdot p_{Bi} \frac{dh_*}{dy_*} - \frac{1}{2} \beta_{*i} \cdot h_* \frac{dp_{Bi}}{dy} \right\} \quad (9)$$

$$\beta_{*i} = \frac{2 \varepsilon_z}{w_{oi} h_0} \quad (10)$$

ここに、 $h_* = h/h_0$ 、 $y_* = y/h_0$ 、 $h_0$  = 中央水深である。横断フラックスが生じない平衡状態は  $J_{y*} = 0$  において達成され、これを満足するためには、断面全域で、

$$\beta_{*i} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 p_{Bi}} \frac{dp_{Bi}}{dh_*}} \quad (11)$$

を必要とする。 $\varepsilon_z = \beta' u_* h / 13$  を用いると、

$$\frac{u_*}{w_{oi}} = \frac{1}{\frac{2}{h_*} + \frac{1}{p_{Bi}} \frac{dp_{Bi}}{dh_*}} \quad (12)$$

となる。この結果において粒径が一様な場合には  $dp_{Bi}/dh_* = 0$  となって、著者ら(1987a, 1987b, 1988a, 1988b)の従来の条件にはほぼ一致する。もし、左辺が右辺より大きいときには、 $J_{yi} > 0$  すなわち、中央から河岸に向かって粒径  $d_i$  のフラックスが生じ得ることになり、この粒径砂の堆積が生ずると考えてよい。逆の場合は浸食が起こるであろう。

図10は式(12)の両辺をそれぞれ粒径別に、C点とD点の河床砂データを用いて計算し、プロットしたものである。データ群はやや堆積ぎみを示しているものの45°線付近に集まり、近似的に  $J_{yi} = 0$  とみなしうる。これは、先述した傾斜壁面上の堆積がほぼ認められない事実を明瞭に説明する。完全に壁面上に砂粒子が存在しない通水初期においては、 $dp_{Bi}/dh_*$  の値が大きく、 $J_{yi}$  の岸側への拡散が顕著になり分級が進む。この結果、図2に示されるように、水平河床と傾斜壁上の粒度構成が大きく異なる

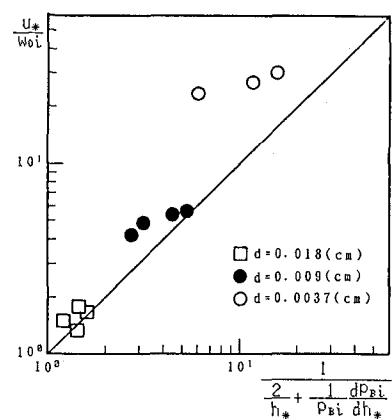


図10 傾斜壁面上の浮遊砂横断フラックスの動向

るようになる。これは  $dp_B/dh$  の値を小さくすることになり、 $J_{yi}$  フラックスを 0 に近づける。このように、 $p_B$  は平衡になるための一つの調節手段となりうるわけである。この結論は非常に興味深く、また重要なものである。浮遊砂の卓越する河川の平衡横断面形は、一様砂においては浮遊砂底面濃度と水深（断面形）を未知数とする平衡機構によって決定されるのに對し、混合粒径砂においては、さらに河床・河岸の粒度構成比が未知数となって平衡を達成する。本実験の場合、断面形がはじめに与えられており、濃度と構成比のやりとりによって鉛直および横断方向の浮遊砂拡散フラックス = 0 の実現をはかっているものと言えよう。

## 5. おわりに

混合粒径浮遊砂の鉛直濃度分布は粒径別に成立し、従来の理論でほぼ説明できる。その場合の河床近傍濃度は  $w_B/u$  の関数として説明できるが、不十分な点もあり、さらに研究の余地がある。

また、横断方向拡散フラックスの動向を調べることにより、浮遊形式で進行する浸食・堆積が明かになるが、横断方向拡散フラックスは河床構成比  $p_B$  に大きく左右される。

一様粒径砂の場合、平衡に達するための調節手段は浮遊砂底面濃度と断面形状のみであるが、混合粒径砂では河床構成比  $p_B$  もまた、調節手段となりうることが本実験より明かとなった。

謝辞 本研究を進めるにあたり、本学学生諸君の熱心な協力を得た。ここに感謝の意を表する次第である。

## 参考文献

- 芦田・道上(1967)：浮遊砂流に関する実験的研究、京大防災研究所年報、第10号B  
Itakura, T. and T., Kishi(1980) : Open channel flow with suspended sediments, Jour. Hyd. Div., Proc. ASCE  
, Vol. 106, No. HY8
- 沖、黒木、岸(1985)：混合床上の浮遊砂量算定式の検討、第40回土木学会年次講演会講演概要集、II-208  
吉川、石川(1978)：流砂運動のモデル化それに基づく流砂量の算定法について、土木学会論文報告集、  
第269号、1-118
- 河村(1982)：土砂水理学、第5章流砂量、pp293-pp294、森北出版社
- 長谷川、望月、水端(1987a)：河岸浸食における斜面効果の影響に関する実験・解析、土木学会北海道支部、  
論文報告集、II-25
- 長谷川、望月(1987b)：シルト・細砂からなる流路の浸食過程、第31回水理講演会論文集
- 長谷川、望月(1988a)：浮遊砂を伴う流路の平衡横断面形、土木学会北海道支部、論文報告集、II-23
- 長谷川、望月(1988b)：浸食・堆積過程にある流路の浮遊砂底面濃度について、第32回水理講演会論文集
- 西村、池田、浅枝(1984)：直線河道における横断方向の土砂輸送および浮遊砂を考慮した河床形状、土木学会39回年構概要集、II-219