

I-38 リング要素を用いた厚肉円盤の 衝撃応答解析

室蘭工業大学 正 員 岸 徳光
室蘭工業大学 正 員 松岡 健一
日大生産工学部 正 員 能町 純雄
室蘭工業大学 学生員 天沼 宇雄

1. はじめに

衝突衝撃荷重載荷に対する構造物の応答問題はひびわれ(RC構造)の問題も含む弾塑性的な挙動を示すため通常、有限要素法あるいは有限差分法に基づいた汎用の解析コードを用いて解析が行なわれている。しかしながら、衝撃荷重載荷に対する構造部材の波動伝播性状や工学的な応答特性の概略を把握する場合は、弾性的な衝撃応答解析を用いることが可能であるものと考えられる。特にバーフォレーションやスキヤビングが起きないような荷重載荷の場合は、両者とも大差のない挙動解析が可能であり、計算コスト的にもメリットが大きいものと考えられる。また、衝撃荷重載荷時に応力波が支持境界まで到達していない状態では、理論的には軸対称的な応答性状を示すものであり、衝撃初期の載荷点近傍の応力波あるいは加速度、変形挙動の詳細な性状を検討するためには、載荷点部分を軸対称問題として解析を行なう方が、解析精度あるいは計算コストの面からより合理的なものと考えられる。

ここでは、このような背景のもとに構造物の衝撃応答解析を軸対称構造体として解析することに限定し、鉄筋コンクリート構造のような複合合成構造体でも容易に解析可能な四辺形アイソパラメトリックのリング要素を用いて、モード法による解析式の定式化を行なった。解析は全自由度に対する固有値を考慮する必要があるものと考えられるが、ここでは固有値の数に対する応答値の収斂状況を検討の後行なっている。数値解析計算は本手法の衝撃問題への適用性を検討するために、電力中央研究所で行なわれた落下衝撃実験に用いられた鉄筋コンクリート床版について解析を行ない、実験結果や他の解析手法としての有限帯板法による結果との比較検討を行なっている。

2. 解析理論

図-1に示すような任意のリング状四辺形プリズム要素において任意の*i*節点における節点力を f_{r1} , f_{z1} , $f_{\theta 1}$ 、節点変位を dr_i , dz_i , $d\theta_i$ ($i=1,2,3,4$)とし、要素内の変位を r, z, θ 座標に対応して u, v, w とする。プリズム内の座標および各変位は $r-z$ 平面における要素断面内に局所座標系として $\xi-\eta$ 座標を設定し、アイソパラメトリック四辺形要素を仮定すると次のように示される。

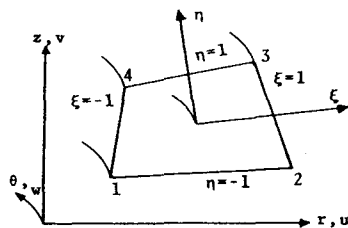


図-1 リング状任意四辺形
プリズム要素

$$\begin{Bmatrix} r \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N\}^T & \\ & \{N\}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r_i\} \\ \{z_i\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N\}^T & & \\ & \{N\}^T & \\ & & \{N\}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{dr_i\} \\ \{dz_i\} \\ \{d\theta_i\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

但し、

$$\{N\} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} (1-\xi)(1-\eta) & (1+\xi)(1-\eta) & (1+\xi)(1+\eta) & (1-\xi)(1+\eta) \end{pmatrix}^T \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、歪と変位の関係式は軸対称三次元弾性論より次のように示される。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{rz} \\ \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \\ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\epsilon_r, \epsilon_z, \epsilon_\theta, \gamma_{rz}$ に関してはcosine、 $\gamma_{r\theta}, \gamma_{z\theta}$ に関してはsineの有限Fourier変換を周方向に施す。さらに、Jacobianマトリックス[J]及び弾性マトリックス[D]を導入して整理すると、歪、応力の像関数ベクトルは変位の像関数ベクトルを $\{\bar{C}_m[d]\}$ とすると

$$\{\bar{C}_m[\epsilon]\} = [B] \{\bar{C}_m[d]\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\{\bar{C}_m[\sigma]\} = [D][B] \{\bar{C}_m[d]\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

以上を考慮してリング要素に仮想仕事の原理を適用すると、次のような動的基本式が得られる。すなわち、

$$[M] \{\dot{\bar{C}}_m[d]\} + [K] \{\bar{C}_m[d]\} = \{\bar{C}_m[r, f]\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、[M]、[K]はそれぞれ要素の質量マトリックス、剛性マトリックスであり、{f}は荷重ベクトル、rはfが作用している節点の半径を意味している。式(7)を各リング要素に適用して全体の剛性方程式を作成する。次に、荷重ベクトルを零として固有値、固有ベクトルを求め、モードマトリックスを [v] とし、基準関数 $\{\bar{C}_m[\phi]\}$ を導入すると $\{\bar{C}_m[d]\}$ は次のように示される。

$$\{\bar{C}_m[d]\} = [v] \{\bar{C}_m[\phi]\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)を全体の剛性方程式に代入し、モードの直交性と減衰項(減衰定数hr)を考慮にいと、第r番目の固有値 ω_r に関して次のような運動方程式が成立する。

$$\{\bar{C}_m[\dot{\phi}_r]\} + 2 \cdot \omega_r \cdot hr \cdot \{\bar{C}_m[\phi_r]\} + \omega_r^2 \cdot \{\bar{C}_m[\phi_r]\} = Fr/Mr \quad \dots\dots\dots (9)$$

但し、 $Mr = \{\bar{C}_m[\phi_r]\}^T [M_{ST}] \{\bar{C}_m[\phi_r]\}$, $Fr = \{\bar{C}_m[\phi_r]\}^T \{\bar{C}_m[r, f_{ST}]\}$ (10)

である。サフィックス_{ST}は構造全体を示すものとする。基準関数 $\{\bar{C}_m[\phi_r]\}$ はこの式(10)をDuhamel積分することにより求め、また、これを式(8)に代入することによって $\{\bar{C}_m[d]\}$ あるいは $\{\dot{\bar{C}}_m[d]\}$ を求めることができる。従って、真の変位ベクトル {d} あるいは $\{\dot{d}\}$ はこれを周方向に逆変換することによって求められる。また、各要素の応力ベクトルは {d} が求まっているので、これを要素剛性マトリックスに代入することにより容易に得ることが可能である。ここでは、任意な荷重に対応できるように有限Fourier変換を施しているが、軸対称0次荷重載荷の場合はm=0のみを解析するだけでよい。

2. 数値解析

本手法の妥当性を検討するために、電力中央研究所で行なわれた重錘落下衝撃実験結果を用いる。断面形状はスラブ厚10cm、スパン115cmの正方形矩形板であるが、本解析手法は軸対称問題であるので半径57.5cmの円形盤として解析を行なった。減衰定数は0.1としている。図-2は解析モデルのメッシュ図を示しており、斜線部は鉄筋要素である。図-3は実験結果を基にして仮定した衝撃荷重の入力波の時間方向分布図である。

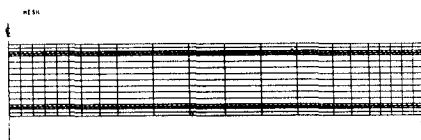


図-2 解析モデルのメッシュ図

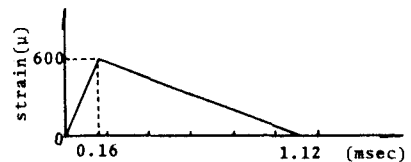


図-3 入力波の時間方向分布図

図-4,5は解析時に特に注目している節点番号、要素番号の位置で図-4における節点番号63は鉄筋部節点であり、図-5における要素番号43, 64, 253, 274は鉄筋部要素である。また、表-1には物性値データの一覧を示している。

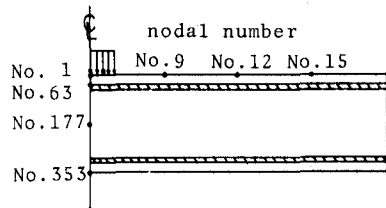


図-4 解析モデルの節点番号

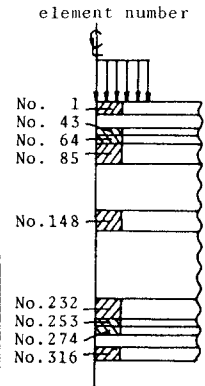


図-5 解析モデルの要素番号

	ヤング率E	ポアソン比 ν	密度 ρ
コンクリート	210,000 kg/cm ²	0.16667	0.0024 kg/cm ³
鋼材	2,100,000 kg/cm ²	0.3	0.00785 kg/cm ³

表-1 解析に用いた物性値データの一覧

2.1 精度の検討

考慮する固有値の数による応答値の収斂状況について検討を行なった。本解析では計算機の都合上40項までを対象としている。図-6は節点63における軸方向変位の収斂状況を示している。図中、横軸は固有値の数、縦軸は軸方向変位を示している。図より、衝撃荷重のない1.5msecでは10項程度で既に収斂しているようであるが、衝撃荷重を受けている状態(0.1, 0.2, 0.4msec)では多少収斂が悪いようである。また、他の節点でも同様な検討を行なったが10項程度で完全に収斂しているのが確認され、載荷点直下が最も収斂が悪いことを考えると、本解析で設定した30項という数は精度的に見て十分な項数であるものと考えられる。また、半径方向変位についても検討を行なったがより収斂が良いことが確認されている。

次に応力についても検討を行なった。図-7に載荷点直下の鉄筋要素43の半径方向応力、図-8には同鉄筋部半径方向1/2の点の要素53の半径方向応力についての収斂状況を示した。図より載荷点直下の要素43では、衝撃荷重を受けている状態において10項程度から振動しながら増加し続けており、40項においてもまだ収斂していないのが確認でき、また要素53においても要素43よりは収斂の傾向が認められるもののやはり完全には収斂していないようである。軸方向応力についても同様の結果が出ており、応力に関しては非常に収斂が悪い事が分かった。

以上の結果より、本解析ではある程度精度的に合理的な値が得られることを確認するという観点からこの固有値の項数を30項に設定して解析を行なうものとした。

3.2 実験結果、他解析理論との比較

図-9は本解析手法による解析結果と有限帯板法による解析結果、電力中央研究所で行なわれた重錘落下衝撃実験結果との比較を示している。図-9-(1)は図-5に示した要素番号274、図-9-(2)は同鉄筋部半径方向1/2

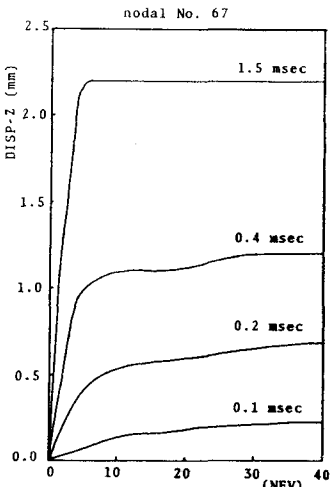


図-6 固有値の収斂状況 (軸方向変位)

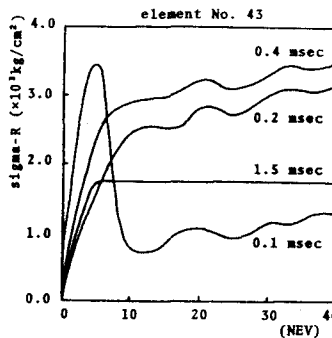


図-7 要素番号43

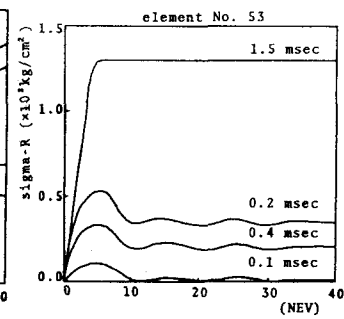


図-8 要素番号53

固有値の収斂状況 (半径方向応力)

の要素の半径方向応力をそれぞれ表している。

図より、実験結果に対してはひびわれ等の塑性論的な問題もあり伝播性状そのものは必ずしも解析結果と一致しないが他解析理論としての有限帯板法との比較については波動周期に違いが見られるものの応答値そのものはかなり近い分布性状を示している。

3.3 衝撃波動の伝播性状

図-10は軸方向変位の半径方向の伝播性状を示したものである。図より、波が半径方向にほぼコンクリートのせん断波速度で伝播していく様子が確認できる。

図-11は軸方向加速度の半径方向と軸方向への伝播性状を示している。図より衝撃荷重載荷点直下における加速度分布は荷重の影響を直接的に受け、非常に大きく複雑な加速度分布を示している。また、載荷点から半径方向に離れた点においては、図に示したとおり波動がほぼコンクリートの縦波の速度で伝播している様子が確認できる。

図-12は半径方向応力の軸方向の伝播状態を示している。図より、鉄筋部に大きな応力が発生しており、板理論どおり中立軸がほぼ板厚中心部に位置していることが分かる。また、最大応力が 3000kg/cm^2 以上を示しており、載荷点直下におけるコンクリートが既に圧壊状態にあるものと考えられ、解析の限界も同時に示しているものと考えられる。

図-13は変位図の時間方向推移を示している。0.1ms ecでは波動が全体に伝わっておらず、載荷点が局部的に変位している現象が見られ、時間が経つにつれて波

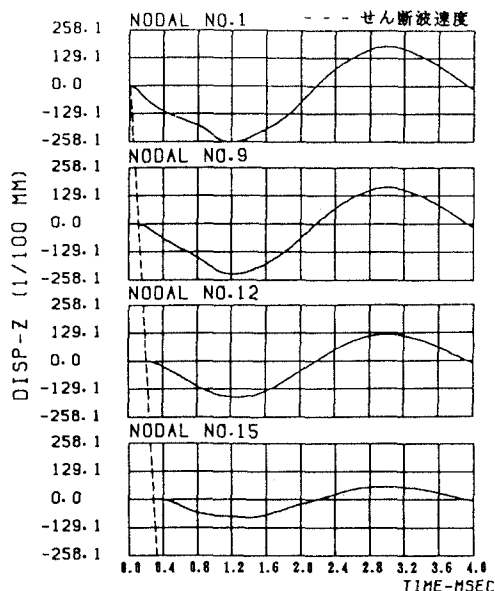


図-10 軸方向変位図

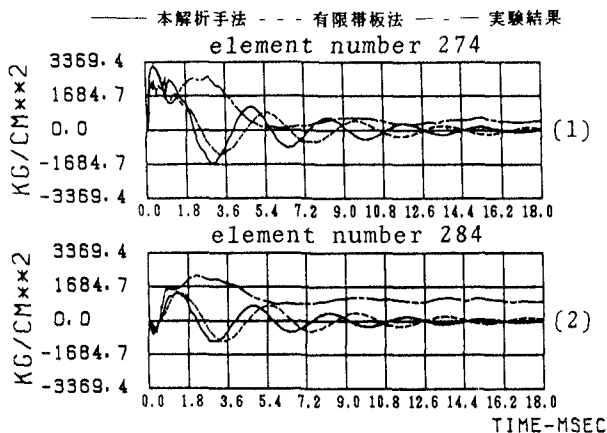


図-9 他解析手法及び実験結果との比較

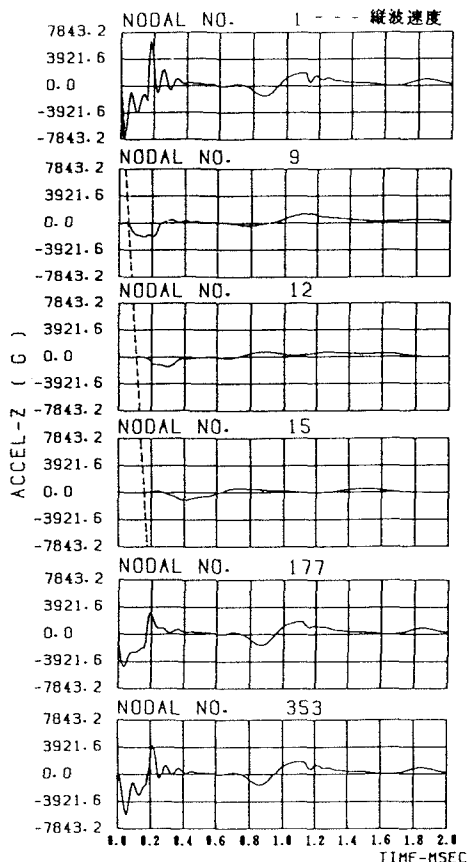


図-11 軸方向加速度分布

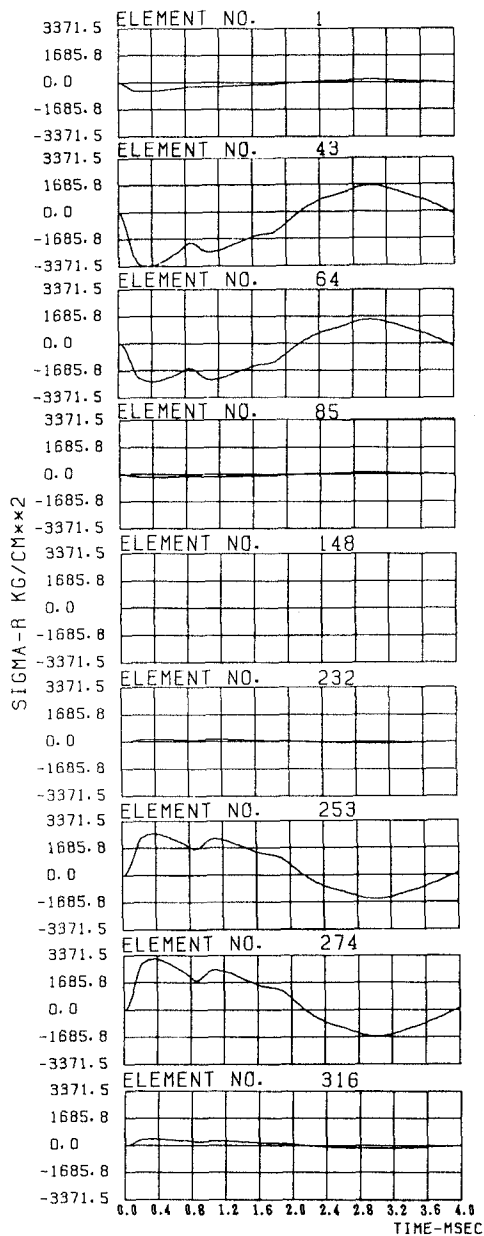


図-12 半径方向応力図

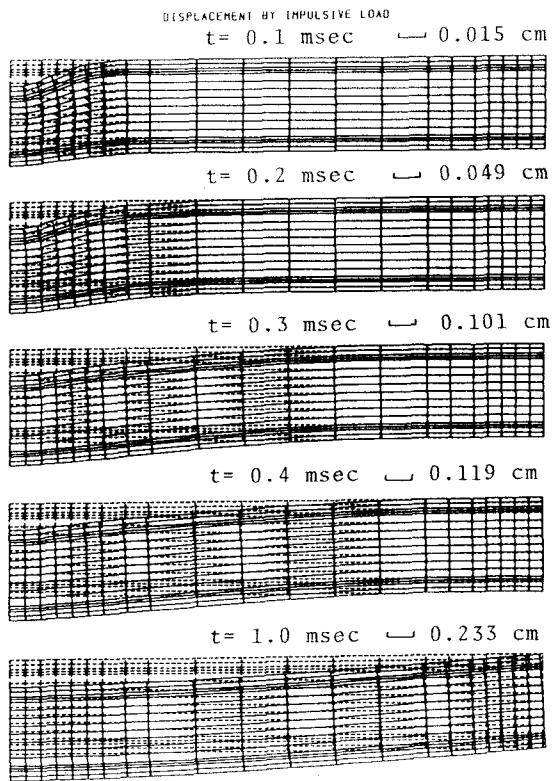


図-13 時間方向変位図

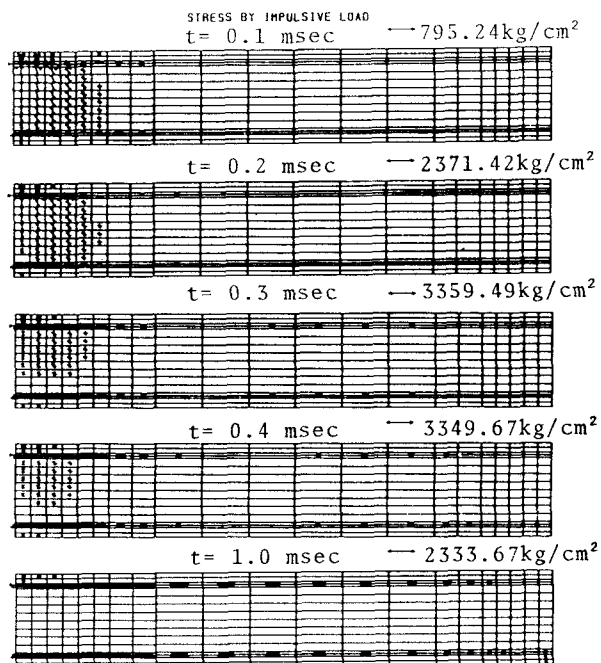


図-14 時間方向主応力図

動が徐々に端部に広がり、1.5msecでは全体的な挙動となっている様子が確認できる。

図-14には主応力図の時間方向推移を示した。載荷初期(0.1msec, 0.2msec)では載荷点直下にのみ応力が表れているが、時間の経過と共に鉄筋部に応力が集中していく様子が確認できる。

4. おわりに

応力波が支持境界まで到達していない状態では、任意形状を有する板構造の衝撃応答に関して、いずれも軸対称的な応答性状を示すものと考えられる。ここでは衝撃初期の任意な板要素の動的応答特性を把握することを目的として軸対称構造体に対する衝撃応答解析を試みた。解析では鉄筋コンクリート構造のような複合成構造体でも容易に解析可能な四辺形アイソパラメトリックのリング要素を用いて、モード法による解析式の定式化を行なった。数値計算は本解析手法の衝撃問題への適用性を検討するために、電力中央研究所で行なわれた落下衝撃実験に用いられた鉄筋コンクリート床版について解析を行い、その実験結果や他の解析手法としての有限帯板法との比較を行なった。また、この他に応力波、加速度の伝播性状、あるいは床版の変形挙動等についても検討を行なった。その結果を以下に要約する。

1. 本解析結果と実験結果との比較においては、ひびわれ等の塑性論的な問題もあり必ずしも一致しないが、他解析手法としての有限帯板法に対しては、周期的な違いはあるものの類似な応答値を得ることができ、本解析手法の妥当性を確認することができた。
2. 解析は節点や要素の各応答値に関する時系列分布や、任意の時間における変形状態、主応力分布図について整理することが可能になった。
3. 本解析結果、軸方向変位が半径方向にはばコンクリートのせん断波速度で伝播している様子や、静的な板理論の仮定である板厚方向の応力の線形変化等について確認することができた。
4. また、構造全体の変形や応力状態の推移を図化することにより、徐々に主波動が支持境界へ伝播し、やがて構造全体として挙動している状態を確認することができた。

以上より、軸対称構造物の弾性衝撃応答解析がより簡略な形で実行することが可能になったものと考えられる。本論文では一実験結果を用いて解析を行なっているが、今後板厚を増加させた場合や、周辺境界条件を変化させた場合の応答性状について検討する予定である。

5. 参考文献

- 1). 大沼博志 ; コンクリート構造物の高温クリープと衝撃応答特性に関する研究, 北海道大学学位論文 昭和59年9月