

I-33 大深度地中連続壁構造体の 周波数応答解析

日大生産工学部	正 員	能町 純雄
室蘭工業大学	正 員	松岡 健一
室蘭工業大学	学生員	磯田 正勝
北海道開発局	正 員	和田 忠幸
(株)メイセイシロコ	正 員	小針 憲司

1. はじめに 近年施工技術の進歩により、堅固な基礎地盤が地下百m程度に位置するような軟弱地盤地域においても、大規模土木構造物の基礎工の施工が行なわれるようになった。その一つの工法として大深度地中連続壁工法がある。この工法は、止水、土留め用としてまず大深度の連続壁を施工し、この内側をディープウェル等でドライ状態にして掘削して順次地中連続壁の内側に支保工を兼ねた基礎本体の側壁を構築し、やがて底版、隔壁、中頂版等を施工して基礎本体を完成させるものである。このように、大深度地中連続壁は仮設構造物として取扱われる構造物であるものと考えられるが、内部掘削等基礎本体完成までの施工期間が長期にわたることや、かなりの深さまで直接人間の手によって機械作業を行なうこと等より、細心の注意のもとに設計されなければならないものと考えられる。このため、種々の構造安定解析が必要と思われるが、ここでは特に地震時安定性について検討を行なうことを目的として、地盤を含めた各施工段階の地中連続壁構造本体の周波数応答解析を行ない、設計上重要と思われる箇所を中心にして加速度、応力等の周波数応答関数の作成を行なった。

解析は大規模連続地中壁構造体がほぼ円形状であることを考慮し、かつ地盤をも考慮した一体解析に有利であるリング状の有限ブリズム要素を用いて行なっている。また、減衰定数に関しては Rayleigh 減衰モデル等が考えられるが、ここでは以下に述べるように新たな三要素モデルを提案し、これに基づいて減衰定数を設定している。

2. 解析理論

2.1 三要素モデルを用いた振動方程式の定式化

通常の振動解析において、減衰定数は Rayleigh 減衰を基本にして決定しているものと考えられる。しかしながら、この Rayleigh 減衰を理論的に考えると、質量に比例する減衰のみを考える場合は固有振動数無限小で、また、剛性に比例する減衰のみを考える場合は固有振動数無限大で、いずれも減衰が無限大になる。この結果は、固有振動数、あるいは弾性波の波動伝播速度が無限小、あるいは無限大時に減衰が無限大となり、振動あるいは波動伝播現象が現れないことを意味している。これは実際の現象と異なるものと考えられる。本論文ではこのような矛盾を改善するために、以下に示すような Kolsky によって示された三要素モデルを用いた減衰定数の評価を試みた。

図-1に示すような一質点系の三要素モデルを考える。全体の変位を δ 、 E_1 部、 η 部の変形をそれぞれ δ_a 、 δ_b とすると、次のような関係式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} E_1 \delta + E_2 \delta_a &= -m \ddot{\delta} + P_0 \\ E_2 \delta_a &= \eta \dot{\delta}_b \\ \delta_a + \delta_b &= \delta \end{aligned} \right\} \dots (1) \sim (3)$$

$$\text{また、} \quad \omega^2 = E_1 / m, \quad c = \eta / E_2 \quad \dots (4), (5)$$

と仮定し、位相差 α とすると各部の変位 δ_a 、 δ_b は次のような振動状態を仮定できる。すなわち、

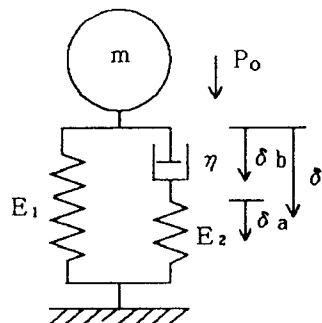


図-1 三要素モデル

$$\delta a = \bar{\delta} a \sin(\omega t - \alpha), \quad \delta b = \bar{\delta} b \cos(\omega t - \alpha) \quad \dots (6), (7)$$

以上、式(1)～(7)を考慮して整理すると、次のような三要素モデルを用いた一質点系の運動方程式が求まる。すなわち、

$$\ddot{\delta} + 2 \frac{\omega c}{2\{1 + (\omega c)^2\}} \frac{E_2}{E_1} \omega \dot{\delta} + \omega^2 \left[1 + \frac{E_2}{E_1} \frac{1}{\{1 + 1/(\omega c)^2\}} \right] \delta = \frac{P_0}{m} \quad \dots (8)$$

これより、式(8)の運動方程式の減衰定数 h は

$$h = \frac{\omega c}{2\{1 + (\omega c)^2\}} \frac{E_2}{E_1} \quad \dots (9)$$

となる。 ω' を次式(10)のように仮定すると、式(8)は最終的に式(11)のように示される。

$$\omega' = \omega \sqrt{1 + \frac{E_2}{E_1} \frac{1}{\{1 + 1/(\omega c)^2\}}} \quad \dots (10)$$

$$\ddot{\delta} + 2h\omega' \dot{\delta} + \omega'^2 \delta = \frac{P_0}{m} \quad \dots (11)$$

図-2には、 ωc と E_2/E_1 をパラメーターにしたときの h の分布について整理している。図のように、減衰定数 h は中間部でピークを示すものの、この部分を境として固有振動数が減少する方向と、増大する方向に減少する関数となっている。

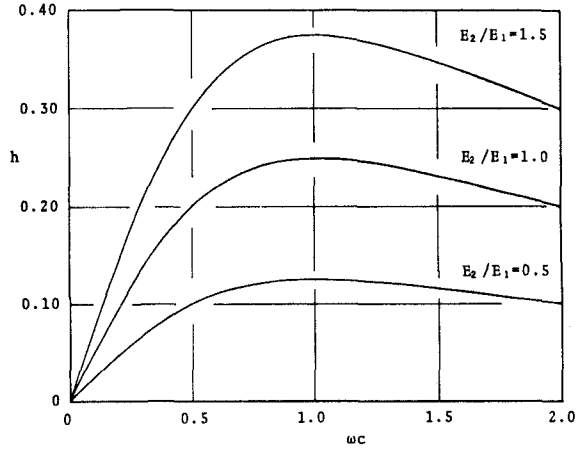


図-2 ωc , E_2/E_1 をパラメーターにしたときの h の分布図

2.2 任意四辺形リング要素を用いた周波数応答解析式の定式化

図-3に示すような任意のリング状四辺形プリズム要素において、全体座標を r, z , θ 、対応する変位を u, v, w 、任意の i 点における節点力を $(f_{r_i}, f_{z_i}, f_{\theta_i})$ ($i = 1, 2, 3, 4$)、節点変位を $(d_{r_i}, d_{z_i}, d_{\theta_i})$ とする。また、定式化を容易にするために、断面重心を原点として局所座標 (ξ, η) をとると、プリズム内の座標、各変位はアイソパラメトリック要素を考え、次のように示される。

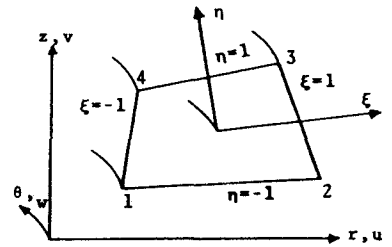


図-3 任意四辺形リング要素

$$\begin{Bmatrix} r \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N\}^T & \\ & \{N\}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{r_i\} \\ \{z_i\} \end{Bmatrix} \quad \dots (12)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N\}^T & & \\ & \{N\}^T & \\ & & \{N\}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{d_{r_i}\} \\ \{d_{z_i}\} \\ \{d_{\theta_i}\} \end{Bmatrix} \quad \dots (13)$$

但し、 $\{N\}^T$ は形状関数であり、

$$\{N\}^T = \frac{1}{4} [(1-\xi)(1-\eta) \quad (1+\xi)(1-\eta) \quad (1+\xi)(1+\eta) \quad (1-\xi)(1+\eta)]^T \quad \dots (14)$$

歪と変位の関係式は三次元弾性論より次のように示される。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{rz} \\ \gamma_{r\theta} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \\ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \end{Bmatrix} \quad \dots (15)$$

$\varepsilon_r, \varepsilon_z, \varepsilon_\theta, \gamma_{rz}$ に関しては Cosine、 $\gamma_{r\theta}, \gamma_{z\theta}$ に関しては Sine の有限 Fourier 変換を周方向に施し、Jacobian マトリックス [J]、弾性マトリックス [D] を導入して整理すると、歪ベクトル $\{\bar{C}_m[\varepsilon]\}$ 、応力ベクトル $\{\bar{C}_m[\sigma]\}$ は

$$\{\bar{C}_m[\varepsilon]\} = [B]\{\bar{C}_m[d]\}, \quad \{\bar{C}_m[\sigma]\} = [D][B]\{\bar{C}_m[d]\} \quad \dots (16), (17)$$

ここで、 $\{d\}$ は要素の変位ベクトルを意味し、 $\bar{C}_m[\]$ は有限 Fourier 変換を意味するものとする。仮想仕事の原理を用いて要素の運動方程式を誘導し、剛性マトリックス、質量マトリックスをそれぞれ [K]、[M] とすると

$$[M]\{\ddot{\bar{C}_m[d]}\} + [K]\{\bar{C}_m[d]\} = \{\bar{C}_m[r, f]\} \quad \dots (18)$$

ここで、 r は節点力が作用する点の半径を意味する。

周期的地震波入力に対する応答解析式は、荷重項を零、基盤変位を $\{ds\}$ とすると、

$$[M]\{\ddot{\bar{C}_m[d]}\} + [K]\{\bar{C}_m[d]\} = -[M]\{\ddot{\bar{C}_m[ds]}\} \quad \dots (19)$$

ここで、固有角振動数 ω_r 、固有モード $\{X_r\}$ を求め基準関数 ϕ_r を導入して直交性を考慮すると、固有角振動数 ω_r 、質量 m_r^* 、強制力 $P(t)$ なる第 r 次の一質点系の振動モデルに置換することができる。

$$P(t) = \frac{1}{m_r^*} \{X_r\}^T [M]\{\ddot{\bar{C}_m[ds]}\}, \quad \text{但し、} \quad m_r^* = \{X_r\}^T [M]\{X_r\} \quad \dots (20)$$

ここで、上で求められた一質点系の振動モデルを 2.1 で提案している三要素モデルに適用する。強制振動として角振動数 ω 、振幅 A の複素振幅振動を考え、これらを式 (8) に代入すると、基準関数の像関数 $\bar{C}_m[\phi_r]$ は次のように示される。

$$\bar{C}_m[\phi_r] = \frac{A}{(\omega_r'^2 - \omega_o^2) + 2hr\omega_r'\omega_o \cdot i} e^{i\omega_o t} \quad \dots (21)$$

式 (21) は第 r 次の基準関数の時間的変化を表すものである。式 (21) を考慮する全ての固有値に適用して重ね合わせを行ない整理すると、 $\{\bar{C}_m[d]\}$ 、 $\{\bar{C}_m[d]\}$ を求めることができる。

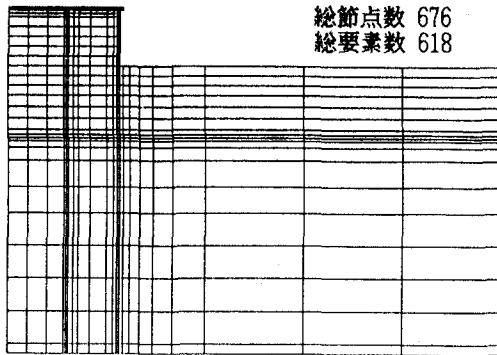
したがって、真の変位、加速度ベクトルは周方向に逆変換を施すことによって求まる。応力ベクトルは、変位ベクトルが明らかになっているので容易に求めることができる。

以上示したように、本論文では減衰定数をより合理的な形で組み込むために、調和振動解析であるのにもかかわらずモードの直交性を考慮した、一質点系の運動方程式に分解し解析を行なっている。解析プログラムでは、入力および固有値の最大周波数を基準として、時間刻みや波数を決めて解析を行ない、絶対最大応答値を求め整理している。

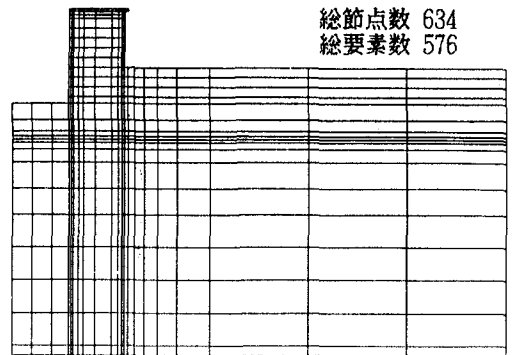
3. 数値解析例

数値解析例として、現在室蘭港に建設中の白鳥大橋主塔基礎部の各施工段階のうちの、①築島および地中連続壁構造体が完成した状態、②地中連続壁内部を海底面まで掘削した状態の 2 ケースを取りあげた。

図-4 はこれら 2 ケースのメッシュ図を示している。各要素の材料定数は、より実際に即した形で考慮している。また、築島部の鋼管矢板構造の物性値は、あらかじめ文献⁹⁾の方法を用いてより厳密な解析を行ない、杭中間部の変形を等しくするように換算の弾性定数を設定して行なっている。



(a) ケース 1



(b) ケース 2

図-4 各ケースのメッシュ図

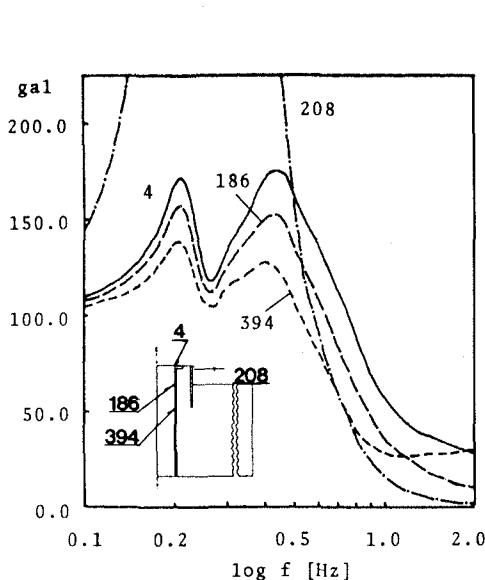
また、減衰定数に関しては、最低次固有値に対する減衰定数を $h = 0.1$ と仮定し、 E_2/E_1 を 1, 2 変化させて数値解析を行なっている。また解析は全て基盤部に 100 gal の複素振幅波を入力した場合の結果について整理している。

3.1 精度の検討

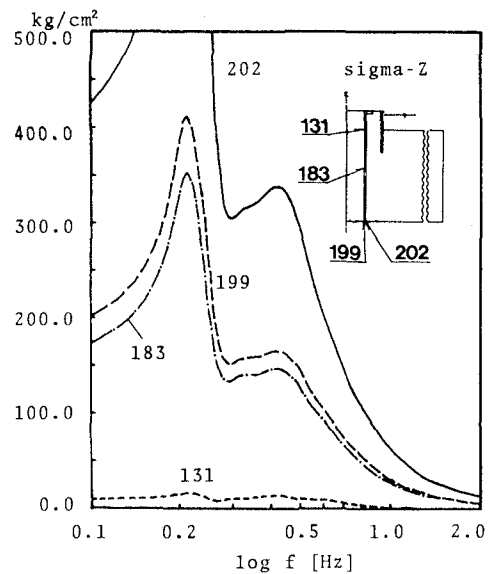
2つの解析ケースについて、考慮する固有値の数を徐々に増加させたときの加速度および応力の応答性状について固有値の数を30項まで5項刻みに増加させ検討を行なった。検討結果は紙面の都合上割愛しているが、全体的に減衰性の周期関数的な分布性状を示していることを確認している。25項程度でも十分収斂しているものと判断されるが、本解析では一応30項まで考慮して詳細な解析を行なうことにした。

3.2 解析結果

電子計算機の容量より、全節点あるいは全要素の加速度、応力の周波数応答関数を求めることは困難であるので、ここでは、設計上重要と考えられる地中連続壁の節点あるいは要素を中心にして、数点を選んで解析を行なっている。



(a) 加速度の応答



(b) 応力の応答

図-5 ケース1で $E_2/E_1 = 1.5$ とした場合の周波数応答関数

図-5は、ケース1で $E_2/E_1 = 1.5$ とした場合の加速度とZ方向応力の周波数応答関数を示している。
 $E_2/E_1 = 1.5$ の場合には、高次の固有値に対応する減衰定数も大きくなり ($n=30$ で $h \approx 0.3$ 程度)、減衰の影響を受け比較的滑らかな曲線となっている。 加速度、応力とも 0.2, 0.4Hz付近でピーク値を示している。 節点 208での加速度は、構造体の中心より150m離れた海底面でのものだが、最大ピーク値 (約0.22Hz) で約900galもの値をとるが減少も著しく、1.0Hzで約16galとなっている。 また節点 394での加速度は、1.0Hzを越えるあたりからやや増加しているが、構造体底部に向かう程基盤の影響を受け、加速度が100gal近傍で

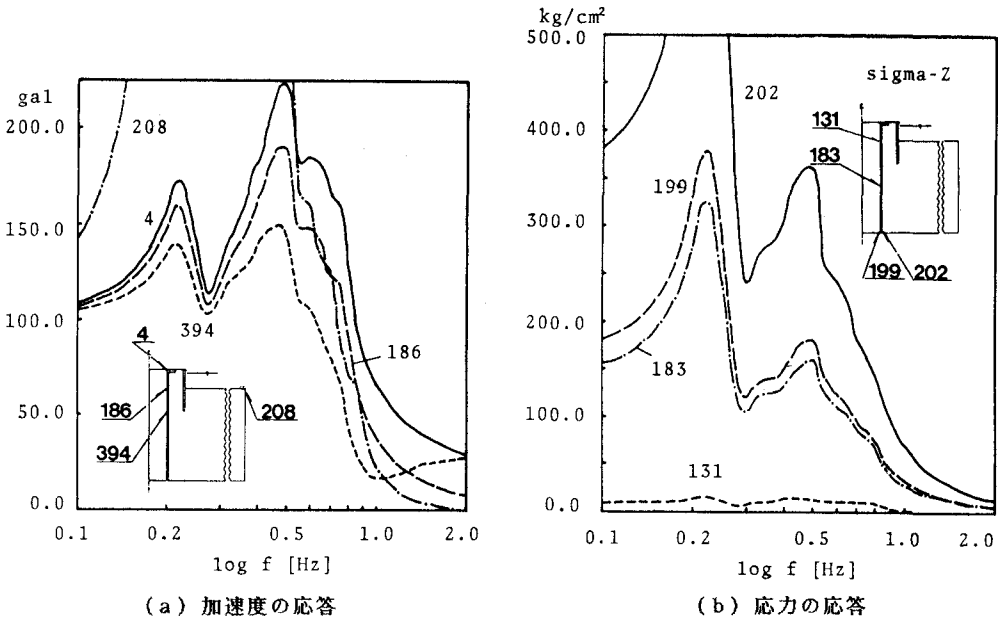


図-6 ケース1で $E_2/E_1 = 0.5$ とした場合の周波数応答関数

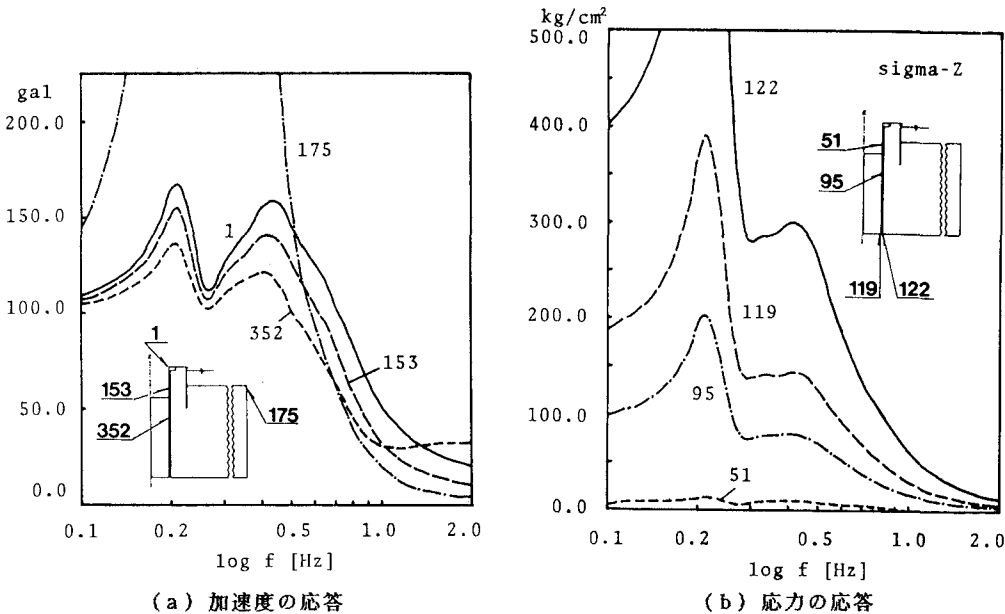
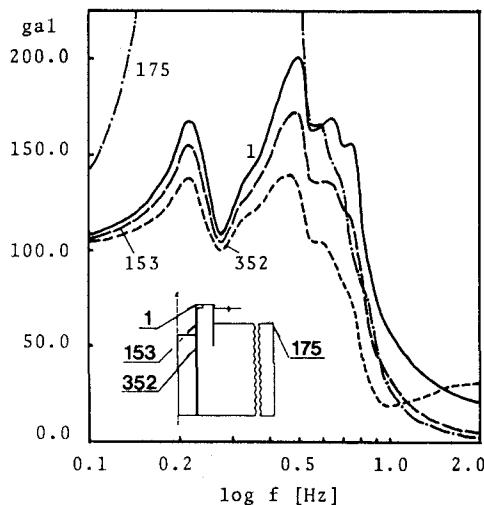
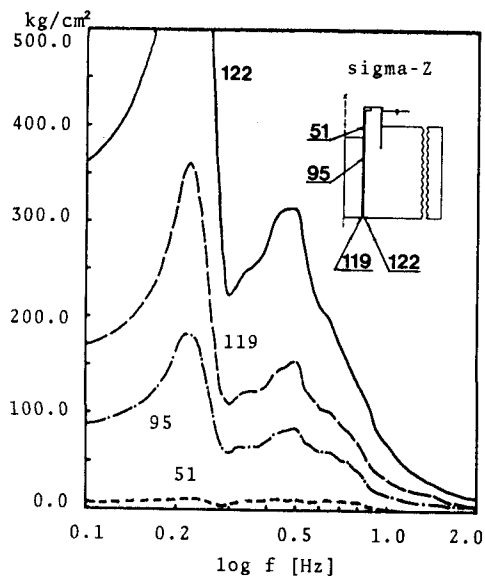


図-7 ケース2で $E_2/E_1 = 1.5$ とした場合の周波数応答関数



(a) 加速度の応答



(b) 応力の応答

図-8 ケース2で $E_2/E_1 = 0.5$ とした場合の周波数応答関数

推移していく表れであると考えられる。応力 σ_2 に関しては、0.4Hz 付近で加速度のような鋭いピークは現れず、ピークを過ぎてからはほぼ単調に減少している。また連続壁最深部の応力は他の要素と比較して多少大きくなっているようである。

図-6 はケース1で $E_2/E_1 = 0.5$ とした場合について、上記と同様に計算した結果である。この場合では、固有値の次数を高くしても減衰定数が $h = 0.125$ をピークに減少し、考慮している最大次数 ($n = 30$) においては $h = 0.11$ 程度となる。したがって、 $f = 0.5\text{Hz}$ 以上においても多少振動するような応答関数となっている。また、 $E_2/E_1 = 1.5$ の場合には第2のピーク周波数が約 $f = 0.4\text{Hz}$ 前後に位置していたが、 $E_2/E_1 = 0.5$ の場合には $f = 0.5\text{Hz}$ 前後に後退しているようである。

図-7, 8 はケース2において E_2/E_1 を 1.5, 0.5 とした場合のそれぞれの周波数応答関数を示しており、傾向は図-5, 6 とほぼ同じである。

4. おわりに

大深度地中連続壁構造体の地震時安定性について検討を行なうことを目的として、地盤を含めた各施工段階の地中連続壁構造本体の周波数応答解析を行ない、設計上重要と思われる箇所を中心にして加速度、応力等の周波数応答関数の作成を行なった。また解析は大規模地中連続壁本体がほぼ円形状であることを考慮し、かつ地盤をも含めた一体解析に有利であるリング状の有限プリズム要素を用いて行なっている。また減衰定数に関しては、Kolskyによって示された三要素モデルを提案し、これに基づいて減衰定数を設定して解析を行なった。本モデルの定式化によって、より合理的な減衰定数の設定が可能になったものと考えられる。

5. 参考文献

- 1) 村澤克己 ; 軸対称リング要素を用いた築島構造物の静的・動的解析, 室蘭工業大学卒業論文, 昭和63年2月
- 2) Kolsky ; Stress in Wave