

I-23 寒冷地道路トンネルの断熱材厚さの一算定法(準定常熱伝導解析)

北海道大学 正員 三上 隆
 北海道大学 正員 芳村 仁
 北海道開発コンサルタント(株) 正員 林 憲造
 北海道開発コンサルタント(株) 正員 奥山 秀樹

1. まえがき 前論文¹⁾では、非定常熱伝導理論に基づく温度解析(時刻歴応答)について述べたが、これによる結果は設定した入力温度波形に対してのみ有効である。したがって、時刻歴応答の結果は設計(断熱材厚さの算定)に用いるというよりも、他の基本的な方法により設計されたトンネル・地山系の凍害に対する安全性を詳細に検討する場合に用いるべきものと思われる。このような立場から、本論文では適切に簡易化された方法により断熱材厚さを算定する方法について述べる。すなわち、トンネル内空側の温度変動を地球自転による日変化および公転による年変化の周期的現象としてとらえ、周期的熱伝導(準定常熱伝導)解析に基づいた断熱材厚さの算定法(温度略算式)を提案する。

2. トンネル・地山系モデルおよび基礎方程式

1) トンネル・地山系モデル トンネル・地山の熱伝導(温度)解析を行うためのモデルとして、文献1)で述べた“Model A”，すなわち図-1に示すような一次元モデルを考える。すなわち、トンネル・地山の連続系は、二次覆工、断熱材、一次覆工および地山から成る4つの要素で構成されるものとする。各要素は二次覆工から順次1, 2, 3, 4と番号付けをし、各要素の長さを l_n 、熱伝導率を k_n 、熱容量を $(\rho c)_n$ 、および温度を u_n で表す($n=1\sim 4$)。なお、地山の長さ l_4 の値は、文献1)に記した算定式によるものである。

2) 基礎方程式 図-1に示すように、各要素に対し位置座標 x を定めれば、各要素の温度分布 $u_n(x, t)$ を支配する熱伝導微分方程式は次のように表される。ただし $a_n^2 = k_n / (\rho c)_n$ は温度伝播率である。

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = a_n^2 \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \quad (n=1\sim 4) \quad \dots\dots\dots(1)$$

各要素の接触面で成立する条件は次のように表される。

温度に関する条件； $\{u_n\}_{x=l_n} = \{u_{n+1}\}_{x=0} \quad (n=1\sim 3) \quad \dots\dots\dots(2.1)$

熱量に関する条件； $k_n \left\{ \frac{\partial u_n}{\partial x} \right\}_{x=l_n} = k_{n+1} \left\{ \frac{\partial u_{n+1}}{\partial x} \right\}_{x=0} \quad (n=1\sim 3) \quad \dots\dots\dots(2.2)$

トンネル内空側と地山側の温度に関する境界条件は次のようである。

$$-k_1 \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\}_{x=0} = \alpha [u_0 - \{u_1\}_{x=0}], \quad \{u_4\}_{x=l_4} = u_5 \quad \dots\dots(3)$$

ここに α は熱伝達率である。

トンネル内空温度の変動は、既に述べたように、周期的現象としてとらえることができる。すなわち、その土地の年平均気温、年変化および日変化に分けて考えることができる。ここで、年変化に対しては角速度 $p=2\pi/(365 \times 24)$ 、日変化に対しては角速度 $p=2\pi/24$ の正弦関数で表されるものとするれば、トンネル内空側および地山側の境界条件式(3)に現れる u_0 と u_5 は次式となる。

Case 1 (年平均気温)； $u_0 = u_5 = u_m \quad \dots\dots\dots(4.1)$

Case 2 (年変化)； $u_0 = A_y \sin pt, \quad u_5 = 0 \quad \dots\dots(4.2)$

Case 3 (日変化)； $u_0 = A_d \sin pt, \quad u_5 = 0 \quad \dots\dots(4.3)$

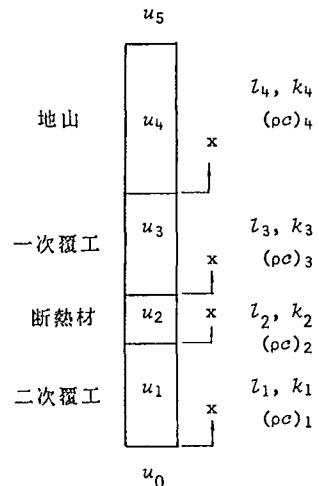


図-1 トンネル・地山モデル

ここで u_m は年平均気温、 A_V と A_D は振幅で、それぞれ年較差、日較差の半分である。

3. 基礎方程式の厳密解と略算解

1) 厳密解 解は式(1),(2),(3)および式(4)より求められる。

Case 1 (年平均気温に対して) ; 時間に依存しない定常問題になるので

$$u_n(x, t) = u_m \quad (n=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots(5)$$

Case 2 (年変化)とCase 3 (日変化) ; この場合の解は、年変化の場合には $p=2\pi/(365 \times 24)$ 、日変化の場合には $p=2\pi/24$ を用いるものとすれば、同一の表現式で与えられる。なお、記述を簡単にするため、単位の振幅($A_V=1, A_D=1$)に対する解を求める。式(1)の一般解は次式となる。

$$u_n(x, t) = \{A_n \cdot \exp[-(1+i)x\sqrt{p/2}/a_n] + B_n \cdot \exp[(1+i)x\sqrt{p/2}/a_n]\} e^{ipt} \quad (n=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 A_n, B_n は複素定数、 $i=\sqrt{-1}$ である。

解は、式(4.2)、(4.3)に現れる $\sin pt$ が $I_m(e^{ipt})$ と表されることに留意すれば次のように得られる。まず式(2)と式(3)を満たす A_n, B_n ($n=1 \sim 4$)を決定する。次にこの A_n, B_n を式(6)に代入し、整理すれば、求める解は虚数部分で表される。結果を表-1に示す。

表-1 周期的熱伝導解 (温度計算式)

表-1で、添字 n は n 要素を表し、 $\sum_{m=1}^k$ の k は n に応じて次の値をとる。

- $n=1$ (二次覆工) のとき、 $k=8$
- $n=2$ (断熱材) のとき、 $k=4$
- $n=3$ (一次覆工) のとき、 $k=2$
- $n=4$ (地山) のとき、 $k=1$

さらに、 $\delta_n = I_n/a_n$ 、 $\beta_n = a_n/k_n$ ($n=1 \sim 4$)とすれば、 $n=1$ の計算に必要な諸量 f_{1m} 、 $h_{1m}(x)$ および g_m ($m=1 \sim 8$)は表-2に、 $n=2 \sim 4$ の計算に必要なそれらは表-3で与えられる。

2) 略算解 表-1中の式(7)

は、トンネル・地山系の任意点の温度変動を求められる利点を有しているが、やや複雑なきらいがある。ここでは、断熱材厚さ算定にのみ必要となる一次覆工背面温度 $u_4(0, t)$ と断熱材背面温度 $u_3(0, t)$ について、式(7)と同程度の精度を有し、設計定数が定まれば電卓によりわずかな時間で計算できる略算解を誘導する。誘導に当たっての基本的な考え方は次のようである。

$$u_n(x, t) = \frac{1}{A^2 + B^2} \left[\sum_{m=1}^k f_{nm} \cdot \exp(h_{nm}(x)) \{A \sin(pt + h_{nm}(x)) - B \cos(pt + h_{nm}(x))\} - \sum_{m=1}^k f_{nm} \cdot \exp(-h_{nm}(x)) \{A \sin(pt - h_{nm}(x)) - B \cos(pt - h_{nm}(x))\} \right] \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで

$$A = \sum_{m=1}^k f_{1m} [(1+c) \cdot \exp(g_m \sqrt{p/2}) \cos(g_m \sqrt{p/2}) - (1-c) \cdot \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \sin(g_m \sqrt{p/2}) - c \{ \exp(g_m \sqrt{p/2}) - \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \} \sin(g_m \sqrt{p/2})]$$

$$B = \sum_{m=1}^k f_{1m} [(1+c) \cdot \exp(g_m \sqrt{p/2}) \sin(g_m \sqrt{p/2}) + (1-c) \cdot \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \sin(g_m \sqrt{p/2}) + c \{ \exp(g_m \sqrt{p/2}) + \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \} \cos(g_m \sqrt{p/2})]$$

ただし、 $c = \sqrt{pk_1(\rho c)/2} / \alpha$
 年変化の場合 ; $p = 2\pi / (365 \times 24)$
 日変化の場合 ; $p = 2\pi / 24$

表-2 式(7)の計算に必要な諸量 ($n=1$)

m	f_{1m}	$h_{1m}(x)$
1	$(1 + \beta_1/\beta_2)(1 + \beta_2/\beta_3)(1 + \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_1 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
2	$(1 + \beta_1/\beta_2)(1 - \beta_2/\beta_3)(1 - \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_2 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
3	$(1 - \beta_1/\beta_2)(1 - \beta_2/\beta_3)(1 + \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_3 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
4	$(1 - \beta_1/\beta_2)(1 + \beta_2/\beta_3)(1 - \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_4 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
5	$-(1 - \beta_1/\beta_2)(1 + \beta_2/\beta_3)(1 + \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_5 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
6	$-(1 - \beta_1/\beta_2)(1 - \beta_2/\beta_3)(1 - \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_6 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
7	$-(1 + \beta_1/\beta_2)(1 - \beta_2/\beta_3)(1 + \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_7 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
8	$-(1 + \beta_1/\beta_2)(1 + \beta_2/\beta_3)(1 - \beta_3/\beta_4)/8$	$(g_8 - x/a_1)\sqrt{p/2}$
$g_1 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$, $g_2 = \delta_1 + \delta_2 - \delta_3 + \delta_4$, $g_3 = \delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + \delta_4$ $g_4 = \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 + \delta_4$, $g_5 = \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 - \delta_4$, $g_6 = \delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4$ $g_7 = \delta_1 + \delta_2 - \delta_3 - \delta_4$, $g_8 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 - \delta_4$		

①地山を半無限体とする。

②一次、二次覆工は同一の熱定数とする ($k_1=k_3$, $(\rho c)_1=(\rho c)_3$)。

③年変化に対する略算解は、三角関数、指数関数をべき級数表示し、その3次以上の高次項を無視する。また日変化の略算解は、 $\exp(h_{nm}(x)) \gg \exp(-h_{nm}(x))$ 等として処理する。

④安全側の断熱材厚さを求めるため、熱伝達率 α を無限大とする。

略算解を表-4と表-5に示す。表-4は、 $A_V=1$ としたときの年変化に対する温度略算式、同様に表-5は、 $A_D=1$ に対する日変化の温度略算式である。なお、表-6は断熱材添付の有効性を判断するための、断熱材を用いないときの、覆工背面の年・日変化に対する温度略算式である。

4. 断熱材厚さ算定のフロー

以上により、トンネル建設地点の U_m , A_V , A_D が与えられれば、トンネル・地山系の任意点の温度は、年平均気温に対する式(5)と年・日変化に対する式(7)[表-1]の和で得られる。

たとえば地山の凍結性を問題にするならば、 $n=4$ とした式(7)の年変化・日変化に対する温度 u_4

($0, t$)の最大値(年変化については $\text{Max}(u_4^Y)$, 日変化については $\text{Max}(u_4^D)$ と記す), あるいは、表-4および表-5にある $\text{Max}(u_4^Y)$, $\text{Max}(u_4^D)$ を求め、次式を満足するように

表-3 式(7)の計算に必要な諸量 ($n=2\sim 4$)

n=2のとき		
m	f_{2m}	$h_{2m}(x)$
1	$(1+\beta_2/\beta_3)(1+\beta_3/\beta_4)/4$	$(\delta_2+\delta_3+\delta_4-x/a_2)\sqrt{p/2}$
2	$(1-\beta_2/\beta_3)(1-\beta_3/\beta_4)/4$	$(\delta_2-\delta_3+\delta_4-x/a_2)\sqrt{p/2}$
3	$-(1+\beta_2/\beta_3)(1-\beta_3/\beta_4)/4$	$(\delta_2+\delta_3-\delta_4-x/a_2)\sqrt{p/2}$
4	$-(1-\beta_2/\beta_3)(1+\beta_3/\beta_4)/4$	$(\delta_2-\delta_3-\delta_4-x/a_2)\sqrt{p/2}$
n=3のとき		
m	f_{3m}	$h_{3m}(x)$
1	$(1+\beta_3/\beta_4)/2$	$(\delta_3+\delta_4-x/a_3)\sqrt{p/2}$
2	$-(1-\beta_3/\beta_4)/2$	$(\delta_3-\delta_4-x/a_3)\sqrt{p/2}$
n=4のとき		
m	f_{4m}	$h_{4m}(x)$
1	1	$(\delta_4-x/a_4)\sqrt{p/2}$

表-4 年変化に対する温度略算式

一次覆工背面温度 $u_4^Y(0, t)$ $u_4^Y(0, t) = \text{Max}(u_4^Y) \cdot \sin(pt - \varepsilon)$	断熱材背面温度 $u_3^Y(0, t)$ $u_3^Y(0, t) = \text{Max}(u_3^Y) \cdot \sin(pt - \varepsilon)$
$\text{Max}(u_4^Y) = \frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ $\varepsilon = \tan^{-1}(B/A)$ $p = 2\pi / (365 \times 24)$	$\text{Max}(u_3^Y) = \frac{\sqrt{C^2+D^2}}{A^2+B^2}$ $\varepsilon = \tan^{-1}(D/C)$ $p = 2\pi / (365 \times 24)$
$A = 1 + \alpha, \quad B = \alpha + \beta$ $C = A + (A+B) \frac{l_3}{k_1} \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2} + B \frac{l_3^2 (\rho c)_1 p}{k_1 2}$ $D = B - (A-B) \frac{l_3}{k_1} \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2} - A \frac{l_3^2 (\rho c)_1 p}{k_1 2}$ $\alpha = \left(\frac{l_1 + l_3}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right) \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2}$ $\beta = \left\{ \frac{(l_1 + l_3)^2}{2k_1} + \frac{l_2 l_3}{k_2} \right\} p (\rho c)_1$	

表-5 日変化に対する温度略算式

一次覆工背面温度 $u_4^D(0, t)$ $u_4^D(0, t) = \text{Max}(u_4^D) \cdot \sin(pt - \varepsilon)$	断熱材背面温度 $u_3^D(0, t)$ $u_3^D(0, t) = \text{Max}(u_3^D) \cdot \sin(pt - \varepsilon)$
$\text{Max}(u_4^D) = \frac{8\sqrt{(\rho c)_2 k_2}}{\sqrt{(\rho c)_1 k_1} + \sqrt{(\rho c)_4 k_4}} \cdot \frac{\exp(-G_1)}{\sqrt{\lambda}}$ $\varepsilon = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin(G_1) + \gamma^2 \sin(G_3) \exp(-\delta_2 \sqrt{2p})}{\cos(G_1) + \gamma^2 \cos(G_3) \exp(-\delta_2 \sqrt{2p})} \right\}$ $p = 2\pi / 24$	$\text{Max}(u_3^D) = \frac{4\sqrt{(\rho c)_2 k_2}}{\sqrt{(\rho c)_1 k_1}} \cdot \frac{\exp(-G_2)}{\sqrt{\lambda}}$ $\varepsilon = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sin(G_2) + \gamma^2 \sin(G_4) \exp(-\delta_2 \sqrt{2p})}{\cos(G_2) + \gamma^2 \cos(G_4) \exp(-\delta_2 \sqrt{2p})} \right\}$ $p = 2\pi / 24$
$X = 1 + \gamma^4 \exp(-\delta_2 \sqrt{2p}) - 2\gamma^2 \exp(-\delta_2 \sqrt{p/2}) \cdot \cos(\delta_2 \sqrt{2p})$ $\gamma = \frac{\sqrt{(\rho c)_1 k_1} - \sqrt{(\rho c)_2 k_2}}{\sqrt{(\rho c)_1 k_1} + \sqrt{(\rho c)_2 k_2}}, \quad \delta_2 = l_2 \sqrt{(\rho c)_2} / k_2$ $G_1 = \{ (l_1 + l_3) \sqrt{(\rho c)_1 / k_1} + l_2 \sqrt{(\rho c)_2 / k_2} \} \sqrt{p/2}, \quad G_2 = \{ l_1 \sqrt{(\rho c)_1 / k_1} + l_2 \sqrt{(\rho c)_2 / k_2} \} \sqrt{p/2}$ $G_3 = \{ (l_1 + l_3) \sqrt{(\rho c)_1 / k_1} - l_2 \sqrt{(\rho c)_2 / k_2} \} \sqrt{p/2}, \quad G_4 = \{ l_1 \sqrt{(\rho c)_1 / k_1} - l_2 \sqrt{(\rho c)_2 / k_2} \} \sqrt{p/2}$	

断熱材厚さの算定および断熱材の選定を行えばよい。

$$u_4 = u_m - A_Y \cdot \text{Max}(u_4^Y) - A_D \cdot \text{Max}(u_4^D) > 0 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \dots\dots\dots(8.1)$$

同様に、防水シートが添付される断熱材背面温度 u_3 が問題になるならば、 $n=3$ とする式(7)あるいは表-4、表-5より $u_3(0, t)$ の最大値を求め、次式を満足するようにすればよい。

$$u_3 = u_m - A_Y \cdot \text{Max}(u_3^Y) - A_D \cdot \text{Max}(u_3^D) > 0 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \dots\dots\dots(8.2)$$

なお、地山の凍結性を問題にするならば、断熱材厚さ算定のフローは図-2となる。

5. 数値計算例および考察

ここでは、断熱材厚さ、熱定数などのパラメータが断熱材背面温度 u_3 、一次覆工背面温度 u_4 にどのような影響を与えるかを調べることにするが、数値解析の結果、略算解は厳密解にほぼ等しい結果を与えることが判明したので、まず略算式に考察を加えて、トンネル・地山系の断熱効果（経済的な断熱厚さにするには、式(8)の $\text{Max}(u_4^Y)$ 、 $\text{Max}(u_4^D)$ などの値は小さければよい）について考えてみる。以下、一次覆工背面温度の振幅 $\text{Max}(u_4^Y)$ を用いて説明する。

表-4より、一次覆工背面温度の振幅 $\text{Max}(u_4^Y)$ は次式で表される。

$$\text{Max}(u_4^Y) = 1 / \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (A = 1 + \alpha, B = \alpha + \beta) \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここで

$$\alpha = \left(\frac{l_1 + l_3}{k_1} + \frac{l_2}{k_2} \right) \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2},$$

$$\beta = \left\{ \frac{(l_1 + l_3)^2}{2k_1} + \frac{l_2 l_3}{k_2} \right\} p (\rho c)_1$$

.....(10)

式(9)より、 A と B （ α と β ）が大きくなればなるほど、 $\text{Max}(u_4^Y)$ は小さくなることが理解できる。さらに覆工コンクリート厚さ l_1 と l_3 が凍結・凍害以外の他の要因で決定すること、および覆工コンクリートの熱定数 k_1 、 $(\rho c)_1$ がほぼ一定であることを考慮すれば、 A と B （ α と β ）の値は、 l_2 （断熱材の厚さ）、 k_4 （地山の熱伝導率）と $(\rho c)_4$ （地山の熱容量）が大きいほど、また k_2 （断熱材の熱伝導率）が小さいほど、大きくなることがわかる。

以下に、上の記述を確認する意味で代表的な数値計算例を示すが、結果のすべては、熱伝達率 $\alpha = \infty$ とし、年変化・日変化の振

表-6 断熱材が無い場合の覆工背面温度略算式

年変化: $u_4^Y(0, t)$ $u_4^Y(0, t) = \text{Max}(u_4^Y) \cdot \sin(pt - \varepsilon)$	日変化: $u_4^D(0, t)$ $u_4^D(0, t) = \text{Max}(u_4^D) \cdot \sin(pt - \varepsilon)$
$\text{Max}(u_4^Y) = \frac{1}{\sqrt{X}}$ $X = 1 + 2 \frac{l}{k_1} \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2} + \frac{l^2}{k_1^2} (\rho c)_4 k_4 p$ $\varepsilon = \tan^{-1} \left(\frac{G_1}{1 + G_1} \right)$ $p = 2\pi / (365 \times 24)$	$\text{Max}(u_4^D) = \frac{2\sqrt{(\rho c)_1 k_1}}{\sqrt{(\rho c)_1 k_1} + \sqrt{(\rho c)_4 k_4}} \cdot \frac{\exp(-G_2)}{\sqrt{X}}$ $X = 1 + 2\gamma \cos(2G_2)$ $\varepsilon = \tan^{-1} \left\{ \frac{1 - \gamma \exp(-G_2)}{1 + \gamma \exp(-G_2)} \cdot \tan(G_2) \right\}$ $\gamma = \frac{\sqrt{(\rho c)_1 k_1} - \sqrt{(\rho c)_4 k_4}}{\sqrt{(\rho c)_1 k_1} + \sqrt{(\rho c)_4 k_4}}$ $p = 2\pi / 24$
$l = l_1 + l_3, \quad G_1 = \frac{l}{k_1} \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2}, \quad G_2 = \frac{l}{k_1} \sqrt{(\rho c)_1 k_1 p / 2}$	

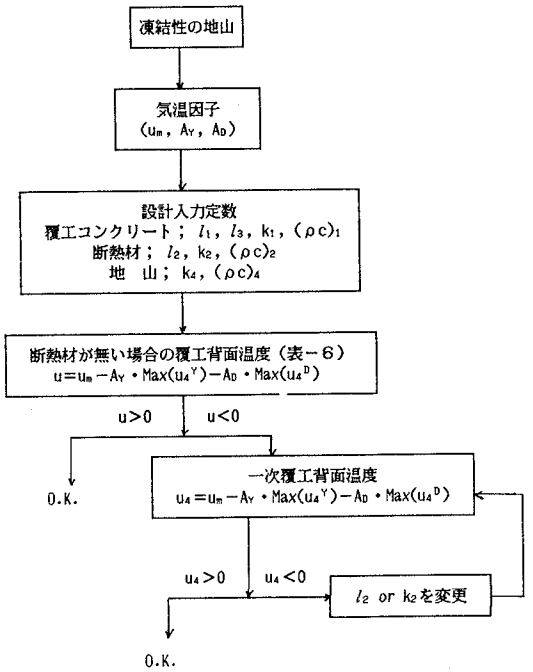


図-2 断熱材厚さ設計の基本フロー（地山の凍結問題）

幅を1($A_V=1$, $A_D=1$)にとったものである。

なお、トンネル・地山系の標準入力定数は次のように設定し、

二次覆工； $k_1=1$, $(\rho c)_1=460$, $l_1=0.3$

断熱材； $k_2=0.02$, $(\rho c)_2=20$, $l_2=0.05$

一次覆工； $k_3=1$, $(\rho c)_3=460$, $l_3=0.2$

地 山； $k_4=1$, $(\rho c)_4=500$, $l_4=\infty$ (略算式) または厳密解のときは

$$l_4 = 12.73 \sqrt{k_4 / (\rho c)_4} \quad (\text{日変化}) \quad \dots (11.1)$$

$$l_4 = 243.16 \sqrt{k_4 / (\rho c)_4} \quad (\text{年変化}) \quad \dots (11.2)$$

特定の定数の影響をみるときは、その定数のみ変化させ、他は標準入力定数を用いるものとする。なお、図の縦軸は、温度振幅 ($\text{Max}(u_3^Y)$, $\text{Max}(u_4^Y)$) または $\text{Max}(u_3^D)$, $\text{Max}(u_4^D)$) を表す。

(1) 地山長の影響 (図-3)； 図は年変化に対する値を示す。横軸は式(11.2)より求めた値 l_4 を基準に $(0.1 \sim 2.0) \times l_4$ の範囲にとった。図より明らかなように、地山長さを $0.7l_4$ 以上にとればほぼ一定値に収束している。以下では地山長さを l_4 とする。

(2) 断熱材厚さの影響 (年変化に対して図-4a, 日変化に対して図-4b)； 図中、実線・点線は厳密解であり、○印は略算解によるものである。図より略算解は厳密解によく一致すること、年変化に対する $\text{Max}(u_3^Y)$, $\text{Max}(u_4^Y)$ の挙動は、断熱材厚さの増加とともに減少し、温度挙動には断熱材厚さが大きな影響を与えることがわかる。しかし、断熱材を厚くすればするだけ、温度振幅の減少率が小さくなり、次第に効率は悪くなる。日変化に対する温度挙動は、年変化のそれに同様であるが、その値は非常に小さく、年変化の一桁落ちである。なお日変化の温度挙動に与える他のパラメータの影響も l_2 と同様であり、それゆえ断熱材厚さの算定における重要な気温因子は年平均気温 (u_m) と年振幅 (A_V) であるといえよう。

(3) 地山の熱伝導率の影響 (図-5)； 地山の熱伝導率 k_4 は一般に $k_4=0.5 \sim 3$ の範囲といわれており、ここでは $k_4=0.5 \sim 4$ の範囲に対する結果を示す (図中、実線・点線は厳密解、○印は略算解である)。図は年変化に対する結果で、温度振幅は熱伝導率 k_4 が大きく (小さく)

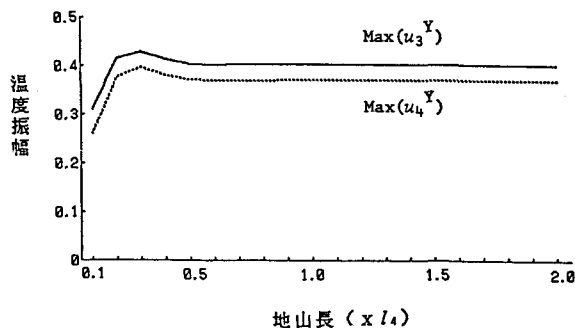


図-3 地山長の温度振幅に及ぼす影響 (年変化)

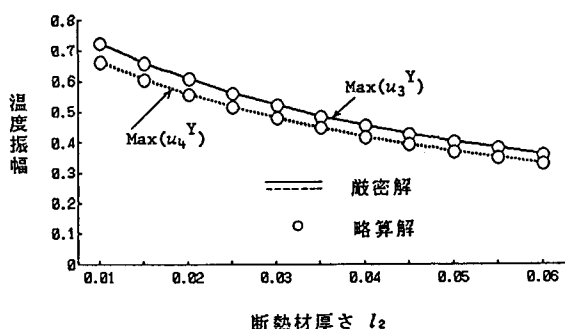


図-4 a 断熱材厚さ l_2 の温度振幅に及ぼす影響 (年変化)

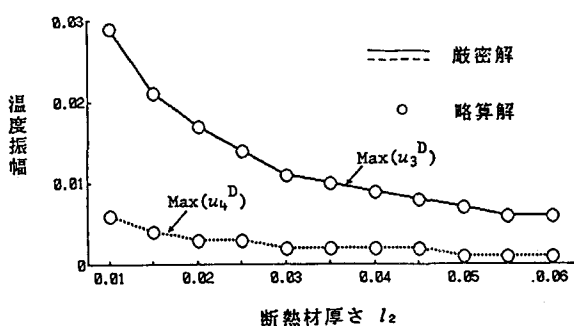


図-4 b 断熱材厚さ l_2 の温度振幅に及ぼす影響 (日変化)

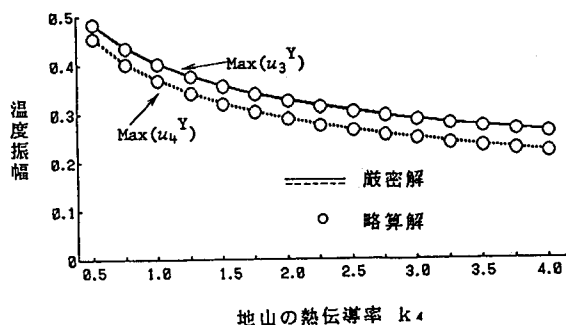


図-5 地山の熱伝達率 k_4 の温度振幅に及ぼす影響 (年変化)

なるほど、減少（増加）する傾向を示す。この傾向は、熱伝導率は小さいほど断熱効果がよいという一般的な熱伝導率の果たす役割に矛盾するが、その理由については後述する。

(4) 断熱材の熱伝導率の影響（図-6）；

断熱材とは、一般に熱伝導率 k_2 が0.05以下の材料を指すようである。ここでは、 $k_2=0.01\sim 0.05$ の範囲に対する結果を示す。図から明らかなように年変化の温度変動は、 k_2 に大きく影響を受け、 k_2 が小さいほど、断熱効果がよい。

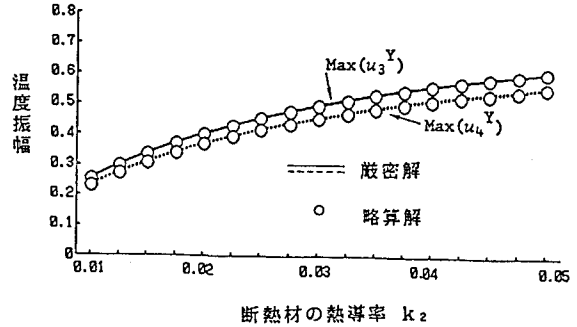


図-6 断熱材の熱伝導率 k_2 の温度振幅に及ぼす影響（年変化）

既に述べたように、矛盾するような k_4 の果たす役割（図-5）は次のように理解できる。式(10)の α を次のように書き改める。

$$\alpha = R \cdot \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2} \quad [\text{ただし, } R = (l_1 + l_3) / k_1 + l_2 / k_2] \quad \dots\dots\dots(13)$$

上式で、 R は一次覆工、断熱材、二次覆工からなる系の伝達（熱）抵抗である。図-5の結果は、 $l_4 \rightarrow \infty$ とした略算解と式(11.2)より定めた l_4 による解（厳密解）が同一の解を与えているので、 $l_4 \rightarrow \infty$ を式(11.2)の l_4 で置き換えて考えてもよいだろう。図-5を描くのに用いた $(\rho c)_4$ ＝一定の条件では、式(11.2)より、 k_4 が大きくなるほど、 l_4 が大きくなることわかる。言い換えれば、熱伝導率が大きければ、地温の不易層が深くなるということである。ここで、式(11.2)を k_4 について解き、式(13)に代入すれば、次式が得られる。

$$\alpha \propto R \cdot p \cdot l_4 (\rho c)_4 \quad \dots\dots\dots(14)$$

すなわち上式は、地山の熱伝導率が大きくなれば、地山の単位面積あたりの熱容量 $l_4 (\rho c)_4$ が大きくなることを意味している。式(10)の β は次のように変形できる。

$$\beta = \frac{p}{2} \left\{ R + \frac{l_2}{k_2} \cdot \frac{l_3 - l_1}{l_1 + l_3} \right\} \cdot (l_1 + l_3) (\rho c)_1 \quad \dots\dots\dots(15.1)$$

一次覆工厚さと二次覆工厚さが等しい($l_1 = l_3$)特別な場合には、

$$\beta = p \cdot R \cdot (l_1 + l_3) (\rho c)_1 / 2 \quad \dots\dots\dots(15.2)$$

以上の議論より明らかなように、トンネル・地山系の断熱効果は、その多くは断熱材の伝達抵抗に依存する一次覆工・断熱材・二次覆工からなる伝達抵抗 R および熱容量の大きい地山・覆工コンクリートの単位面積あたりの熱容量 $[l_4 (\rho c)_4, (l_1 + l_3) (\rho c)_1]$ の相乗効果によるものである。

6. まとめ 本論文は次のように要約される。

- ① 断熱材厚さの決定に必要なトンネル・地山系の温度算定式として、周期的熱伝導（準定常熱伝導）解析に基づいた厳密式および実用上十分な精度を有する略算式を提示した。
- ② トンネル・地山系の断熱効果は、その多くは断熱材の伝達抵抗に依存する一次覆工・断熱材・二次覆工からなる伝達抵抗および熱容量の大きい地山・覆工コンクリートの単位面積あたりの熱容量の相乗効果によるものである。

<参考文献>

- 1) 芳村 仁・三上 隆・小山田欣裕；寒冷地道路トンネルの地山温度解析（非定常熱伝導解析），土木学会北海道支部論文報告集，第45号，1989。