

I-22 寒冷地道路トンネルの地山温度解析（非定常熱伝導解析）

北海道大学 正員 芳村 仁
 北海道大学 正員 三上 隆
 北海道開発局 正員 小山田欣裕

1. まえがき

道路トンネルは、都市部・山岳部に近年多数建設され、経済社会の発展にともなって、将来ますますその要求は増大することが予想される。トンネルは、一般に水に接する機会が多く、しかも気象条件の厳しい地点に建設される場合には、地山凍結による覆工の変形、凍結融解によるコンクリートの劣化など、いわゆる凍害を受ける危険性が大きい。そのため、NATM工法により施工される新設トンネルでは、地山の凍上現象を支配する三要素、地山（土、岩）、水、温度のうち、温度の影響を取り除くため、一次覆工と二次覆工の中間に断熱材が施工される。しかしながら、断熱材厚さの設計法（算定方法）を体系的に示した研究報告は少ないのが現状である¹⁾。

本論文では、時々刻々変化するトンネル内空温度に対するトンネル・地山系の時刻歴応答解析を非定常熱伝導理論に基づいて述べる。なお、時刻歴応答計算は、その結果が断熱材厚さの決定に用いられるというよりも、他の基本的な方法²⁾により算定された断熱材が施工されたトンネルの安全性を照査する場合や、特定の温度波形における応答特性を詳細に検討して安全性の確保に資する資料を得ようとする場合に有効に利用できるものと思われる。

表-1 記号の定義および単位

k	熱伝導率	kcal/m・h・°C
ρ	比熱	kcal/kg・°C
c	密度	kg/m ³
(ρc)	熱容量	kcal/m ³ ・°C
l	長さ	m
u	温度	°C
α	熱伝達率	kcal/m ² ・h・°C
p	角速度	rad/h
t	時間	h

2. トンネル・地山モデルと基礎方程式

本報告で使用する記号の主なものを表-1に一括して示す。

1) トンネル・地山モデルとトンネル内空の温度

トンネル・地山の熱伝導（温度）解析を行うためのモデルとして、図-1に示すような2つの一次元モデル（Model A, Model B）を考える。

Model Aはトンネル・地山の連続系を、二次覆工、断熱材、一次覆工および地山からなる4つの要素で構成するものとする。各要素に二次覆工から順次1, 2, 3, 4と番号付けをし、各要素の長さを l_n 、熱伝導率を k_n 、熱容量を $(\rho c)_n$ 、および温度を u_n で表す($n=1\sim 4$)。

Model Bは、断熱材の部分を後述する熱伝達率(α_2)の熱伝達境界に置き換えたものである。すなわち、断熱材は有限な厚さ(l_2)を有しているが、断熱材を熱伝達率 α_2 ($=k_2/l_2$; k_2 =断熱材の熱伝導率)とする厚さ零の熱伝達境界と見なす場合である（熱容量 $(\rho c)_2=0$ に相当）。このModelは、今

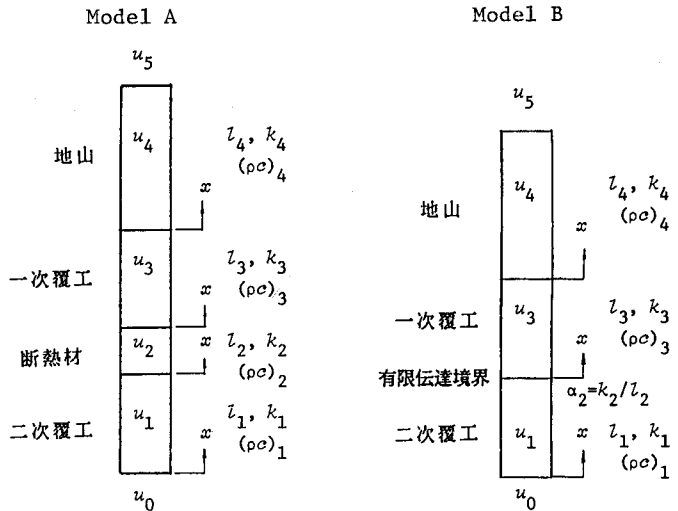


図-1 トンネル・地山モデル

日用いられている断熱材のように厚さ(l_2)が薄く、また熱伝導率(k_2)および熱容量(ρc)が小さい場合に適用可能なものである。なお断熱材の性能は日進月歩であり、その熱伝導率はますます小さくなる傾向にある。

解析の際に外力(入力)として用いられる温度は、トンネル内空側の温度 u_0 および地山側の温度 u_5 である。このうち地山側の温度 u_5 は、「地中のある深さに達すると地温変化が見られなくなる地温の不易層(恒温層)が存在し、地温はその土地の年平均気温 u_m に等しい一定値になる」ということが知られているので、 $u_5 = u_m$ と仮定できる(ある深さとは、図-1の l_4 であり、この算定方法は後述する)。一方、トンネル内空側の温度は一般に時々刻々変化しており、直接、時刻歴の波形 u_0 で与えられる。

2) 基礎方程式³⁾

(a) Model Aの場合； 図-1に示すように、各要素に対し位置座標 x を定めれば、各要素の温度分布 $u_n(x, t)$ を支配する熱伝導微分方程式は次のように表される。

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = a_n^2 \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \quad (n=1 \sim 4) \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで $a_n^2 = k_n / (\rho c)_n$ は温度伝播率である。

各要素の接触面で成立する条件は次のように表される。

$$\text{温度に関する条件； } \{u_n\}_{x=l_n} = \{u_{n+1}\}_{x=0} \quad (n=1 \sim 3) \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

$$\text{熱量に関する条件； } k_n \left\{ \frac{\partial u_n}{\partial x} \right\}_{x=l_n} = k_{n+1} \left\{ \frac{\partial u_{n+1}}{\partial x} \right\}_{x=0} \quad (n=1 \sim 3) \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

トンネル内空側と地山側の温度に関する境界条件は次のようである。

$$-k_1 \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\}_{x=0} = \alpha [u_0 - \{u_1\}_{x=0}] \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

$$\{u_4\}_{x=l_4} = u_m \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

ここに α は熱伝達率である。

(b) Model Bの場合； この場合の熱伝導微分方程式は、式(1)の $n=1, 3, 4$ で与えられ、またトンネル内空側および地山側の温度に関する境界条件は上の式(3)で規定される。さらに、一次覆工と地山の接触面における条件は式(2)の $n=3$ で表される。上述の伝達境界で成立する条件は次のようになる。

$$k_1 \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\}_{x=l_1} = k_3 \left\{ \frac{\partial u_3}{\partial x} \right\}_{x=0} \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

$$-k_1 \left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x} \right\}_{x=l_1} = \alpha_2 [\{u_1\}_{x=l_1} - \{u_3\}_{x=0}] \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

地山長 l_4 の設定は次のようにした。掘削後の地山を半無限体と仮定し、その表面温度が $\sin pt$ (年周期を用い、 $p = 2\pi / (365 \times 24)$)の周期的変動をするものとする。このとき、 l_4 を表面における温度振幅の1%になる深さとすれば、次式となる。

$$l_4 = 243.16 \sqrt{k_4 / (\rho c)_4} \quad \dots\dots\dots(5)$$

3. 非定常熱伝導方程式の離散化解析

基礎方程式の解法には、離散化手法を用いることにし、ここでは空間変数(x)に対しては選点法⁴⁾、時間(t)に対してはWilsonとCloughの無条件安定な差分スキーム⁵⁾を用いて離散化する。ここでは、各手法の詳細は文献4)、5)に譲り、最終の方程式のみを示すことにする。

選点法の適用の結果、時間に関する1階常微分方程式は次のマトリックス方程式となる。

$$[C] \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \right\} + [K] \{u\} = \{F\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで $\{u\}$ は系全体の内部選点における温度である。

上式にWilsonとCloughのスキームを適用すれば、時間 t に関する次の漸化式が得られる。

$$([C] + \frac{2}{\Delta t}[K]) \{u\}_t = [K] (\frac{2}{\Delta t}\{u\}_{t-\Delta t} + \{\frac{\partial u}{\partial t}\}_{t-\Delta t}) + \{F\}_t \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで Δt は時間刻みである。

4. 数値解析例

1) 解析手法の妥当性の確認

手法の妥当性を確認するため図-2に示す2つの場合を解析する。
各ケースとも両端で規定温度を与えた場合で、A端では単位ステップ温度、B端での温度は零である。

Case(1); 長さ $l=0.5$ の様な熱常数($k=1, \rho c=460$)の場合である。図-3にA端から $x=0.1, 0.2$ の距離にある点の温度時間履歴(X, Y 印)を示したが、厳密解(実線)によく一致している。なお、この例題は5要素(内部選点数10)、 $\Delta t=0.01$ を用いた。

Case(2); 図-1に示すModel Bに導入した有限熱伝達境界の妥当性を確認するために行ったものであり、解析諸元は、($l_1=0.3, k_1=1, (\rho c)_1=460$)、($l_2=0.05, k_2=0.02, (\rho c)_2=20$)および($l_3=0.15, k_3=1, (\rho c)_3=460$)である。図-4にA端から $x=0.1, 0.3, 0.35$ の距離にある点の温度時間履歴(Model Aのように熱伝達境界を用いない結果を実線で、Model Bのように熱伝達率 $\alpha_2=0.4$ の熱伝達境界を用いた結果を X, Y, Z 印で示す)を示す。図は明らかに、熱伝導率の小さな区間を熱伝達境界で表示するModelの妥当性を示している。なお、計算では l_1, l_2, l_3 の区間をそれぞれ3, 2, 2の要素に分割し、 $\Delta t=0.01$ とした。

2) 実測値との比較

一般国道37号豊浦町礼文華トンネル(覆工厚さ $=0.6m$ 、断熱材施工はされていない)の温度測定結果との比較を示す。図-5は計算に用いたトンネル内温度(A-地点=室蘭側坑口より600m、B-地点=坑口より110m)で、S.62.12.1~S.63.1.31の日平均気温を棒グラフ状に示したものである。図-6は、本解析手法によるA-地点の $x=0.6$ (地山と覆工の境界)とB-地点の $x=0.3$ (覆工中央)の温度履歴を示したものであるが、計算値はよく実測値に一致している。なお、入力定数は覆工部で $k=1, (\rho c)=600$ 、地山部で $k=2, (\rho c)=500$ である。

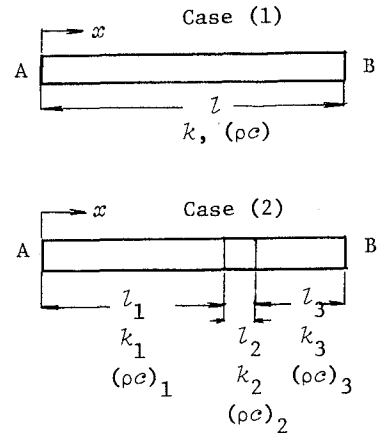


図-2 手法の妥当性の確認に用いた計算モデル

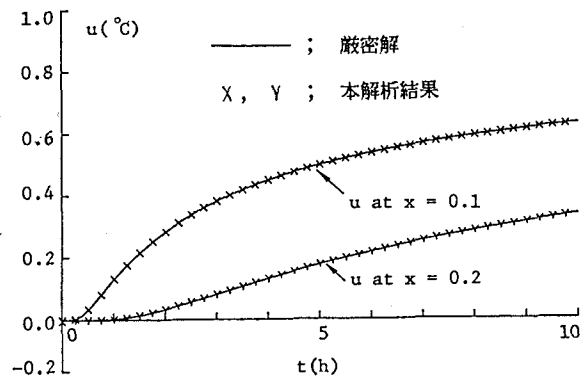


図-3 計算モデル (Case(1)) の温度の時間履歴

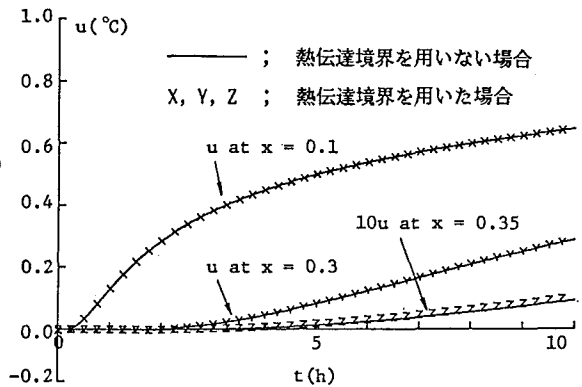


図-4 計算モデル (Case(2)) の温度の時間履歴

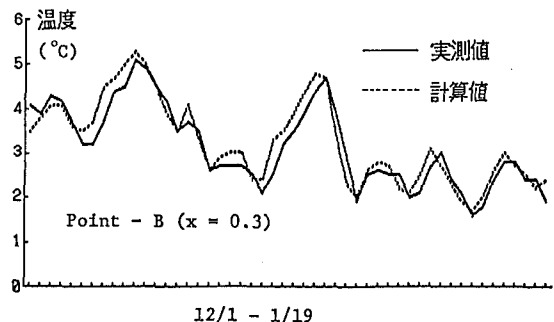
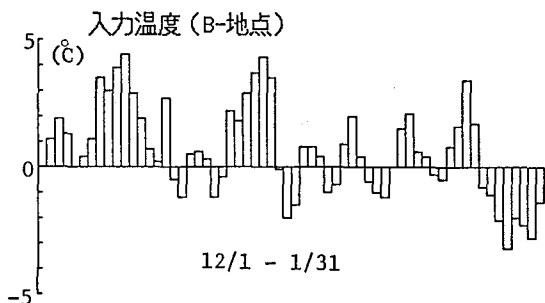
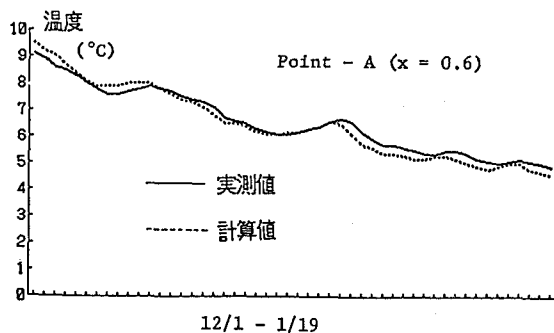
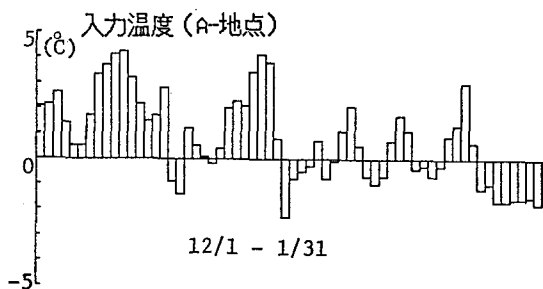


図-5 礼文華トンネル (A-地点, B-地点)
の内空温度 (入力温度)

図-6 礼文華トンネルの温度履歴
(実測値と計算値)

5. あとがき

非定常熱伝導理論に基づくトンネル・地山系の温度解析手法を示し、実測値との比較などにより、その妥当性を示した。なお実測値は室蘭開発建設部室蘭道路事務所の協力により得たものである。ここに記して謝意を表する。

<参考文献>

- 1) 岡田勝也； トンネルの断熱つららの防止工における断熱材の材質とその厚さの最適化，鉄道技術研究報告，No.1350，1987.
- 2) 三上 隆・芳村 仁・林 憲造・奥山秀樹； 寒冷地道路トンネルの断熱材厚さの一算定法（準定常熱伝導解析），土木学会北海道支部論文報告集，第45号，1989.
- 3) 川下研介； 熱伝導論，オーム社，1971.
- 4) 三上 隆・芳村 仁； 選点法による回転殻の応力波伝播問題の解析，土木学会論文集，第374号／I-6，1986.
- 5) O.C. Zienkiewicz and Y.K. Cheung (吉識雅夫 監訳)； マトリックス有限要素法，培風館，1970.