

I-20 静水圧を受け矩形状谷に位置する ロックフィルダムの静的解析

室蘭工業大学	正員	岸 徳光
室蘭工業大学	正員	松岡 健一
室蘭工業大学大学院	学生員	永沢 親兼
日本大学生産工学部	正員	能町 純雄
北海道電力(株)	正員	西村 哲治

1. はじめに

フィルタイプダムの応力解析は、通常有限要素解析あるいは、くさび形の梁として解析が行われている。特に梁理論に関しては、物理探査試験などの現場実測より剛性がダム堤体の深さ方向の2/3乗に変化することが明らかになって以来、不均質せん断梁として解析がなされているようである。

著者等は、これまで矩形状の谷に位置するフィルタイプダムの固有振動解析を、曲げとせん断を考慮した不均質くさび形梁にモデル化して行った。解析結果より、谷幅を考慮した不均質せん断梁モデルを用いても通常の大ダムに属するフィルタイプダムの固有振動解析においては、工学的に十分な精度で解を得られることが明らかになっている。また、これらの検討結果に基づき、せん断変形のみを考慮して上下流方向荷重のみが作用し、任意な谷形状を有するフィルタイプダムの静的挙動の検討も行ってきた。しかしながら、フィルタイプダムのように上流側に緩やかな勾配を有して、静水圧の鉛直成分が存在する場合には偏心軸圧縮が生ずるために、上記せん断変形の他に軸方向変形や曲げ変形のつりあいが必要なものと考えられる。

本論文では、任意の切頭形ダム状構造物に静水圧及び動水圧や堤体の自重を考慮する場合の挙動を合理的に評価するために、不均質せん断梁モデルに軸方向や曲げ変形を考慮した基礎式の定式化を行い、矩形状の谷を仮定する場合について数値解析を試みた。なお、解析手法は動的解析と同様にダム高さ方向には差分法を、またダム軸方向にはFourier変換を行っている。

2. 解析法

2.1 矩形状の谷の解析

図-1に示すような矩形状谷を有するフィルタイプダムにおいて、解析を容易にするために、上下流方向断面を二等辺三角形状態にモデル化し、座標軸 x, y, z 、対応する変位をそれぞれ u, v, w とする。

変位は y 軸方向に平面保持を仮定して次のようにおく。

$$u = 0, \quad v = v(x, z)$$

$$w = w_0(x, z) + y \cdot \phi(x, z) \dots (1)$$

ここで、 $\phi(x, z)$ はダム堤体の回転角であり、さらに、座標と断面形状に関する無次元パラメータを次のように定義する。

$$\xi = x/h, \quad \eta = z/h, \quad r_h = h'/h \\ r_L = h/L, \quad r_B = H/B, \quad K' = h'/H \dots (2)$$

いま、図-2で示される $Z=Z$ 断面における微小要素において、 γ_s をダムの密度、 Bz, Lz をそれぞれ z 断面に

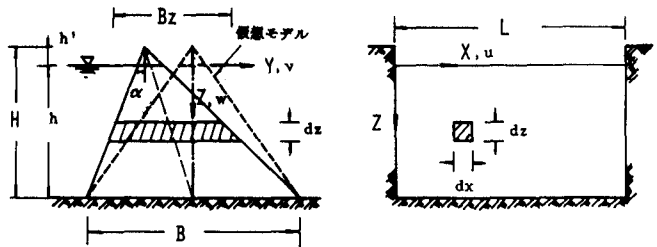


図-1 矩形状谷を有するダムの断面形状及び座標軸

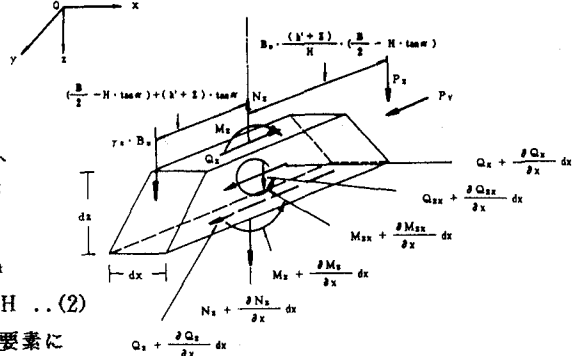


図-2 微小要素に作用する断面力及び外力

おける上下流方向の幅、重心の x 軸まわりの断面2次モーメントとし、 Q_z, Q_x をそれぞれ z 断面、x 断面に作るせん断力、 M_z, M_{zx} を σ_z, τ_{zx} による重心軸に関するモーメントとすれば、y 軸方向の力の釣合い式は

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = - (P_y + K_h \cdot P_y') - K_h \cdot \tau_s \cdot B_z \quad \dots (3)$$

z 軸における、x 軸に関するモーメントの釣合い式は、水圧の鉛直成分や原ダム要素の自重成分の x 軸に関する曲げモーメントを考慮すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{zx}}{\partial x} - Q_z + \frac{\partial M_z}{\partial z} &= (P_z \cdot \tan \alpha + K_h \cdot P_z') \cdot \left[\left(\frac{B}{2} - H \cdot \tan \alpha \right) + (h' + z) \tan \alpha \right] \\ &+ \tau_s \cdot B_z (1 + K_v) \left[\frac{(h - z)}{H} \left(\frac{B}{2} - H \tan \alpha \right) \right] \quad \dots (4) \end{aligned}$$

また、z 軸方向の力の釣合い式は

$$\frac{\partial Q_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial N_z}{\partial z} = - (P_z \cdot \tan \alpha + K_h P_z') - \tau_s (1 + K_v) \quad \dots (5)$$

ただし、 P_y, P_z は z 断面における静水圧の水平方向、鉛直方向成分であり、 P_y', P_z' は z 断面における単位震度に対する動水圧成分であり、 K_h, K_v は水平及び鉛直震度を示している。なお地震時の動水圧分布は、本論文では Zanger の提案式を採用している。

さらに、各断面力と変位の関係は次のように示されている。

$$Q_x = G_z \cdot B_z \frac{\partial v}{\partial x} \quad \dots (6) \quad Q_z = G_z \cdot B_z \left(\phi + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \dots (7)$$

$$M_z = E_z \cdot I_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \dots (8) \quad M_{zx} = G_z \cdot I_z \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \dots (9)$$

$$N_z = E_z \cdot B_z \frac{\partial w_0}{\partial z} \quad \dots (10) \quad Q_{zx} = G_z \cdot B_z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \dots (11)$$

また、ポアソン比 ν を一定と仮定し、弾性係数、せん断弾性係数を一般化して次式のように仮定する。

$$E_z = E_m \cdot \eta^n, \quad G_z = G_m \cdot \eta \quad \dots (12)$$

ただし、 E_m, G_m はそれぞれ堤体底部における値である

釣合式 (3) ~ (5) に式 (6) ~ (11) を代入し、x 軸方向に有限 Fourier 変換を施して整理すると次のような基礎微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V}{d \eta^2} + \left(n + \frac{\eta}{\eta + \Gamma_h} \right) \frac{1}{\eta} \frac{d V}{d \eta} - (m \pi \Gamma_L)^2 V \\ + \frac{1}{\eta^2} \left[\frac{d \Theta}{d \eta} + \left\{ (n-2) + \frac{\eta}{\eta + \Gamma_h} \right\} \frac{1}{\eta} \Theta \right] \\ = - \frac{h \cdot \Gamma_h}{(\eta + \Gamma_h) \eta^n} (P_y + K_h \cdot P_y') + K_h \frac{h^2}{\eta} \bar{\tau}_s \quad \dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Theta}{d \eta^2} - \left\{ (1-n) + \frac{3 \Gamma_h}{\eta + \Gamma_h} \right\} \frac{1}{\eta} - \frac{d \Theta}{d \eta} \\ - \left\{ (2n - \frac{6 \Gamma_h}{\eta + \Gamma_h}) \frac{1}{\eta} + (m \pi \Gamma_L)^2 \frac{G_m}{E_m} \right\} \Theta \\ = \frac{G_m}{E_m} \frac{\eta^2}{\mu} h \left[\left\{ \frac{1 + \Gamma_h}{(\eta + \Gamma_h)^3} \frac{1}{\eta^n} \left(\frac{1}{2 \Gamma_h} - \tan \alpha \right) + \frac{\tan \alpha}{(\eta + \Gamma_h)^2 \eta^n} \right\} \{ P_z + K_h \cdot P_z' \} \right] \end{aligned}$$

$$+ \frac{(1+Kv)h}{(\eta+r_h)^2 \eta^n \cdot r_B} \left(\frac{1}{2r_B} - \tan\alpha \right) (1-\eta) \bar{r}s \quad \dots (14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 W}{d\eta^2} + \left(n + \frac{\eta}{\eta+r_h}\right) \frac{1}{\eta} \frac{dW}{d\eta} - (m\pi r_L)^2 \frac{Gm}{Em} W \\ &= - \frac{Gm}{Em} \cdot h r_B \cdot \left(\frac{1}{\eta+r_h} \right) \frac{1}{\eta^n} \left[\bar{P}z \cdot \tan\alpha + Kv \cdot \bar{P}z' + (1+Kv) \frac{h}{r_B} (\eta+r_h) \bar{r}s \right] \quad \dots (15) \end{aligned}$$

ただし、 $V=Gm \cdot Sm[v]$, $\Theta=Gmh \eta^2 \cdot Sm[\phi]$, $W=Gm \cdot Sm[w_0]$, $\bar{P}y=Sm[Py]$, $\bar{P}z=Sm[Pz]$, $\bar{P}y'=Sm[Py']$, $\bar{P}z'=Sm[Pz']$, $\bar{r}s=Sm[rs]$ であり、 $Sm[]$ は有限Fourier Sine変換を施した像関数を意味している。なお、外力に関する像関数 $\bar{P}y$, $\bar{P}z$, $\bar{r}s$, $\bar{P}y'$, $\bar{P}z'$ はダム軸方向に一樣な分布であると仮定すると、次式のよに示される。

$$\begin{aligned} \bar{P}y &= \frac{2L}{m\pi} Py, & \bar{P}z &= \frac{2L}{m\pi} Pz, & \bar{r}s &= \frac{2L}{m\pi} rs \\ \bar{P}y' &= \frac{2L}{m\pi} Py', & \bar{P}z' &= \frac{2L}{m\pi} Pz', & & \end{aligned} \quad (m=1, 3, 5, \dots) \quad \dots (16)$$

境界条件は次式で与えられる。すなわち、

$$\text{ダム犬端}(\eta=0) \text{で } Qz=0, Mz=0, Nz=0 \quad \text{ダム底部}(\eta=1) \text{で } V=0, \Theta=0, W=0 \quad \dots (17)$$

これらの境界条件式を用いて式(13)~(15)を解析的に解くことは困難なので、ここでは差分式に変換して解析を行なうこととする。境界の未知量 V_0 , W_0 は境界条件式(17)より次式に表すことができる。

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{1}{25} (48V_1 - 36V_2 + 16V_3 - 3V_4) + \frac{12 \cdot \Delta\eta}{625} \left(\frac{48\Theta_1}{\eta_1^2} - \frac{36\Theta_2}{\eta_2^2} + \frac{16\Theta_3}{\eta_3^2} - \frac{3\Theta_4}{\eta_4^2} \right) \\ W_0 &= \frac{1}{25} (48W_1 - 36W_2 + 16W_3 - 3W_4) \quad \dots (18) \end{aligned}$$

これらの境界値に留意して微分方程式(13)~(15)を差分方程式に変換することにより次のようなMatrix式が得られる。

$$[K_{22}]\{\Theta\} + [K_{2x}]\{V\} = [K_{2y}]\{\bar{P}y\} + [K_{2h}]\{\bar{P}y'\} + [K_{2s}]\{\bar{r}s\} \quad \dots (19)$$

$$[K_{00}]\{\Theta\} + [K_{02}]\{V\} = [K_{0x}]\{\bar{P}z\} + [K_{0v}]\{\bar{P}z'\} + [K_{0s}]\{\bar{r}s\} \quad \dots (20)$$

$$[Kw]\{W\} = [Pw]\{\bar{P}z\} + [Kwv]\{\bar{P}z'\} + [Kws]\{\bar{r}s\} \quad \dots (21)$$

以上より、 $\{V\}$, $\{\Theta\}$ は式(19), (20)を連立して解くことにより、また $\{W\}$ は式(21)から求めることができる。

従って、未知変位量 v , ϕ , w_0 は式(19)~(21)より得られた像関数 V , Θ , W を x 軸方向に逆変換することにより求めることができる。

3. Fourier級数の項数及び分割数の検討

数値解析を行なうにあたり、Fourier級数の項数および差分法にともなう分割数による精度の検討を行った

Fourier級数の項数については、図-3に示すように $L/H=3.0, 10.0$ の2caseについて、 $x=L/2, L/4$ における変位 v , せん断力 Qz に関する検討を行った。図には、形状パラメータを $B/H=4.0, n=0, K'=0.0$ とし、変位 V (a図)、せん断力 Qz (b図)の収束状態を示したものである。なお、差分法による分割数は、分割数の検討を項数の検

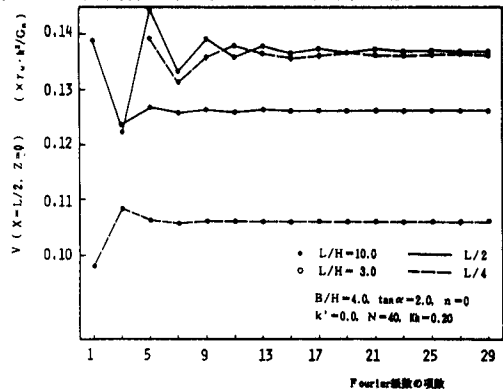
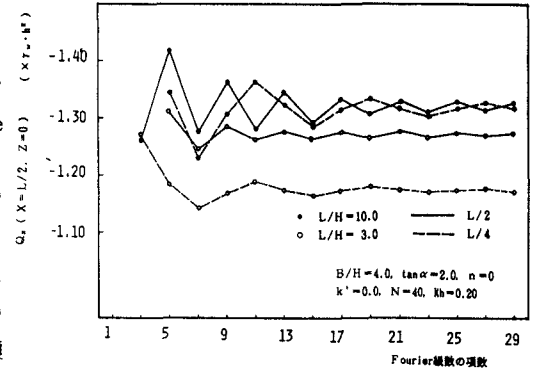


図-3 (a) Fourier級数の項数の検討 (v)

討後に行なうため、ここでは過去の研究の実績等を考慮して40とした。検討結果、本解析においてはFourier級数の項数を21項まで考慮することとした。

表一は差分法によるz軸方向の分割数の検討を行なうために $n=0$ と一定にし、 $L/H=0.5, 1.0, 3.0$ の3caseについて解析した結果をまとめたものである。結果より30分割程度で収束しているようであるが、本解析では分割数を40として解析することとした。

なお、数値解析結果はデータの汎用性をもたせるために全て無次元化して整理している。図中の τ_w は水の単位体積重量、 h は切頭くさび形梁の高さ、 G_m は切頭くさび形梁の底部のせん断弾性係数である。また、水圧は静水圧及び動水圧の水平方向成分と鉛直方向成分を考慮した、満水状態を想定し、水平震度 $=0.15$ (Fourier数の検討時は 0.20)、 $\tau_s/\tau_w=2.0$ として解析を行った。



図一3 (b) Fourier級数の項数の検討 (Q_z)

分割数(N)	L/H=0.5	L/H=1.0	L/H=3.0
10	0.0069	0.0341	0.1062
20	0.0067	0.0332	0.1015
30	0.0066	0.0331	0.1005
40	0.0066	0.0330	0.1001
50	0.0066	0.0330	0.0999
60	0.0066	0.0330	0.0998

($\tau_w \cdot h^2/G_m$)

分割数(N)	L/H=0.5	L/H=1.0	L/H=3.0
10	-0.3991	-0.7005	-1.0815
20	-0.4012	-0.7037	-0.0786
30	-0.4017	-0.7042	-0.0783
40	-0.4017	-0.7043	-0.0782
50	-0.4017	-0.7044	-0.0782
60	-0.4017	-0.7044	-0.0782

($\tau_w \cdot h^2$)

(a) [V] in case of $B/H=4.0, n=0, k'=0.0, Kh=0.15$ (b) [Q_z] in case of $B/H=4.0, n=0, k'=0.0, Kh=0.15$

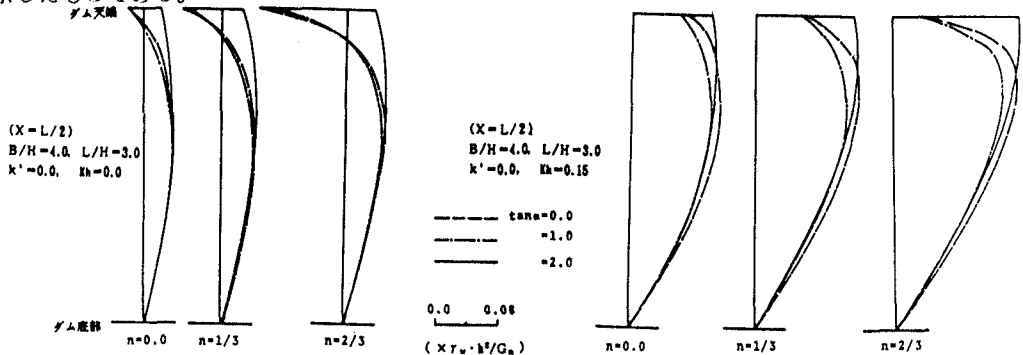
表一 差分法による分割数の検討

4. 数値解析結果及び考察

(1) 不均質切頭くさび形梁の横断面形状による影響

横断面形状による影響を検討するために、 $B/H=4.0, L/H=3.0, K'=0.0$ とし、 $\tan \alpha$ を変化させて解析を行った。

図一4には $\tan \alpha$ を $0.0, 1.0, 2.0$ と変化させた時のダム中央部の上下流方向変位 v の分布について、満水時は水平震度を $0.0, 0.15$ の2CASEについて、空虛時は水平震度を 0.075 (上流側に作用させる)として剛性指数別に示したものである。



図一4 (a), (b) $\tan \alpha$ を変化させた場合の満水時のダム中央部上下流方向変位分布

図-4 (a)は水平震度を0.0とした場合の変位分布図である。 $r_s/r_w=2.0$ として計算しているため、 $\tan \alpha$ が小さい場合は、水圧よりも自重の偏心による影響が大きく、特に頂部において上流側への変位が見られる。逆に $\tan \alpha=2.0$ に近づくに従い、自重の偏心による影響が小さくなり、 $\tan \alpha=2.0$ では、静水圧のみが作用する場合の変位分布と同じ結果になる。

図-4 (b)は水平震度を0.15とした場合の変位分布図である。 $\tan \alpha$ が2.0の場合は見られないが $\tan \alpha$ が0.0 1.0の場合は、 n が大きくなる程ダム頂部の剛性が低下する形となるために、ダム犬端付近で大きな変形を生じている。

図-4 (c)は空虚時において水平震度=-0.075が作用した場合の変位分布図である。この場合も、(b)と同様に n の増大とともに頂部で剛性が低下する形となるため、頂部付近で上流側に大きく変形している。

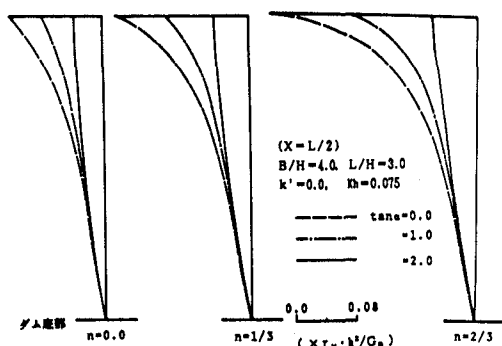


図-4 (c) $\tan \alpha$ を変化させた場合の空虚時のダム中央部上下流方向変位分布

(2) 不均質切頭くさび形梁の底幅(B)による影響

図-5は梁の底幅Bの変化によるダム中央部天端($X=L/2, Z=0$)における変位 v の変化を示したものである。解析は $L/H=3.0, K'=0.0, \tan \alpha=B/(2H)$ (上・下流側法面勾配が等しい場合)とし、 $n=0, 1/3, 2/3$ の計4CASEについて行った。図より、変位は剛性指数が小さい程、またBが大きいくさび形梁になっているのわかる。水平震度 $Kh=0.0$ の場合には、変位 v はBの増大とともに0に漸近しているが、 $Kh=0.15$ の場合には $5H/B \leq 1.0$ 付近からBによる影響が少なく一定値に漸近している。

(3) 谷幅(L)による影響

図-6は谷幅Lを変化させた時のダム中央部天端($X=L/2, Z=0$)における変位 v の変化を示したものである。解析は $B/H=4.0, K'=0.0, \tan \alpha=2.0$ とし、 $n=0, 1/3, 2/3$ の計4CASEについて示したものである。水平震度 $Kh=0.0$ の場合には、 $L/5H \approx 0 \sim 0.20$ において上流側に変形しているが、 $Kh=0.15$ の場合には、常に下流側に変形しているようである。また、 $L/5H=1.0$ より、一定値に漸近しており、一次元のくさび形梁で解析可能であることを示唆しているものと考えられる。

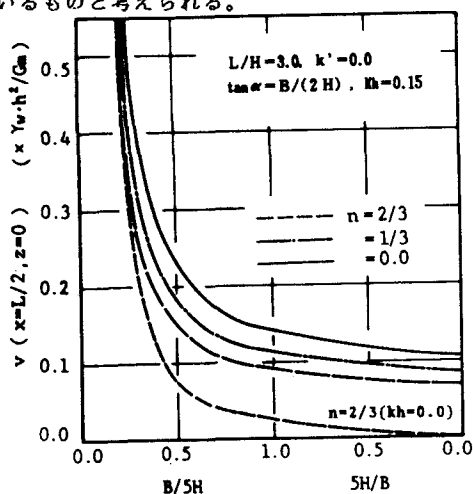


図-5 底幅・剛性指数の変化による

ダム中央部天端変位 $v (x=L/2, z=0)$ の変化

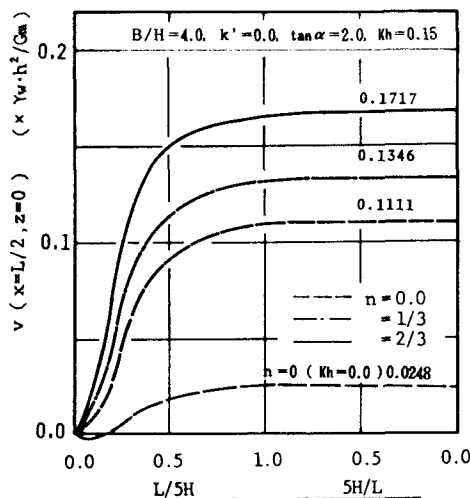


図-6 谷幅・剛性指数の変化による

ダム中央部天端変位 $v (x=L/2, z=0)$ の変化

5. おわりに

矩形形状の谷に位置するフィルタイプダムに、静水圧、動水圧及び堤体の自重が作用した場合の挙動を精度よく解明することを目的として、軸及び曲げとせん断変形を考慮した不均質くさび形梁の基礎微分方程式の定式化を行った。

解析はダム軸方向に有限Fourier変換、ダム高さ方向に有限差分法を用いて数値解析を試みた。解析理論は平面保持仮定に基づく梁理論を基本としているため、特に法面勾配がある程度以上緩やかになる場合はその適用性にも問題があるものと考えられるが、ここでは解析仮定が常に成り立つものとしてダムの主パラメータである B/H , L/H , n を種々変化させて、特にダム中央部の変形に着目して整理を行った。

6. 参考文献

- 1) Gazetas, G. : A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories., Soils and Foundations, Vol.24, No.1, 1981.3.
- 2) 大町達夫・時松孝次 : 3次元フィルダムの振動解析手法のための実用的モデル, 土木学会論文報告集, 第328号, 1982.12.
- 3) 大町達夫・時松孝次 : フィルダムの実用的3次元地震応答解析手法の定式化, 土木学会論文報告集, 第333号, 1983.5.
- 4) 岸徳光・松岡健一・能町純雄 : フィルダムの固有振動モードの検討, 土木学会北海道支部論文報告集, 第41号, 1985.2.
- 5) 岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 曲げとせん断を考慮した2次元切頭くさび形梁モデルを用いたフィルダムの固有振動数解析, 構造工学論文集, Vol.31A, 1985.3.
- 6) 西村哲治・岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 矩形谷に位置するフィルタイプダムの静的三次元解析について, 土木学会第41回年次学術講演会講演概要集, 第1部, 1986.11.
- 7) 西村哲治・岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 任意形状谷に位置するフィルタイプダムの応力解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第43号, 1987.2.
- 8) 永沢親兼・西村哲治・岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 静水圧を受け矩形状谷に位置するフィルタイプダムの応力解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第44号, 1988.2.
- 9) 永沢親兼・岸徳光・能町純雄・西村哲治 : 静水圧を受け矩形状谷に位置するフィルタイプダムの変形特性, 土木学会第43回年次学術講演会講演概要集, 第1部, 1988.10.