

I-17 アンカースリップの影響を考慮したPC梁部材の緊張解析

北海道大学工学部 正員 上田 正生

東急建設札幌支店 正員 ○ 広瀬 雅明

1 はじめに

著者等は既に、有限要素法による曲線テンドンを有するポストテンションPCばりの緊張解析手法について報告したが、^{1,4}これらの既報においては、テンドンの緊張完了後の定着時に生ずるAnchor Slipの影響が考慮されていなかった。本報ではこれを考慮したので、ここではその手法について報告する。

2 曲線テンドンを有するPC梁の緊張解析の概要

2.1 有限要素方程式

前報で報告したように、曲線テンドンを有するポストテンションPC梁部材の基礎となるのは、下式に示す有限要素方程式である。¹

$$\begin{Bmatrix} K_{uu} & K_{uw} & K_{us} \\ K_{uw}^T & K_{ww} & K_{ws} \\ K_{us}^T & K_{ws}^T & K_{ss} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_u \\ \Delta_w \\ \Delta_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_u \\ P_w \\ P_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

但し、 $\{\Delta_s\}$ ：全テンドン層に関する節点すべり変位ベクトルで、各層の対応成分から構成され、 $\{\Delta_s\} = \{\Delta_{s1}, \Delta_{s2}, \dots, \Delta_{si}, \dots, \Delta_{sm}\}^T$ で表わされる。

$\{P_u\}, \{P_w\}, \{P_{s0}\}$ ：それぞれ軸力、曲げ、およびテンドンの緊張力に関する節点荷重ベクトル

$[K_{uu}], [K_{uw}], [K_{ww}], [K_{us}], [K_{ws}], [K_{ss}]$ ：部分剛性マトリックス

2.2 テンドンの緊張力の減衰の評価とその算入法

(1)式の有限要素方程式は、既に幾度か報告したように、付着係数 K_{si} の値のみを調整することによって、アンボンドから完全付着状態までのPC梁を、一貫して取り扱うことが可能であり、また、テンドンとコンクリート間に、摩擦作用なしのアンボンド状態を仮定し得るならば、テンドンの緊張力導入時の梁の挙動も、同式の右辺の荷重ベクトル P_{s0} に、対応する緊張力を等置することによって容易に解析することができる。しかしながら実際には、テンドンとシース間の摩擦と、施工時に生ずるシース自身の波打ち等によって、導入されたテンドンの緊張力は、緊張端から離れるにしたがって徐々に減衰していき、更にPC力導入後テンドンを、緊張端において梁本体に定着する際にアンカースリップが生じ、緊張力分布にさらなる変化を惹起することになる。

(1) テンドンに沿う緊張力と摩擦力分布の評価

a. 緊張力導入時

テンドン層はすべて典型的に取り扱うことが可能なので、任意の i 層を考える。周知のように、緊張端から x だけ離れたある位置のテンドン層 i の緊張(引張)力 P_{si} は、次式で表示することができる。²

$$P_{si} = P_{sio} e^{(-\mu_i \theta_{ix} - \lambda_i \delta_i)} \quad (2)$$

但し、 P_{sio} ：テンドン層 i の緊張力

μ_i ：テンドン層 i の単位角(rad)変化当たりの摩擦係数

λ_i ：テンドン層 i の単位長さ当たりの摩擦損失係数

上式中の δ_i は、テンドン層 i の緊張端から x 点までの曲線長であるから、次式で求められる。但し、 h_{si} は梁の中心線からこのテンドン層までの距離。

$$\delta_i = \int_0^x \sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2} dx \quad (3)$$

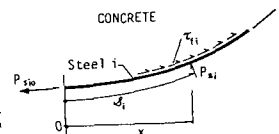


図1 テンドンに働く接線方向摩擦力 τ_{ti}

また、この位置におけるテンドン曲線 i の接線方向に働く（図 1 参照）単位長さ当たりの摩擦力 τ_{fi} は、曲線 $\mathcal{M}_i$ に沿う緊張力 P_{si} の変化率であるから、下式で与えられる。

$$\tau_{fi} = P_{si}/d\mathcal{M}_i = (P_{si}/dx_i) / (\sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2}) \quad (4)$$

従って、テンドンに沿う緊張力と摩擦力分布は、全要素の各節点ごとに P_{si} と τ_{fi} の値を計算することによって求められる。

b. アンカースリップを生ずる定着時

各テンドン層に所望の緊張力が導入されると、これを緊張端において梁本体に定着 (Anchoring) することになるが、この時アンカースリップ dS_{i0} が生ずる。この dS_{i0} の大きさ自体は、定着器具と施工手順に左右されるが、本来的に不可避のもので、このアンカースリップが更にテンドンの緊張力と摩擦力分布に影響をおよぼすことになる。

図 2 の (a), (b) は、3 種の曲線 (curve 1, 2, 3) からなる任意のテンドン層 i のプロフィールと、その定着前・後の同テンドンの緊張ひずみ分布（緊張力分布と相似形）を、それぞれ概念的に図示したものである。同図 (b) の斜線部がアンカースリップ dS_{i0} の影響によって生じたテンドンの緊張ひずみの低下分と、その区間を表わしており、また周知のように、この斜線部分全体の面積が、アンカースリップ量 dS_{i0} の値と等価になる。換言すれば、スリップ量 dS_{i0} は、緊張端から L_{iR} までのテンドンの歪の変化によって吸収されたということである。またこの影響区間 L_{iR} における定着前・後のテンドンのひずみ分布曲線 $0-P-Q-R$ と $0'-P'-Q'-R$ は、言うまでもなく図中の直線 $R-Q-R$ に関して対称となる（従って、この間のアンカースリップ後の摩擦力は、定着前と $+$ の符号が変化するだけで、その大きさは同一となる）から、ここではまず、 L_{iR} の値を求めることが問題になる。

〔影響区間 L_{iR} の計算〕

L_{iR} 区間のテンドンの緊張力の変化（図 2 (b) の例では、 $0-P, P-Q, Q-R$ 部分）を直線と仮定すれば、 L_{iR} は容易に決定できるが、² 本来の曲線分布として、 L_{iR} をより正確に求めようとする、ことはそれほど簡単ではない。例えば Greunen³ は正確には (3) 式で与えられるテンドンの曲線長 $\mathcal{M}_i$ を、 x 座標値で代替え ($\mathcal{M}_i \approx x$) するという、幾分かの近似を導入し、繰返し計算によって、2 次曲線形テンドンの L_{iR} を求める方法を提示している。この Greunen³ の手法は有用であるが、同一テンドン層が幾つかの曲線の連結によって形成されている場合には、その計算アルゴリズムは極めて煩雑なものとなる。従って、本報告では以下に述べるような単純な方法を用いて L_{iR} を求めることとした。

即ち、緊張端から L_i だけ離れた位置の節点を J とする。いま仮にこの位置が、あるアンカースリップ量に対応するその影響区間だとすると、このときのスリップ量 dS_{iJ} は、次式で求められる。

$$dS_{iJ} = 2 \int_0^{L_i} (\epsilon_{si} - \epsilon_{sj}) dx \quad (5)$$

但し、 ϵ_{si} : テンドン層 i の任意位置 x 点の歪に $\epsilon_{si} = P_{si} / (A_{si} E_{si})$

ϵ_{sj} : テンドン層 i の節点 J の位置の歪

上式中の ϵ_{si} 、 ϵ_{sj} は既知であるから、その積分は容易である。図 2 (c) に示すように、全節点位置に対応する dS_{iJ} を計算しておき、最後

に緊張端での実際のアンカースリップ量 dS_{i0} に相当する L_{iR} を求め、

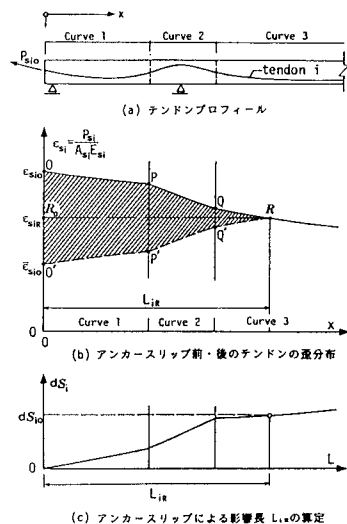


図 2 テンドン定着時のアンカースリップによる影響区間長 L_{iR} 算定のための概念図

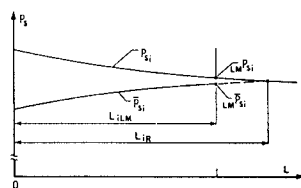


図 3 影響区間長 L_{iR} が限界区間長 L_{iL} より大きい場合のアンカースリップ前・後のテンドンの緊張力分布

その解とする。ただし、この L_{iR} が、既に試みに分割されている要素の節点位置の何れかに一致する可能性は、殆ど有り得ないから、何れかの節点が L_{iR} に等しくなるように、要素分割を自動修正する手続きが必要となる。

ここで用いた L_{iR} の計算アルゴリズムは極めて単純であり、どのようなテンドン曲線形にも使用することが可能（Greunenらの方法は2次曲線形テンドンへの適用のみに限られている）である。

〔区間 L_{iR} 内のテンドンの緊張力分布の修正〕

区間 L_{iR} での摩擦係数分布は、正負の符号が変わるのみで、アンカースリップのない場合と同形となるから、テンドンの緊張力分布の修正のみが問題となる。 L_{iR} が限界区間長 L_{iLM} （片引の場合は、対応するテンドンの緊張端から固定端まで、また対称両引の場合は、その対称軸までの距離）より小さい場合には、先の図2(b)でみたように、その分布形は容易にもとめられるので、 L_{iR} が L_{iLM} より大きい場合が、ここでの関心事となる。

図3は、このときのテンドン層 i の緊張力分布の変化を例示したものである。区間 L_{iLM} 内で吸収されるスリップ分を dS_{iLM} （この値は(51)式から求められる）とすると、緊張端で生じた実際スリップ量 dS_{i0} とこの dS_{iLM} の差に相当する量が吸収されずに残った分であり、これがテンドン全体の緊張力の低下として、区間 L_{iLM} 内に一様に配分されることになる。従って、この間のテンドンの緊張力 $\bar{P}_{Si}$ を、 $L_{iR} < L_{iLM}$ と $L_{iR} > L_{iLM}$ の各場合について表示すると以下ようになる。

① $L_{iR} < L_{iLM}$:

$$\bar{P}_{Si} = 2 \cdot P_{SiR} - P_{Si} \quad (6)$$

② $L_{iR} > L_{iLM}$:

$$\bar{P}_{Si} = (2 \cdot L_{iLM} P_{Si} - P_{Si}) - (dS_{i0} - dS_{iLM}) / L_{iLM} \quad (7)$$

但し、 P_{Si} : アンカースリップ前の緊張力

P_{SiR} : L_{iR} 位置のアンカースリップ前の緊張力

$L_{iLM} P_{Si}$: L_{iLM} 位置のアンカースリップ前の緊張力

(2) テンドンの緊張力の減衰及びアンカースリップの影響を考慮した場合の緊張力解析法

前項(1)で述べた「テンドンの緊張力の減衰の効果」をも考慮したPC梁の緊張解析を、本解析法を用いて行なうには、大きく分けて2種の方法が考えられる。一つはテンドンの緊張力を外荷重として緊張端に直接作用させる方法であり、他の一つは、先に求めたテンドンの緊張力分布と摩擦係数分布を初期応力として、構造系に強制する方法である。前者の方法には、付着応力—すべり関係に完全弾塑性を仮定し、降伏付着力として(4)式の摩擦係数分布を採用する方法⁴と、摩擦係数分布のみを初期応力として強制する方法¹の二つがあるが、ともにテンドンの緊張力を外荷重として作用させ、結果として(2)式にほぼ等しい緊張力分布を得るという点で、同一の手法に分類されるものである。この両手法は、実用的には十分な精度を有しているが、「アンカースリップの影響をも考慮しようとする」と、両者共その計算アルゴリズムが極めて煩雑になる」と言う欠点をもっている。従って、本論文では、アンカースリップの影響をも容易に考慮することが可能な「テンドンの緊張力分布と摩擦係数分布を初期応力と見做して取り扱う方法」を採用することにする。

即ち、(2)、(4)、(6)、(7)式によって評価されたテンドンの緊張力と摩擦係数を、共に要素内で線形変化するものと仮定して等価節点荷重に変換し、これをさらに外荷重として、全構造系に作用させ、前項(1)のa.で述べたように、梁自身の撓みのテンドン曲線形に及ぼす影響を考慮しつつ、緊張力と摩擦係数分布に変化がみられなくなるまで計算を繰り返しその解とする。

3 数値計算例

実大規模のPC梁を対象にしたテンドンの緊張解析例を示すために、図4に掲げるような3層の2次曲線

形の tendon を有する単純支持モデル PC 梁²（使用 tendon の種類のみ変更）の計算を行なってみる。ただし、この梁の各 tendon は両引きでジャッキアップされ、各 tendon には緊張端において、それぞれ 144t の緊張力が導入されるものとする。

図 5 は、プレストレス導入後、各 tendon を緊張端に定着する際に生ずるアンカースリップを 7mm と仮定し、これを考慮した本解析値と、無視した先の計算結果とを対比して（梁の撓みの tendon 曲線形への影響およびシースの断面欠損は、両解析値とも考慮）掲げたものである。これらの図 (a)～(h) には、梁の力学性状におよぼすアンカースリップの影響が、明瞭に例示されている。

また、図 5 では、簡単のため tendon の緊張力の作用のみを考えてきたが、実際には、緊張作業中に梁自身の自重が、同時に並行して作用することになる。図 6 は、tendon の緊張荷重と梁の自重が同時に働く場合の本解析値を、緊張力のみが作用する前掲の図 5 のそれと比較して示したものである。勿論、同様な結果は、近似的には、図中の緊張力のみによる計算値に、自重の作用する無筋梁の応答を重ね合わせることによって得られるが、ここに示した解析値は、シースによる断面欠損や、梁の撓みの tendon 曲線形におよぼす影響、等が考慮されているより厳密なものである。

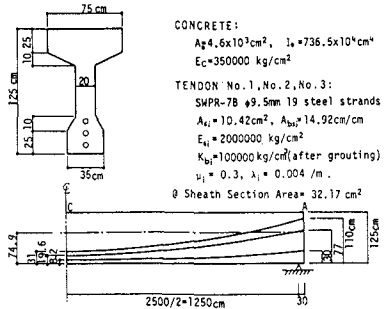


図 4 モデル PC 梁の概要

- 【参考文献】
 1) 上田正生、広瀬雅明：曲線 tendon を有する PC 梁部材の有限要素解析、土木学会北海道支部論文報告集、第 44 号、1988、2
 2) 猪股俊司：プレストレストコンクリートの設計・施工、技報堂出版、1985。
 3) Van Greunen, J. and Scordelis, A.C.: Nonlinear analysis of prestressed concrete slabs, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.109, No.7, 1983, 7.
 4) 上田正生、松倉満智子、松宮寿彦：Tendon の付着すべりを考慮したプレストレストコンクリート梁部材の変形解析、建築学会北海道支部研究報告集 構造系、No.60, 1987, 3.

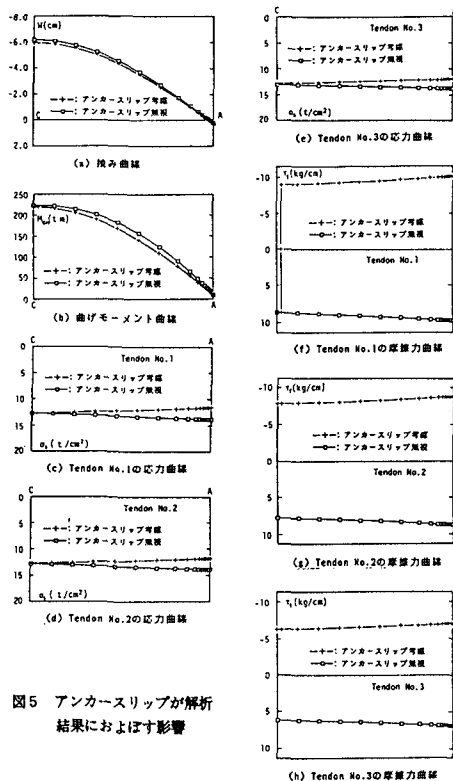


図 5 アンカースリップが解析結果におよぼす影響

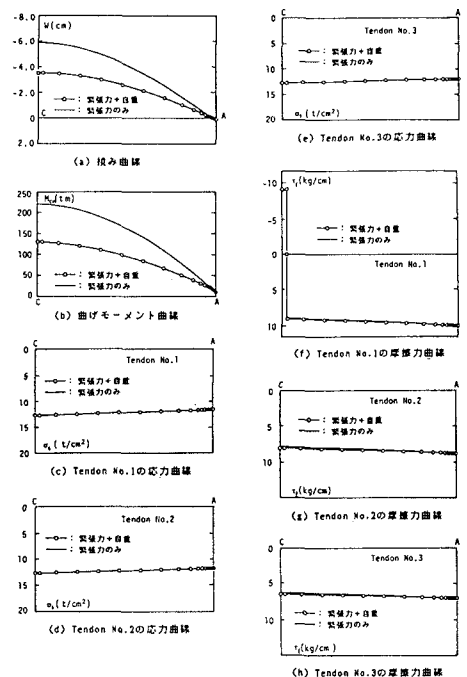


図 6 tendon 緊張時に梁の自重が同時に作用する場合の解析結果