

I-10 プレートガーダーの横構の換算板厚の研究

(株) 釧路製作所 正員 井上 稔 康
北海道大学工学部 正員 渡辺 昇
北海道大学工学部 魚住 聡

1. まえがき

横構を持つ多主桁プレートガーダー橋の場合、横構が桁全体としての曲げ剛性、ねじり剛性に寄与しているはずである。

本研究では横構がどの程度曲げ剛性、ねじり剛性に影響を及ぼすか評価するために、横構に曲げが作用する場合とねじりが作用する場合の2通り、横構のひずみエネルギーを仮定の板のひずみエネルギーに一致させることにより換算板厚を誘導して、曲げ剛性、ねじり剛性を計算し、横構の形状の異なる5種類の供試体を用いて模型実験を行い、比較検討したものである。

2. ひずみエネルギーによる換算板厚の評価

1) ねじりを受ける場合

4面すべてが板要素で構成されている中空の柱体がねじれを受ける場合、柱体の長さが a であれば柱体のひずみエネルギーは次式で示される。

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 a \int_{F_i} r_i r_i dF_i = \frac{a}{2G} \sum_{i=1}^4 \int r_i^2 dF_i \quad (1)$$

柱体を構成している4面それぞれの厚さが t_i 、幅が b_i であれば、式(1)は次式のようになる。

$$U = \frac{a q^2}{2G} \sum_{i=1}^4 \frac{b_i}{t_i}$$

そこで図1・aのように3面が板要素、残りの1面が棒要素で構成されている中空の柱体がトルク T でねじれを受けている場合、棒要素で構成されている面を厚さ t^* の仮定の板に置き換えたとその仮定の板が負担するひずみエネルギー ΔU は式(2)で示される。

$$\Delta U = \frac{a q^2}{2G} \frac{b}{t^*} \quad \dots\dots (2)$$

またトルク T によって生じるせん断流により垂直部材と上弦材との連結部に $Q = q b$ のせん断力が作用するものと考えられる。このせん断力 Q により斜材には軸力 $D = Q / \sin \alpha$ が作用する。今この斜材の長さを d とすれば $\sin \alpha = b / d$ であるから斜材に作用する軸力は $D = q d$ となる。

図-1 bは上弦材をその隣接した部分から切り離した時の作用する応力が示しており、切断部に沿ってせん断流 q が流れ、斜材との連結部では斜材の軸力 D によって $\Delta F = q a$ なる力が作用している。これらの力により上弦材及び下弦材は間隔 a の範囲でゼロから最大 $|\Delta F_0| = |\Delta F_u| = |q| \cdot a$ に直線的に変化している。

長さ l 、断面積 F の部材が軸力 P で、軸力が変化しなければ、そのひずみエネルギーは $P^2 l / 2EF$ であり、間隔 l の間で軸力がゼロから P まで直線的に変化する場合、 $P^2 l / 6EF$ である。

以上にして求めた間隔 a におけるひずみエネルギーを各部材ごとに示す。

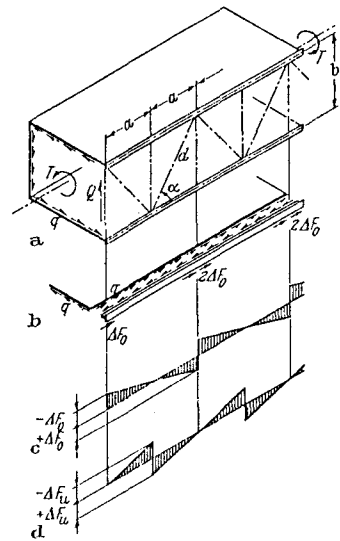


図-1

$$\text{上 弦 材} \quad \frac{1}{2E} \left(\frac{q a}{F_0} \right)^2 \frac{a}{3} F_0 = \frac{q^2}{2E} \frac{a^3}{3F_0}$$

$$\text{斜 材} \quad \frac{1}{2E} \left(\frac{q d}{F_d} \right)^2 d F_d = \frac{q^2}{2E} \frac{a^3}{F_d}$$

$$\text{垂 直 材} \quad 0$$

$$\text{下 弦 材} \quad \frac{1}{2E} \left(\frac{q a}{F_u} \right)^2 \frac{a}{3} F_u = \frac{q^2}{2E} \frac{a^3}{3F_u}$$

$$\text{合 計} \quad \frac{q^2}{2E} \left[\frac{d^3}{F_d} + \frac{a^3}{3} \left(\frac{1}{F_0} + \frac{1}{F_u} \right) \right] \quad \dots\dots (3)$$

仮想の板の換算板厚 t^* は、式 (3) で与えられる棒要素ひずみエネルギーと式 (2) で与えられる仮想板のひずみエネルギーが一致するようにして求めることができ、換算板厚 t^* は式 (4) で示される。

$$t^* = \frac{E}{G} \frac{a \cdot b}{\frac{d^3}{F_d} + \frac{a^3}{3} \left(\frac{1}{F_0} + \frac{1}{F_u} \right)} \quad \dots\dots (4)$$

2) 曲げを受ける場合

図-2のように棒部材が曲げを受ける場合は垂直材がほとんど応力を負担しない。また上弦材、下弦材はそのままの状態を残し、斜材のみを仮想の板に置き換えることとする。そこで斜材を板に換算するために、図-3のようなモデル化を行う。

図3の Model I のように荷重が作用すると、斜材に軸力が発生しその大きさは $P / \cos \alpha$ である。また仮想板の Model II に、Model I と同じ大きさの荷重 $2P$ (ただし $2P = \sigma b$) を加え、この時板は垂直方向のみ圧縮されると仮定すれば Model I、II ともに軸力によるひずみエネルギーを考えればよいことになる。

Model I の斜材の断面積を F 、Model II の板厚を t^* とすれば、それぞれのひずみエネルギー U_1 、 U_2 は次式で示される。

$$U_1 = \frac{P^2 d}{E F \cdot \cos^2 \alpha} \quad U_2 = \frac{2 P^2 d \cdot \cos \alpha}{E t^* b}$$

このひずみエネルギーが等しいとすれば換算板厚 t^* が求まり、式 (5) で示される。

$$t^* = \frac{2 F \cdot \cos^3 \alpha}{b} \quad \dots\dots (5)$$

3) 曲げを受ける場合に断面2次モーメントを換算する方法

図5のType V のように下フランジにタイプレートがついている場合はタイプレートのついている部分の断面2次モーメントとタイプレートのついていない部分の断面2次モーメントが簡単に計算できるので、このタイプレートを一枚の板に置き換えて換算板厚を求める必要がない。しかしながら1本の桁で2種類の断面2次モーメントが交互に入れ替わっていると解析が複雑になる。そこで1種類の断面2次モーメントしか持たない1本の仮想の桁に置き換えることを考える。

今回は実験供試体に合わせるため図-4 a のように2種類の断面2次モーメント (空白部の断面2次モーメントを I_0 、間隔を β 、斜線部の断面2次モーメントを I_1 、間隔を先端と固定端は α 、中間で 2α) を持つカンチレバーで先端に集中荷重 P が作用する場合を考える。今この状態を図-4 b のように長さ l

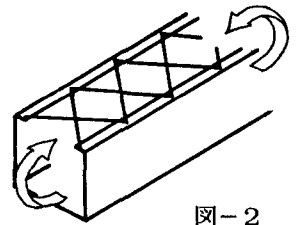


図-2

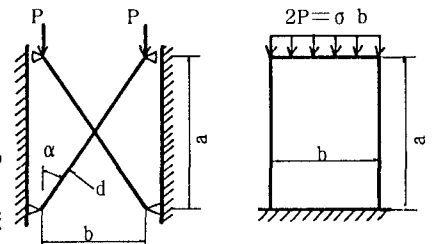


図-3

断面2次モーメント I^* のカンチレバーの先端に集中荷重 P が作用した場合曲げモーメントは $M_x = PX$ であり、全ひずみエネルギー U^* は、

$$U^* = \int_0^l \frac{(M_x)^2}{2} dx = \int_0^l \frac{(PX)^2}{2EI^*} dx = \frac{P^2 l^3}{6EI^*} \quad (6)$$

となる。次に図-4 a) のように2つの断面2次モーメント I_0 、 I_1 を持ったカンチレバーの場合全ひずみエネルギーを求めるために断面2次モーメント I_0 の部分のひずみエネルギーの総和 U_0 と断面2次モーメント I_1 の部分のひずみエネルギーの総和 U_1 に分けて考える。

断面2次モーメント I_0 の部分が n 個ある場合に先端から i 番目の I_0 の部分のひずみエネルギーは、式(7)で示される。

$$U_{0,i} = \int \frac{M_x^2}{2EI_0} dx = \frac{P^2}{6EI_0} [\{ (2i-1)\alpha + i\beta \}^3 - \{ (2i-1)\alpha + (i-1)\beta \}^3] \quad \dots\dots (7)$$

この場合断面2次モーメント I_1 の部分は $n+1$ 個あることになり、先端から i 番目の部分のひずみエネルギーを求めると式(8)になる。

$$U_{1,i} = \frac{P^2}{6EI_1} [\{ (2i-1)\alpha + (i-1)\beta \}^3 - \{ (2i-3)\alpha + (i-1)\beta \}^3] \quad \dots\dots (8)$$

ただし先端の部分と固定端の部分のひずみエネルギーは式(8)で表現できないので、それぞれを別々に求めると式(9)になり全体では式(9)に式(10)を加えたものになる

$$U_{1,1} = \frac{P^2 \alpha^3}{6EI_1} \quad U_{1,n+1} = \frac{P^2}{6EI_1} [(2n\alpha + n\beta)^3 - \{ (2n-1)\alpha + n\beta \}^3] \quad \dots\dots (9)$$

式(7)、(8)、(9)より全体のひずみエネルギーを求めると

$$U = \sum_{i=1}^n U_{0,i} + \sum_{i=2}^n U_{1,i} + U_{1,1} + U_{1,n+1} = \frac{P^2}{6E} \left[\frac{l^2 n - \alpha(\alpha + \beta)n}{I_0} \cdot \beta + \frac{2l^2 n + \beta(\alpha + \beta)n - (2\alpha + \beta)^2}{I_1} \cdot \alpha \right] \dots (10)$$

式(10)と式(6)より換算断面2次モーメントを求めると式(11)で示される。

$$I^* = l^3 / \left[\frac{l^2 n - \alpha(\alpha + \beta)n}{I_0} \cdot \beta + \frac{2l^2 n + \beta(\alpha + \beta)n - (2\alpha + \beta)^2}{I_1} \cdot \alpha \right] \dots (11)$$

3. 実験概要

換算板厚の精度を調べるために図-1 a) のような供試体で横構の形状が図-5で示してある5種類の供試体を用いてねじり実験と曲げ実験を行った。(写真1、2)

1) ねじり実験

境界条件として一端自由、一端固定のカンチレバーになるように供試体を設置し、換算板厚を使用した断面からせん断中心を求め、桁の先端のせん断中心に集中トルクを加えた。またねじれ角を測定するため桁から垂直にアームを出しアームの変位を測定することによってねじれ角を求めた。

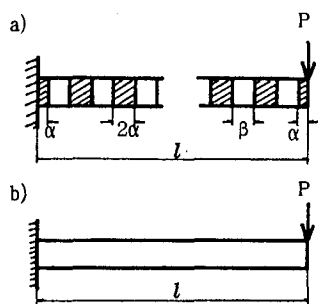


図-4

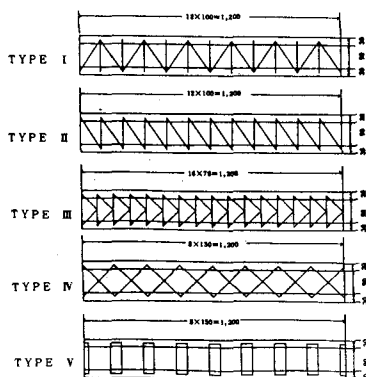


図-5

2) 曲げ実験

ねじりの場合と同様に一端自由、一端固定のカンチレバーの先端に集中荷重が作用するように供試体を設置し、桁のたわみと断面の重心を求めて計算値と比較するため桁の中央部で応力の測定を行った。

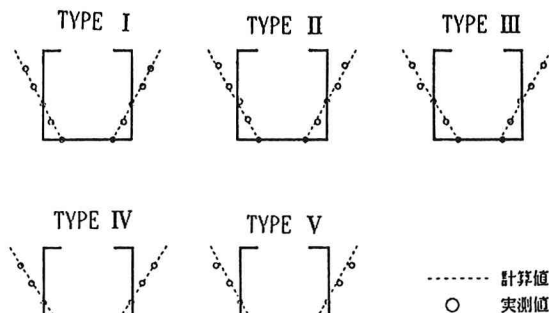


図-6 支間中央部の曲げ応力图

4. 実験結果

1) ねじり実験

Type I～Vまでの実験によるねじれ角と換算板厚を用いて計算したねじり剛性での理論値を表-1に示す。

TYPE	換算板厚 (mm)	トルク (kgcm)	実験値 ねじれ角 ($\times 10^{-3}$ rad)			理論値 ねじれ角 ($\times 10^{-3}$ rad)		
			$\theta(60)$	$\theta(90)$	$\theta(120)$	$\theta(60)$	$\theta(90)$	$\theta(120)$
I	0.44	21000	2.95	4.61	6.01	3.02	4.54	6.04
II	0.35	15000	1.45	3.28	5.03	1.72	3.44	5.16
III	0.65	21000	1.14	2.86	4.44	1.45	3.18	4.64
IV	0.72	21000	1.01	2.89	4.36	1.36	2.99	4.35
V	0.25	12000	1.60	3.00	5.00	2.16	3.61	5.78

2) 曲げ実験

Type I～Vまでの実験によるたわみと応力から求めた重心位置、さらに換算板厚を使用した断面を用いて計算した断面2次モーメント、重心、たわみを表-2に示す。また図-6に桁の中央部での曲げ応力图を示す。

TYPE	換算板厚 (mm)	理論値			実験値	
		断面2次モーメント (cm^4)	重心 (cm)	先端のたわみ (mm)	重心 (cm)	先端のたわみ (mm)
I	0.14	604	8.80	0.95	9.02	0.93
II	0.14	604	8.80	0.95	8.89	0.94
III	0.50	638	8.62	0.90	8.96	0.90
IV	0.50	638	8.62	0.90	8.76	0.90
V		630		0.91		0.93

写真 1

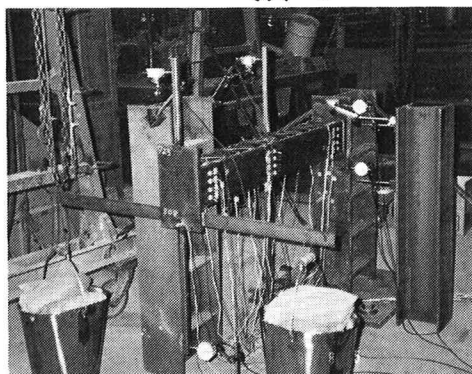
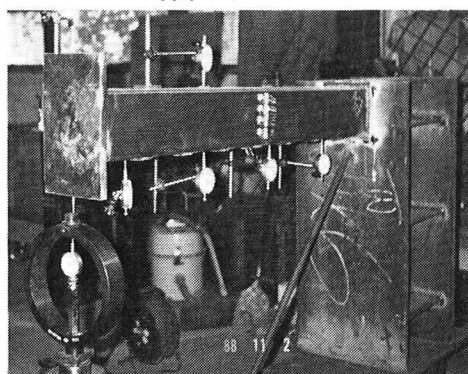


写真 2



5. 考察

1) ねじりに対する換算板厚式

TYPE I～Vまでの前述の方法に基づく換算板厚式を式(12)に示す。

$$\begin{aligned}
 \text{TYPE I} \quad t^* &= \frac{E}{G} \frac{a \cdot b}{\frac{d^3}{F_d} + \frac{a^3}{3} \left(\frac{1}{F_o} + \frac{1}{F_u} \right)} \\
 \text{TYPE II} \quad t^* &= \frac{E}{G} \frac{a \cdot b}{\frac{2d^3}{F_d} + \frac{b^3}{4F_v} + \frac{a^3}{12} \left(\frac{1}{F_o} + \frac{1}{F_v} \right)} \\
 \text{TYPE III} \quad t^* &= \frac{E}{G} \frac{a \cdot b}{\frac{d^3}{2F_d} + \frac{a^3}{12} \left(\frac{1}{F_o} + \frac{1}{F_u} \right)} \dots\dots (12) \\
 \text{TYPE IV} \quad t^* &= \frac{E}{G} \frac{a \cdot b}{\frac{d^3}{F_d} + \frac{b^3}{F_v} + \frac{a^3}{12} \left(\frac{1}{F_o} + \frac{1}{F_u} \right)} \\
 \text{TYPE V} \quad t^* &= \frac{E}{G} \frac{1}{\frac{a b^2}{12 I_b} + \frac{a^2 b}{48} \left(\frac{1}{I_o} + \frac{1}{I_u} \right)}
 \end{aligned}$$

式(12)を用いて各TYPEの換算板厚を求め、各TYPEの断面を薄肉閉じ断面であると今回の実験はサン・ブナンのねじりになる。そこでサン・ブナンのねじりとして理論値を求めたのが表-1に実験値と比較して示してある。

結果を見てもわかるようにほぼ実験値のねじれ角が理論値のねじれ角に一致している。このことから本研究におけるねじりに対する横構の換算板厚式は十分に精度がよく桁をマクロ的に解析する場合には本換算板厚式が十分に使用できると考えられる。

2) 曲げに対する換算板厚式

TYPE I～Vまでの前述の方法に基づく換算板厚式を式(13)に示す。

$$\begin{aligned}
 \text{TYPE I} \quad t^* &= \frac{F \cdot \cos \alpha}{b} \\
 \text{TYPE II} \quad t^* &= \frac{F \cdot \cos \alpha}{b} \dots\dots (13) \\
 \text{TYPE III} \quad t^* &= \frac{F \cdot \cos \alpha}{b} \\
 \text{TYPE IV} \quad t^* &= \frac{F \cdot \cos \alpha}{b}
 \end{aligned}$$

表2に実験値と式(13)を用いた理論値が示してあるがこの理論値の先端のたわみに対してはせん断力によるたわみも考慮してある。つまりたわみ δ は $\delta = P l^3 / 3 E I + \kappa P l / G F$ を用いて理論値を求めている。

TYPE IとTYPE IIの実験値のたわみとTYPE IIIとTYPE IVのたわみを相互に比較すると、TYPE IとTYPE IIがほぼ等しくTYPE IIIとTYPE IVが等しい。さらにTYPE IとTYPE IIの方がTYPE IIIとTYPE IVのたわみよりも大きく、理論値の断面2次モーメントと比較すると妥当な値になっている。

図-6に桁の中央部付近での曲げ応力図を示してあるが各点の応力はほぼ理論値に一致している。

さらに理論値の重心と図-6の応力図から求めた桁の重心を、表-2で比較してあるが重心位置もほぼ一致している。

せん断力によるたわみを無視した理論値のたわみと実験値のたわみとを比較すると、理論値のたわみの

方が実験値のたわみより小さくなってしまいます。せん断力を考慮すれば理論値とほぼ一致しているので、式(13)の換算板厚式を用いる場合には、せん断力によるたわみを無視できない。

3) 換算断面2次モーメントについて

TYPE V ような場合には換算板厚の考え方を導入する必要性がないため今回は仮に断面2次モーメントを換算してみた。これを用いた理論値は、ほぼ実験値と一致した結果が得られた。しかしながらこの換算断面2次モーメントは曲げモーメントが三角形分布の場合にだけ有効であり、荷重の載荷状態や境界条件により多種多様の式が考えられる。

6. 実橋への応用例

図-7は昨年度北海道開発局石狩川開発建設部札幌河川事務所管内において施工された下藤野1号橋の平面図であり主桁5本横桁8本の斜角格子桁橋である。

図-7のP-1、P-2の点に現場で実橋の上に25tトラックで載荷試験を行い各主桁のたわみを実測し、計算値と比較したところよく一致した。

ここで横桁を考慮した剛性については、本研究において導いた換算板厚の式を用いた。

また、たわみの計算については格子桁理論を用いて電子計算機で計算をおこなった。

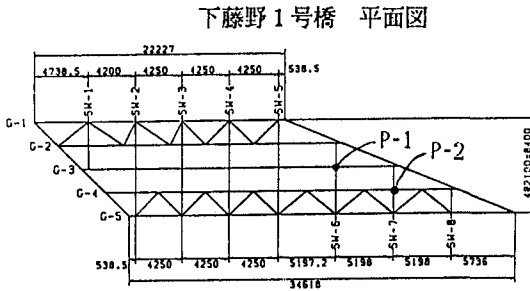


図-7

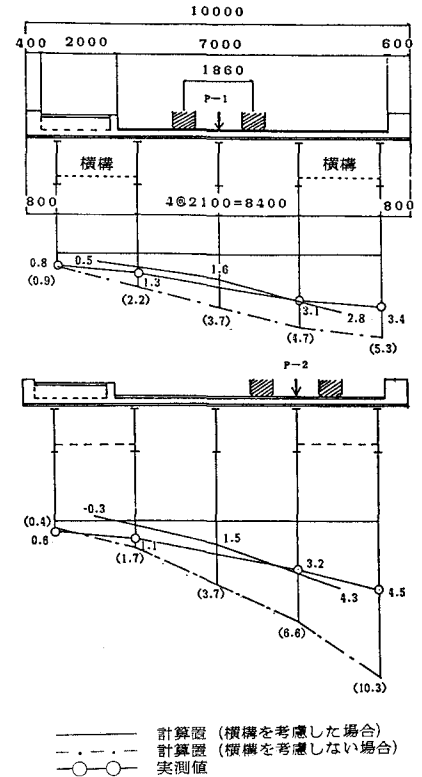


図-8 支間中央のたわみ

参考文献

- 1) 北海道土木技術会鋼道路橋研究委員会： 北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針，昭和58年8月
- 2) 井上稔康，杉江豊： プレツィスティング工法による鋼桁橋の施工，昭和62年度土木学会北海道支部論文報告集，第44号
- 3) C.F.Kollbrunner and K.basler： Torsion in structures An Engineering Approach, Springer-Verlag, 1969
- 4) C.F.Kollbunner and N.Hajdin： Dünnwandige Stäbe, Springer-Verlag, Band I Stäbe mit und erformierbaren Querschnitten, 1972