

IV-17 LP問題のT-領域の立地配分問題への応用

苫小牧工業高等専門学校 正員 榎 谷 有 三
室蘭工業大学工学部 正員 齊 藤 和 夫

1. まえがき

住宅団地開発、工業団地開発あるいは都市活動施設などの各種の新規土地利用活動の立地にあたっては、土地利用の発展を妨げることなしに、土地利用の機能を有機的に結び付けるような交通網（道路網）のバタン、いわゆる土地利用の発展バタンに調和した道路網バタンの建設が望まれていた。しかしながら、道路建設あるいは地下鉄建設などの交通施設整備には多大の時間と費用を要するとともに、これら交通施設整備は潜在交通需要を顕在化し新たな問題をもたらす。また、自動車交通需要の増大に対しては需要自体をも管理し既存施設を有効適切に利用しようとする交通管理型計画へ移行している。こうした中で、新規の土地利用活動の立地にあたって、立地活動に見合った交通施設の整備は厳しい状況にある。このような点から、著者等は立地配分問題を道路網の交通処理能力を表わす道路網容量の面から考察を行ってきた。そして、このとき各種新規土地利用活動の立地配分が実現可能であるための必要十分条件としての多重カット条件の作成手法をLP問題を基礎に考察した。その結果、作成された多重カット条件で囲まれた領域は、実現可能な凸領域を形成することから、これら多重カット条件からは既存道路網の交通処理能力を超えない範囲内で立地可能な種々の立地配分バタンを求めることができる。しかしながら、各種の新規土地利用活動の立地に伴う交通需要の増大は都市内街路の交通混雑を一層激化させることから、立地配分問題を考える場合には既存道路網の物理的な処理能力を表わす道路網容量の面からのみならず、道路網全体の交通混雑の状況あるいは道路環境の悪化等の面からも言及する必要がある。そこで、本研究においてはLP問題のT-領域の考え方を立地配分問題に応用して、道路網全体のT（総走行台距離）の上限が与えられたとき、このT以下で立地することが可能な各ゾーンの立地可能量の領域について考察する。

2. LP問題のT-領域について

従来のLP問題を工場の生産計画を例にとりて述べるならば次のようになる。「ある工場で、 n 種類の原料を用いて p 種類の製品を作ることを計画している。各原料の在庫量が与えられた場合、利益を最大にするには各製品をどの位ずつ作ればよいか？」一方、LP問題のT-領域の場合は次のようになる。「 n 種類の原料を用いて p 種類の製品を作る場合、 n 種類（ $m < n$ ）の原料の使用量は予め定められているとする。このとき、利益が T 以上となるためには、残りの（ $n-m$ ）個の原料をそれぞれどの程度準備すればよいか、その領域を求めよ。」前者のLP問題が最適解となるある一点だけを求めるのに対して、後者の問題は領域を求めるという点が、両者の大きな相違である。そして、後者の問題を最小コスト多種フロー問題に適用すると次のようになる。「総コストの上限が与えられた場合、その上限以下で流すことが可能な要求フローベクトルの領域（最小コスト多種フロー問題のT-領域）を求めよ。」さらに、この問題を本研究の立地配分問題に適用すると、「道路網全体での距離的損失を表わす総走行台距離（ T ）の上限が与えられている場合、その上限以下で立地することが可能な各ゾーンの立地可能量の領域（T-領域）を求める」となる。ここで、 T は距離的損失を表わすことから道路網全体の交通混雑状況、あるいは排出汚染物質量が総走行台距離と一般に線形と仮定すると大気汚染による環境悪化等を考慮していることとなる。

最小コスト多種フロー問題のT-領域は、最適基底解におけるシンプレックス乗数を用いたコストカット条件という一次不等式を導入することによって求められている。また、T-領域はLP問題の弱双対定理を利用することにより有限個のコストカット条件によって囲まれた凸領域となることが証明されている。そこで本研究においては、立地配分問題をLP問題として定式化するとともに、その双対問題をも定式化して双対変数からT-カット条件を求めて、各ゾーンの立地が実現可能な領域であるT-領域を求める。

3. 立地配分問題のT-領域作成について

いま、道路網上に q 個のOD交通が存在するものとし、 k 番目のOD構成比を p_k とする。このとき、各OD交通の配分交通量の変数としてはルート交通量を用いる。そして、 k 番目のOD交通の走行可能な経路の本数を n_k 、そのうちあるルート r に配分される交通量を Y_k^r とする。さらに、現在の需要交通量を F とする。一方、各種の新規土地利用活動の立地にあたって立地対象とするゾーンの数を S 、それぞれのゾーンにおける立地可能量を F_s とする。また、立地に伴う各ゾーンの新たな発生・集中交通量 F_s は、式(1)のように現在のOD表に基づき同じ相対比で分布するものと仮定する。さらに、式(2)に示されているように立地に伴う新たなOD交通量も事前に選定されている当該OD交通と同じ経路に配分されるものとする。

$$p_k^s = p_k / \sum_{k \in P_s} p_k \quad (1)$$

ここで、 P_s ；ゾーン s を発生・集中しているOD交通の集合

そうすると、新規の土地利用活動の立地に伴う立地配分問題は次のようにLP問題として定式化することができる。すなわち、式(2)の各OD交通量に関する連続条件式、式(3)の各リンクの容量制限式、式(4)の各ゾーンの立地可能量に関する条件式及び式(5)、(6)の各変数に関する条件式のもとで、式(7)の総走行台距離 Z を最小化する問題となる。

$$\sum_{k=1}^{n_k} Y_k^r = p_k \cdot F + \sum_{s=1}^S p_k^s \cdot F_s \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (2) \quad F_s \geq G_s \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{n_k} \delta_k^i \cdot Y_k^r \leq C_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (3) \quad Y_k^r \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} k=1, 2, \dots, q \\ r=1, 2, \dots, n_k \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$F_s \geq 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad (6) \quad Z = \sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{n_k} Y_k^r \cdot t_k^r ; \min \quad (7)$$

ここで、

δ_k^i ； k 番目のOD交通の r 番目のルート交通量がリンク i を通過するとき1、そうでないとき0をとる定数

C_i ；リンク i の交通容量

t_k^r ； k 番目のOD交通の r 番目のルート交通量の走行距離(km)

G_s ；ゾーン s の要求立地量

本研究で目的とすることは前述のように、式(1)の目的関数を最適化(最小化)するような各ゾーンの立地可能量を求めるのではなく、道路網全体の交通混雑あるいは環境悪化等を考慮して設定された総走行台距離の上限値 T を超えない($\min Z \leq T$)各ゾーンの立地可能量の領域(範囲)を求めることである。そして、ここではこの領域をT-領域と呼ぶこととし、 $\min Z \leq T$ となる各ゾーンの立地要求量をT-可能、 $\min Z > T$ となる要求立地量をT-不可能と呼ぶこととする。このT-領域はT-カット条件によって求められることから、T-カット条件作成のために必要な双対問題をさらに定式化する。ここで、 y_k 、 w_i 、 g_s をそれぞれ式(2)、(3)、(4)に対する双対変数とすると、双対問題は式(8)～(11)の制約条件のもとで、式(2)の目的関数を最大化する問題として定式化できる。

$$y_k - \sum_{i=1}^m \delta_k^i \cdot w_i \leq t_k^r \quad \left\{ \begin{array}{l} k=1, 2, \dots, q \\ r=1, 2, \dots, n_k \end{array} \right\} \quad (8) \quad w_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^q p_k \cdot y_k - g_s \geq 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad (9) \quad g_s \geq 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad (11)$$

$$W = \sum_{k=1}^q y_k \cdot p_k \cdot F - \sum_{i=1}^m w_i \cdot C_i + \sum_{s=1}^S g_s \cdot G_s ; \max \quad (12)$$

ここで、 y_k ；正・負いずれも
取り得る自由変数

いま、任意のT-不可能な各ゾーンの要求立地量に対する主問題の最適基底解におけるシンプレックス乗数(=最適双対変数)を $\bar{y}_k$ 、 $\bar{w}_i$ 、 $\bar{g}_s$ とすると、LP問題の弱双対定理より式(13)の不等式を導くことができる。そして、この不等式を本研究ではT-カット条件と呼ぶこととする。

$$\sum_{s=1}^S \bar{g}_s \cdot G_s \leq T - \sum_{k=1}^q \bar{y}_k \cdot p_k \cdot F + \sum_{j=1}^m \bar{w}_j \cdot C_j \quad (13)$$

このT-カット条件は次の事を意味している。すなわち、T-不可能な各ゾーンの要求立地量は式(13)のT-カット条件を侵し、任意のT-可能な要求立地量は、このT-カット条件を満たすということである。また、このT-カット条件の個数は有限であることも証明されている。そうすると、立地配分問題のT-領域は有限個のT-カット条件及び不等式 $F_s \geq 0$ で囲まれた凸領域となることから、T-領域を求めるアルゴリズムは以下となる。

- (1) 各OD交通の走行コスト(距離)を無視して、各種の新規土地利用活動の立地配分が実現可能であるための必要十分条件である多重カット条件を立地対象とするゾーンに対して作成する。
- (2) 手順(1)で作成された多重カット条件で囲まれた領域は凸領域を形成することから、これら多重カット条件から立地対象とするゾーンにおいて実現可能な領域を求める。
- (3) 手順(2)で求められた領域及び既に得られたT-カット条件から求まる凸領域の全ての端点について主問題(2)~(7)及び双対問題(8)~(12)を解く。
- (4) 手順(3)において、全ての端点についてT-可能($\min Z \leq T$)であれば計算を終了する。T-不可能($\min Z > T$)となる端点があれば手順(5)へ行く。
- (5) 手順(4)において、T-不可能となる端点については当該端点を切り取るT-カット条件を式(13)にて作成して手順(3)へ行く。

このような手順を通して立地配分問題のT-領域を求めることができる。本アルゴリズムの主な手順は、凸領域の全ての端点に対してLP問題を解き、当該端点がT-可能かT-不可能であるかを判断して、T-不可能であればT-カット条件を作成するということである。なお、手順(1)、(2)の多重カット条件の作成手法の詳細については文献(1)を参照されたい。

4. 計算例

簡単な適用例を通してT-カット条件及びT-領域の作成手法について考える。図-1の道路網(図中のリンク上の番号はリンク番号及び(リンク距離))、表-1のOD構成比(右上半分)を与えて行う。各リンクの車線数は1車線とし、交通容量は12000台とする。なお、OD交通は対称性を仮定して三角OD交通のみを与えている。各OD交通の走行可能な経路は、最短・次最短経路を中心に3~5本を事前に選定した。現在の交通需要は55000台、このときの総走行台距離は 3.9×10^5 台・kmであるとする。また、総走行台距離の上限値を 6.5×10^5 台・kmとする。ここではゾーン6、7を立地対象とした場合を例として考察を進める。ゾーン6、7を対象としたときのそれぞれのゾーンにおいて立地配分が実現可能であるための必要十分条件としての

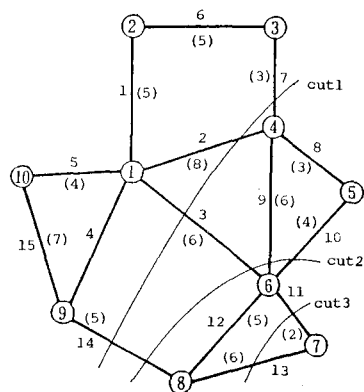


表-1 OD構成比(右上半分)とゾーン6、7の p_k (左下半分)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2			0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
3				0.060	0.016	0.015	0.005	0.005	0.0	0.003
4					0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5						0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	0.395	0.049	0.057	0.084	0.259		0.122	0.032	0.003	0.004
7	0.406	0.045	0.036	0.050	0.094	0.122		0.013	0.005	0.001
8						0.011	0.094		0.011	0.001
9						0.015	0.036			0.004
10						0.008	0.007			

多重カット条件は図-1に示すカット1、2、3であり、その領域は図-2に示されている。そこで、この領域のなかで立地可能量が最大となる端点(図-2の最適解となる点)から以下順次LP問題を解いてT-カット条件を求める。まず、最適解の端点の値を要求立地量として

LP問題を解くと、
 $Z = 7.1 \times 10^5$ 台・km
 となりT-不可能であることから、双対変数を用いて式(13)のT-カット条件を求めると図-2のT-カット0となる。さらに、このT-カット0と多重カット条件との交点を求めると図-2の端点Aとなる。この端点Aに対してもLP問題を解くとT-不可能

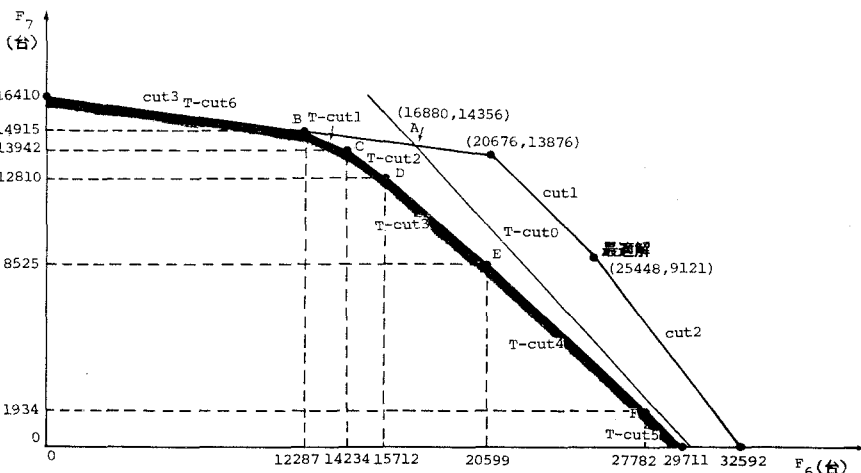


図-2 ゾーン6、7を対象としたT-領域

となることからT-カット条件を求めると、図-2のT-カット1の条件式が求められる。このT-カット1と多重カット条件(カット3)の交点を求めると端点Bが得られる。そして、この端点Bに対して同様にLP問題を解いたところT-可能($Z = 6.5 \times 10^5$ 台・km)となることから、このT-カット1はT-カット条件となる。以下、順次交点(端点)を求めるとともにLP問題を解いたところ図-2に示されるT-カット1~6の6本のT-カット条件が求められた。各T-条件の不等式は式(14)に示す。なお、この計算例では多重カット条件であるカット3もT-カット条件として含まれている。また、これら6本の不等式で囲まれた凸領域において立地可能量が最大となる端点はFであり、このときの立地可能量は29716台である。この例では15回程度のLP問題を解いて実現可能な凸領域が求められた。

5. あとがき

以上、本研究は立地配分問題をLP問題として定式化して、総走行台距離の上限値Tが与えられたときのT-カット条件を求めるとともに、各ゾーンの立地が実現可能である領域としてのT-領域の作成手法について考察した。この問題の場合は、各OD交通がどのような経路に配分されるかによって総走行台距離も異なってくることから、T-領域を形成するT-カット

T-カット1	$7.960F_6 + 15.940F_7 \leq 335550$
T-カット2	$9.739F_6 + 10.615F_7 \leq 291107$
T-カット3	$9.098F_6 + 11.872F_7 \leq 295031$
T-カット4	$9.249F_6 + 10.548F_7 \leq 280443$
T-カット5	$11.164F_6 + 11.172F_7 \leq 331697$
T-カット6	$0.122F_6 + 1.000F_7 \leq 16410$

条件の作成も需要(交通量)と供給(リンク容量)から容易に作成できる多重カット条件より一層困難となってくる。そこで、今後は解の厳密性は多少犠牲にしてもより容易にT-カット条件が求められるようにアルゴリズムの改善を図って行きたい。また、3.で仮定されている新規の土地利用活動の立地に伴うOD交通の構成比の変化及び各OD交通の経路選択挙動などについてもさらに考察を進めて行く。

<参考文献>

- 1) 榎谷・斎藤：道路網容量から見た土地利用活動の立地配分、交通工学、Vol.22 No.4、1987
- 2) 榎谷：LP問題による道路網容量の算定に関する研究、土木計画学研究・論文集、No.3、1986
- 3) 黒沢 馨：最小コスト多種フロー問題のT-領域、信学論、Vol. J65-A、1982
- 4) 黒沢 馨：線形計画問題のT-領域、信学論、Vol. J66-A、1983