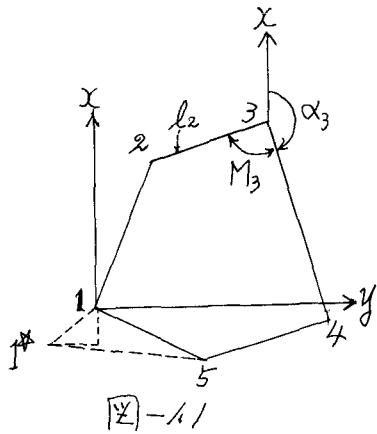


IV-6 辺長補正による閉合差 解消の利便

道都総合専門学校 正会員 今井 芳 雄



§1. 前言

既に測点として、杭が打つてある閉合5角形 1~2~3~4~5~1 の測量 (図-1.1) においては、角と巨嵩で新しく点を地上に設け、その座標を定めるという作業の様に角誤差と巨嵩誤差が相乗的に結果の X, Y 座標に入り込む心配はない。即ち内角 M_i ($i=1, 2, \dots, 5$) の角測定誤差と辺長 l_i ($i=1, 2, \dots, 5$) の巨嵩誤差は独立に発生するわけで、互に無関係にその大きさを誤差論的に推定出来る。内角測定の良いは角の幾何学的

閉合条件に照らして判断が出来る。そしてこれ以外に誤差論的に判断根拠がない。巨嵩誤差は単位巨嵩の標準偏差の2乗の和から求め得る。5角形の内角の和 $\sum_{i=1}^5 M_i$ は幾何条件から 540° でなければ

ならない。最小自乗法では各々の角を平等精度で測角する限り、 540° との差を5等分して配分すれば補正となる。これだけで他のどんな条件もない。既にある杭の上で測角するのだから、角を挟む2辺の方向の問題であつて辺長の誤差は角補正に何の抱束もない。従つてこれで内角5個の補正は完了する。次にこの調整済みの内角と測定辺長 l_i ($i=1, 2, \dots, 5$) で順次点を plot 作図すると5角形 1~2~3~4~5~1^{*} となつて 1 の点に閉合しない。閉合差 ΔE である (図-1.2)

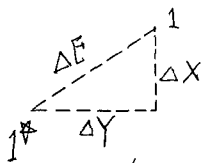


図-1.2

ここでその原因として用いた角は最確値であるか巨嵩 l_i ($i=1, 2, \dots, 5$) が誤差あるため閉合差

$$1 \sim 1^* = \Delta E = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2} \text{ が生じた } \text{と考へる}$$

§2. 閉合差 ΔE の取扱い

(1) コンパス法則は この閉合差 ΔE を観測 辺長に按分比例して分割し、いつれの測点についても、その按分量をベクトル ΔE の方向に移して測点の新座標とするものである。計算は Simple である。結果は閉合差 ΔE 算定に用いた角閉合差解消済みの角 M_i ($i=1, 2, \dots, 5$) の大きさが保てなく、即ち変動力が必然的に起きてしまう。従つてコンパス法則の新座標に適合するための各辺の方向角はすべてどれでも新座標から逆算してその値に直さなければ、もとのまゝでは新座標と辻つまが

合わないという事態になる。今まで誰もこれを不問にしていたが首尾一貫するためには、この角の再計算はしなければならぬものである筈、
 (2) 筆者の提案は角の閉合差解消で得た辺の方向角(α軸から時計まわりに測る)が新座標で崩れる事態を避け、ΔE算定に用いた辺の方向角がそのまゝ、1秒の差もなく新座標に適合させる目的で辺長方向の長さの補正のみで閉合差ΔEを解消しようというものである。

§3. 辺長補正による方法

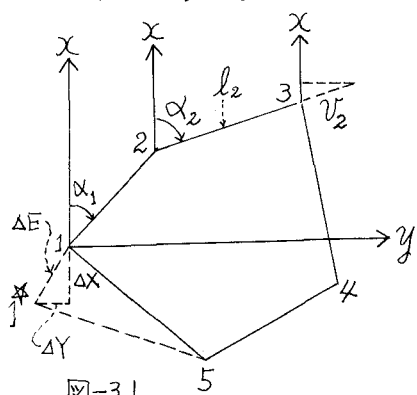


図-3.1

辺2~3の測点上における辺長方向の補正量(距離補正)を v_i ($i=2$), 以下同様に番号をよると($i=1, 2, \dots, 5$)

$$\phi_1 = \sum_{i=1}^{i=5} v_i \cdot \cos \alpha_i + \Delta X = 0 \quad \dots \dots \dots (3.1)$$

$$\phi_2 = \sum_{i=1}^{i=5} v_i \cdot \sin \alpha_i + \Delta Y = 0 \quad \dots \dots \dots (3.2)$$

$$f(v) = \sum_{i=1}^{i=5} \frac{1}{l_i} (v_i)^2 = \text{minimum} \quad \dots \dots \dots (3.3)$$

の3条件が辺長補正量 v_i ($i=1, 2, \dots, 5$)を決める条件となる。ここで α_i は角閉合差補正済み方向角(α軸から時計まわりに測る)。ΔX, ΔYは閉合差、次に解析手順を述べると、(3.1)式右辺equal zeroから ϕ_1 の全微分 $d\phi_1=0$, (3.2)式から同様の $d\phi_2=0$ が直ちに与える。ここでLagrangeの未定乗数 λ_1, λ_2 を掛けて矢張り $\lambda_1 \cdot d\phi_1=0$, $\lambda_2 \cdot d\phi_2=0$ が与える(3.3)式からは、右辺はすべて正の数(v_i^2)の和だから $f(v)$ の最小値は存在し $f(v)$ の全微分 $df=0$ であれば $f(v)$ のminimumの条件を満たす。従って $df + \lambda_1 \cdot d\phi_1 + \lambda_2 \cdot d\phi_2 = 0 \quad \dots \dots \dots (3.4)$

表-4.1

測点	辺	辺長補正による閉合差の配分法の場合			
		閉合差59秒を配分法時の内角M, 方向角α		辺長補正後の座標	
1	1~2	$M_1 = 107^\circ 41' 21.8''$	$\alpha_1 = 50^\circ 51' 00''$	X	Y
				0.000	0.000
2	2~3	$M_2 = 131^\circ 23' 59.8''$	$\alpha_2 = 99^\circ 26' 65.2''$	64.634	79.391
3	3~4	$M_3 = 98^\circ 13' 49.8''$	$\alpha_3 = 181^\circ 13' 15.4''$	49.829	168.326
4	4~5	$M_4 = 100^\circ 32' 21.8''$	$\alpha_4 = 260^\circ 40' 53.6''$	(-)89.423	165.358
5	5~1	$M_5 = 102^\circ 08' 21.8''$	$\alpha_5 = 338^\circ 22' 31.8''$	(-)109.495	43.038

となる。(3.1), (3.2)式では v_i ($i=1, 2, \dots, 5$) は 5 個, 条件式は 2 個だから v_i 5 個のうち 3 個は独立, 2 個は従属変数となる。その増分 dv_i ($i=1, 2, \dots, 5$) についても従属と独立の関係は同様に保たれる。(3.4)式の df , $\lambda_1 \cdot d\phi$, $\lambda_2 \cdot d\phi_2$ という全微分の展開式に出てくる dv_i ($i=1, 2, \dots, 5$) は夫々 5 個含まれる (3.4) を dv_i ($i=1, 2, \dots, 5$) でくくると 5 個の括弧の和 0 となる。括弧の中はどれも λ_1, λ_2 を含む。2 つの従属変数 dv_i のついた括弧内は共に zero にする故 λ_1, λ_2 をえらび得る。残り 3 個の dv_i のついた括弧は (3.4) 式右辺 zero であるため矢張り zero でなければならぬ dv_i ($i=1, 2, \dots, 5$) に関係なく 5 個の括弧は独立にそれぞれ zero とおいてよいことになる。5 個の右辺 equal zero の等式から v_i ($i=1, 2, \dots, 5$) を λ_1, λ_2 で表すことが出来る。これを (3.1), (3.2) 式に用いて λ_1, λ_2 を $\Delta X, \Delta Y$ で表すことが出来る。これを λ_1, λ_2 で表わされた v_i ($i=1, 2, \dots, 5$) に代入すると v_i ($i=1, 2, \dots, 5$) の全量が $\Delta X, \Delta Y, \alpha_i$ を含んだもので求められる。これに角閉合差解消済みの辺の方向角を用いて各点の座標補正量 $\Delta X, \Delta Y$ が求められ新座標 X, Y が決定出来る。

§4. 計算例

観測角 $M_1 = 107^\circ 41' 20''$, $M_2 = 131^\circ 23' 43''$, $M_3 = 98^\circ 13' 38''$
 $M_4 = 100^\circ 32' 10''$, $M_5 = 102^\circ 08' 10''$, 角閉合差 = 540° に不足 $59''$
 観測辺長 $l_1 = 102.^m 361$, $l_2 = 90.^m 148$, $l_3 = 139.^m 290$
 $l_4 = 123.^m 972$, $l_5 = 117.^m 651$ である。 X, Y 座標原点を測点 1 ととり
 縦軸を X , 横軸を Y とし 辺 1-2 の方向角 $\alpha_1 = 50^\circ 51' 00''$ とし
 て出発する

表-4.1

角閉合差 $59''$ を 60 秒に i compass 法則によるときの座標とこれに伴う諸角の異動値			
compass 法則による座標		異動法内角 M^*	異動した方向角 α^*
X	Y		
0. ^m 000	0. ^m 000	$M_1^* = 107^\circ 41' 41.1''$	$\alpha_1^* = 50^\circ 51' 5.0''$
64. ^m 628	79. ^m 387	$M_2^* = 131^\circ 23' 67.7''$	$\alpha_2^* = 99^\circ 26' 57.3''$
49. ^m 827	168. ^m 318	$M_3^* = 98^\circ 13' 55.3''$	$\alpha_3^* = 181^\circ 13' 02''$
(-)89. ^m 428	165. ^m 359	$M_4^* = 100^\circ 32' 6.3''$	$\alpha_4^* = 260^\circ 40' 55.7''$
(-)109. ^m 499	43. ^m 031	$M_5^* = 102^\circ 08' 9.9''$	$\alpha_5^* = 338^\circ 32' 45.8''$

計算結果は表-4.1であって、コンパス法則による補正では閉合差 ΔE 算定に用いた切角の $59''$ を補正済みの方向角は新座標にはすでに宛づれているわけである。新座標には、改めて辺長と辺の方向角を算定しなければならない。

§5. 結言

前言にも述べた様にコンパス法則の計算は Simple であるが、計算に用いた切角の方向角が誤差論の根據もなく安易に改めなくてはならない。筆者の提案する辺長を補正する方法では角閉合差補正のための誤差論は生かされ、そのまゝ図示に耐え、新辺長も計算の過程で自づから定まるのである。 λ , λ_2 の算定も電卓で Simple に $\sin$, $\cos$ が出るので 苦にならない (1987-10-17)

補注、計算例

$$\Delta X = (-)0.01334^m, \quad \Delta Y = \underset{(-)}{0.03788^m}, \quad \Delta E = 0^m4016$$

$$\Delta E \text{ の方向 } 1^{\text{st}} \text{ 象において } X \text{ 軸から } 70.65337868^\circ$$