

II-26 定常波を有する流れの河床せん断力

北海道大学工学部 正 員 長谷川 和 義
同 上 正 員 藤 田 睦 博
同 上 学生員 小野寺 正 典

1. はじめに

山地河川には、交互砂州、長波長反砂堆などの中規模河床波、およびステップ・プール、リブなどの小規模河床波が確認できる。^{(1)~(4)}これらは共存することが多く、流れの抵抗、土砂流出の重要な支配要因になっている。著者ら^{(1)~(3)}は、豊平川流域小川において河川形状の詳細な調査を行なってきたが、小規模河床に関して、その起伏の卓越波長がある基準波長の整数倍をなすという極めて興味深い事実を見いだしてきた。この性質は水面波によってもたらされたものと考えられる。

河床波の形成機構に関する研究には、安定解析によるものと、流れの実質に着目したものとかある。いずれも多数にのぼるのが、水面波を河床波の誘起原因と考えた解析は少ない。ポテンシャルフローを用いた安定論^{(5)~(7)}によれば、2次元の場合にも、3次元の場合にも定常なAiry波の波長において河床波の成長が無限大になることが知られている。しかし、その移動速度も無限大になる欠陥を有する。山田ら⁽⁸⁾は不規則底面上の二次元水面形を、ポテンシャル解の重ね合わせによって導き、平均流速に等しい移送速度を有するAiry波のみが選択的に残されることを明らかにした。さらに、発生初期の水面にはこうした固有の定常波が生じ、河床不安定の機構とはかかわりなく河床に強制的な作用を及ぼす可能性を示した。この研究は水面波の対河床積極性を明らかにした点で重要である。河床の側に、これと同調する機構があれば、この波長を有する河床波が速やかに成長することになる。従来、Standing Wave として区分されてきた河床波がこれに相当するものと思われる。しかし、これらの議論はフルード数が1以下の二次元波に限られており、小川の洪水に見られるような射流の場合にも同様な議論をなし得るかどうかは不明である。

本研究は、(1)射流時の定常な水面波が有する性質、(2)水面波と河床せん断力との関係を、主に実験的に調べようとするものである。

2. 実験の概要

2-1) 実験装置

本実験で用いた水路は、図1に示すような、幅30cm、長さ10mの鋼製可傾斜水路であり、側面がガラス張りになっている。水路床はせん断力を直接測定するためにシリンダー状水用せん断力計を埋め込み得るよう、二重構造になっている。上部底は耐水ベニヤに水性ペイントを塗ったものであって路床の継目にはアクリル板をいれ、下層部の流れを完全におさえるようにした。流量は調水バルブにより設定し、三角ぜきにより量水した。造波は、幅15cmの舟型の水切りを流路中央にすえたポイントゲージに固定し、これを上下させることにより行なった。

水面形の測定にはポイントゲージが用いられた。流速の測定にはピトー管を傾斜水マノメーターに接続させて行われた。河床せん断力の測定は、本実験4ケースのうち、RUN 1、2の2ケースが水用せん断力計によって、RUN 3、4の2ケースがピトー管によって行われた。

本研究の主要な目的の一つは、三次元定常波と路床せん断力との関係を調べることであり、予備実験として水用せん断力計の検定を入念に行った。しかしRUN 2を終えた段階でこのせん断力計が不慮の事故により使用不能となったため、ピトー管によって τ を求め

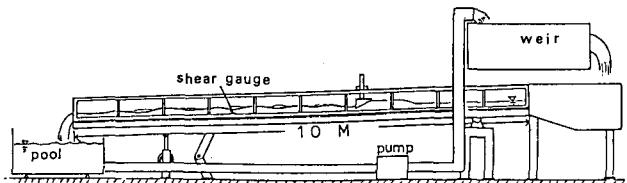


図1 実験水路の概略図

る方法に切り替えた。即ち路床より5 mmの点の流速を得て、対数則により摩擦速度 U_* を求めた。RUN 1、2のせん断力計とピトー管による値を比較すると、造波時のピトー管による U_* はやや大きめの値を示す。従ってRUN 3、4の U_* 値の大きさは、参考にするにとどめる。

2-2) 実験条件

予備実験22ケース中より、幅、水深比、フルード数の異なる4ケースについて実験を行う事にした。それぞれの実験条件を表1に示す。

	RUN. 1	RUN. 2	RUN. 3	RUN. 4
設定勾配	1/216	1/300	1/380	1/99
流量 Q (cm ³ /s)	11308	23732	11124	28015
l_c	1/212	1/331	1/386	1/134
H_0 (cm)	4.34	7.74	4.35	6.41
平均流速 U (cm/s)	86.85	102.20	85.21	145.68
フルード数 Fr	1.33	1.17	1.31	1.84

2-3) 測定法

造波装置によって起こされた波の一波長区間を選びポイントゲージで流下方向、横断方向共に1 cm 間隔にて水面計を測った。ただし横断波形は対称とみなして半幅にておさえている。つぎにRUN 1、2におけるせん断力の測定にあたっては、三次元波の影響も考慮できるように、水路側面より9 cmの位置に設置し、造波装置を1cmずつ移動させて行った。ピトー管による流速測定は、側壁に平行に9 cm離れたラインに沿って、8分の1波長間隔で行った。水深方向には路床より1 mm、5 mm、10 mmと可能な限り5 mm間隔で測定した。RUN 3、4のせん断力測定は、ピトー管を移動させ流下方向に1cmおきに求めている。

3. 実験結果

3-1) 水面形

発生した水面形はそれぞれのケースによって、波高、波長などが異なるが、図2にRUN 1の流下方向に対する鳥かん図を示す。この図において左端は側壁、右端は水路中央線であり実際はこれと同様な波が右側にも存在している。この様に、射流に生ずる波は主流方向に対し斜め波であるが、対称なものが重なるために交錯縞模様状をなしている。これらの水面形に対して重調和解析をおこない、振幅分布を見ると、図3のようになる。ただし、 I 、 J はそれぞれ、横断方向、縦断方向の波数モードである。横断方向に水路幅、流下方向には、最大もしくは最小水位間の距離1波長をとってある。図によれば、流下方向には、最大水位間の $(I,J)=(1,1)$ の振幅が他のものよりも1オーダー高くきわだっている（表示が対数表示になっていることに注意）。

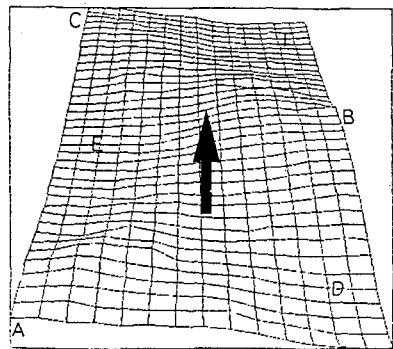


図2 RUN 1における発生波形

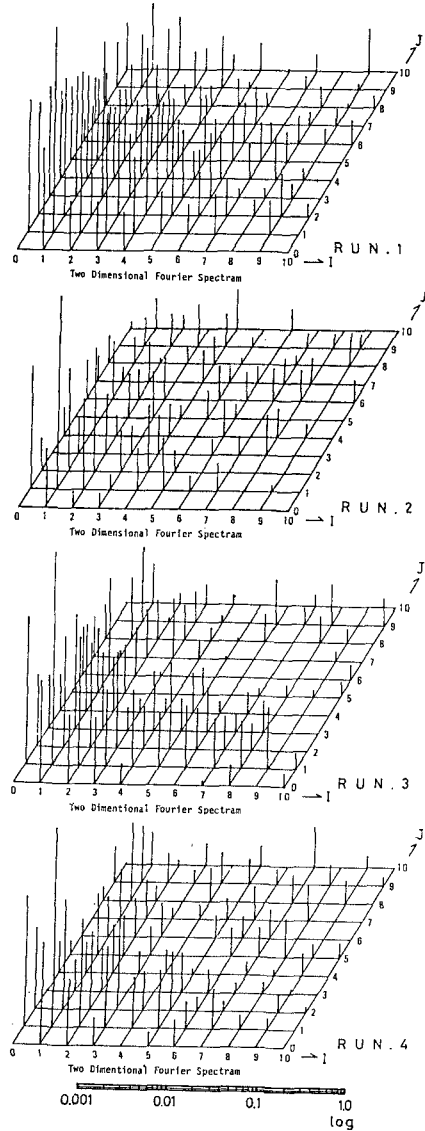


図3 水面波の振幅分布

続いて、(0,1)、(2,1)、(1,2)の波が共通して卓越しているが、これらの中では、各ケースともに、(0,1)の振幅が大きく、二次元波的性格も現れているのが特徴である。しかし、小川の河床にみられるような水深を基調とする倍数の波は確認されず、それらは固定床上では発達しないものかも知れない。表2にそれぞれの波の諸元を示す。これらによれば波としては小振幅の条件をはずれ気味であり、有限振幅波にちかい。路床せん断力を測定した $y = 5\text{ cm}$ のライン上の水面形は図4の通りであり、平均水面を基準にとると峯部の高さよりも谷部の深さの方が大きく、峯部の頂上にくぼみがあるのが特徴である。後者は交叉波の重なりによってもたらされる。

3-2) 速度分布

流下方向の一波長の8等分点において河床より5 mm間隔で流速を測定した結果を図5に示す。いずれのケースにおいても谷部の流速が速く、峯部において遅くなっていることが分かる。この傾向はフルード数が小さめのRUN 1、2、3の場合により顕著である。またRUN 1、4においては峯部、谷部ともに水面付近で流速が急に大きくなっているような測定値を得た。このような性質は有限振幅波において顕著なようである。流速分布を片対数にプロットすると、底から1cm程度($U_z/\nu \approx 300$)の範囲まで直線にのり、滑面の式を満足するがこれより上の領域では一様に対数則を上まわる。

3-3) せん断力値

流下方向 $y = 5\text{ cm}$ 上一波長にわたるせん断力の分布を図4に示す。これらからわかる通り、RUN 1以外では、水面形とせん断力分布波形とはほぼ半波長だけ上流側にずれているのに対し、RUN 1の位相ずれは1/8波長程度にとどまっている。せん断力波形は、上りの勾配よりも下りの勾配の方が急であり、水面形にも見られた峯部のくぼみがせん断力波形にも対応して表れている。

表2 波の諸元

	RUN. 1	RUN. 2	RUN. 3	RUN. 4
断面方向波長 λ (cm)	36.0	42.0	34.0	60.0
進行方向波長 L (cm)	23.1	24.4	22.5	26.8
波 高 H (cm)	1.92	2.25	1.67	1.85
H/H_0	0.442	0.291	0.384	0.289
B/H_0	6.912	3.876	6.897	4.680
H/λ	0.053	0.054	0.049	0.038
H_0/λ	0.121	0.184	0.128	0.107

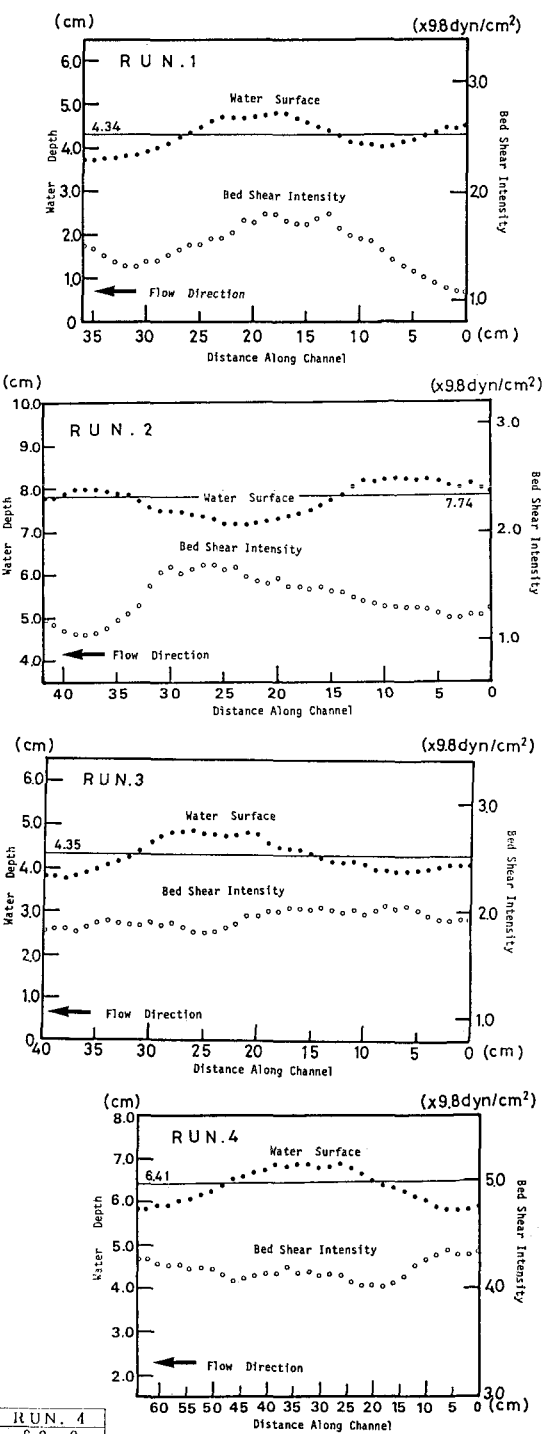


図4 水面波と路床せん断力

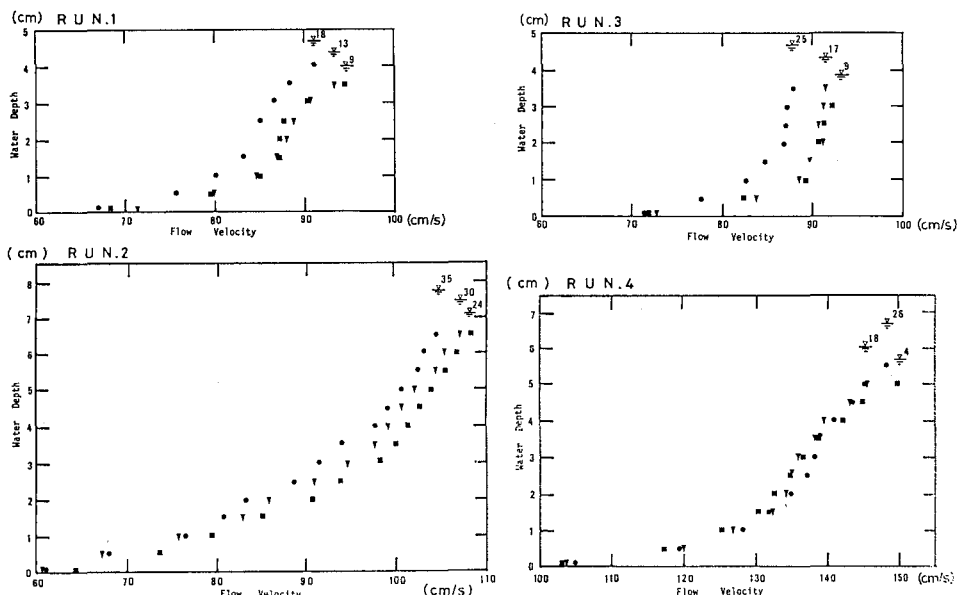


図5 水深方向の流速分布

4. 結果の解析

4-1) ポテンシャルフローモデルによる解析

図7のように座標を定め、速度ポテンシャル ϕ を式(1)のようにおく。

$$(1) \quad \phi = U_0 x + \phi_1 \quad (2) \quad \nabla^2 \phi_1 = 0$$

ϕ_1 は波によって生じる速度ポテンシャルであり、この式は、微小振幅条件のもとでは運動学的条件式(3)、(4)、力学的条件式(5)、境界条件(6)を満足する。

$$(3) \quad \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=-d} = 0 \quad (4) \quad \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{z=0} = U_0 \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$(5) \quad \frac{1}{2} (U_0^2 + 2U_0 \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{z=0}) + g\eta = \frac{1}{2} U_0^2 \quad (6) \quad \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

ただし U_0 = 平均流速、 η = 平均水面からの水位の変位、 d = 平均水深である。境界条件としてはこの外に、造波装置における条件が必要であるが、かなり複雑になるため、ここでは主要解をもとに議論を進める。さて上記条件をもとにポテンシャル ϕ の主要解を求めると、式(7)のようになる。

$$(7) \quad \phi = U_0 x + U_0 a \cdot \cosh m(z+d) \cdot \sin kx \cdot \cos \frac{\pi}{B} y$$

ただし条件(5)、(4)により x 方向波数 k と、斜め波の波数 m との間に式(8)が成立していなければならない。

$$(8) \quad \frac{\sqrt{g m}}{k} \sqrt{\tanh m d} = U_0, \quad k = 2\pi/\lambda, \quad m = \sqrt{(2\pi/\lambda)^2 + (2\pi/2B)^2}$$

ただし、 λ = x 方向に測った波長。

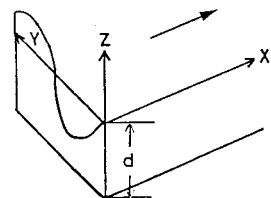


図6 解析における座標系

ただし、 $\lambda = x$ 方向に測った波長。

この式は、流れの上に乗った、なんらかの波のうち、定常的に存在できるの波数を規定している。すなわち、左辺は、斜め小振幅波の位相速度 $\sqrt{g/m \cdot \tanh(md)}$ に m/k を乗じたものであり、同じ波の x 方向の位相速度を表す。(8)式は、これが平均流れに一致しているべきことを示す。今上式の両辺を gd で除し、無次元化してフルード数 Fr と無次元波数 md ($= 2\pi H/L$, L = 斜め波の波長) との関係として図示すると、図7のようになる。ただし $1/k$ ($= \lambda/B$) がパラメーターに選ばれている。同図上に RUN 1~4 の(1,1)の波をプロットすると、式(10)の近傍にくる。このことは、微小振幅波の性質をとどめていることを示唆するものであろう。

4-2) 水面形と流速

式(7)から式(5)を通じて η を求めると、式(9)になる。

$$(9) \quad \eta = -\frac{U_0}{g} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \Big|_{z=0} \\ = -\frac{a \cdot m}{k} \sinh md \cdot \cos kx \cdot \cos \frac{\pi}{B} y$$

式中、 a は振幅であって、 k と m に対応した成分振幅値を有する。実測の水面形 η は、式(9)の k 、 m に関する積分で与えられ、造波条件を満たすように、 a を定めて得られることになる。ここでは、式(9)の表現にとどめ、つぎに x 方向流速を求めると、式(10)になる。ただし、途中式(9)を代入している。

$$(10) \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = U_0 \left(1 - \frac{k^2}{m} \cdot \frac{\cosh m(z+d)}{\sinh md} \eta \right)$$

図8は、式(10)に対して、RUN 3 の実測の振幅と実測波長、水深を入れてポテンシャル解の流速分布を見たものである。波の峯部において流速減少、谷部において増加が生じ、分布が逆転している。RUN 3 のの上層の分布は、かなり理論に近いものといえる。しかし、他のケースではポテンシャル的性質が弱いようで、式(10)とのちがいが大きい。

4-3) 水面形とせん断力分布

式(9)、(10)の比較によれば、水面形と任意深さの流速とのあいだには半波長の位相ずれがある。

図7 定常 Airy 波の波長

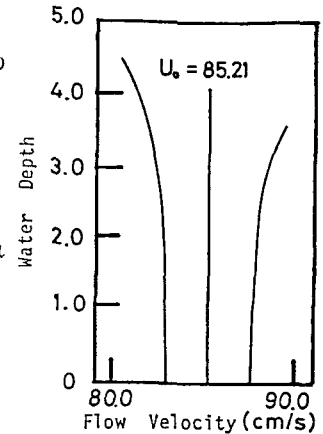
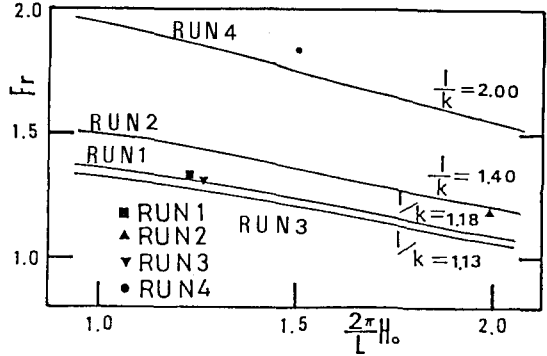


図8 ポテンシャル解の流速分布

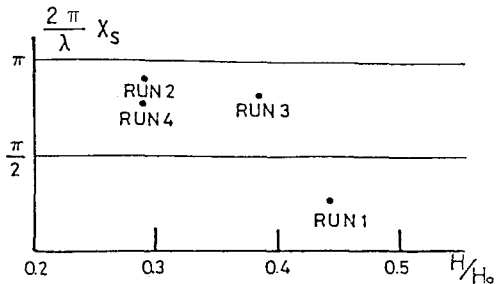
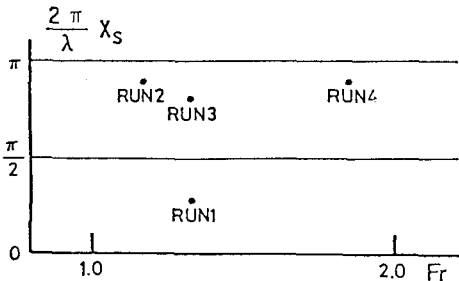


図9 位相角と Fr の関係

位相角と波高水深比の関係

せん断力が半波長の2乗に比例することを考えれば、RUN 2、3、4の位相ずれの傾向は、妥当なものと言える。しかし、RUN 1に関してはこれによって説明できない。図9は、水面形～せん断力分布の間の位相角とフルード数とを比較したものである。データが少なく結論づけられないが、両者の関連は希薄である。これに対し、相対波高との関連で見るとなんらかの関係が想定できる。RUN 1の振幅スペクトルが他と異なっていて、多くの高波数成分を有していること、流速分布の最上部層が急激に大きくなること、相対波高が0.5近くに達していることなどを勘案すれば、波の性質の違いにその因を帰せられそうである。

5. まとめ

4種類の射流に波を与え、水面波形、流速分布、せん断力分布を測定する実験を行い、次の事項を見いだした。1) 水面に定在する波は斜め交錯波であり、流れ方向に3次元Airy波長、横断方向に流路幅に等しい波長を有する波がきわだって大きな振幅を有している。2) 他の高波数成分波の振幅は1)の振幅に比べてオーター的に低い。4実験を通じて共通のモードが見いだされる。3) 流速分布は、底面で対数則に従うが、上層でこれを大きく上回る。上層がポテンシャル解に近い場合も存在するほか、水面近傍で急激に大きい値を取る例が見いだされる。4) 波の峯部の流速は、谷部の流速に比して小さく、この性質は、ポテンシャル解にも表れる。その場合の水面に対する位相ずれは 180° である。5) せん断力分布の水面形に対する位相ずれは、3例において、およそ 180° に近いが他の1例においては、 45° 程度に測定された。有限振幅波の性質の強まりによるものと推定される。

[謝 辞]

本研究は文部省科学研究費一般C(代表 山田 正)、重点領域研究(1)(代表 藤田 睦博)の補助を受けて行われたものである。

さらに 北海道大学 土木工学科 山田 正 助教授 並びに 道口 敏幸 技官 より数々の協力および貴重な助言を載いている。ここに記して感謝する次第である。

[参考文献]

- 1) 長谷川・藤田・新野：土木学会北海道支部論文報告集、第42号、昭和61年2月
- 2) 長谷川・藤田・山田・平野：同上第43号、昭和62年2月
- 3) 岸・森・長谷川・黒木：比較河川学の研究 15、昭和62年2月
- 4) Allen, J.R.L.: Sedimentary Structures, Elsevier
- 5) Kennedy, J.F.: Jour. of Fluid Mech, Vol. 61, Part 4, 1963
- 6) Hayashi, T.: Proc. ASCE, Vol. 96, No. HY2, 1970
- 7) Jain, S.C. and J.F. Kennedy: Jour. of Fluid Mech. Vol. 63, Part 2, 1974
- 8) 山田・池内・堀江：第28回水理講演会論文集 1984年2月