

## II-23 浮遊砂を伴う流路の平衡横断面形

北海道大学工学部 正員 長谷川和義  
同上 学生員 望月 明彦

## 1. はじめに

沖積河川中下流部の河岸構成材料は、非常に細かく、細砂・シルト・粘土分が主体を占める。この様な河岸では、粘着力の働きと浮遊砂の挙動が重要であり、浸食・堆積過程、流路変動、平衡横断面形状の決定に大きな影響を及ぼすものと考えられる。このうち、粘着作用は掃流砂の限界掃流力の引き上げによってモデル化し得ることが数人の研究者によって明らかにされてきた。一方、浮遊砂の動向は、摩擦速度と浮遊粒子沈降速度の比、ならびに水深の横断方向分布の組合せによって様々に変わり得る。著者ら<sup>1)2)3)</sup>は、実験および河川の側岸浸食データを使い、浮遊砂底面濃度に関して何らかの仮定ないしは実験関係を与えることによって、その大まかな特性を見出してきた。さらに、浮遊砂底面濃度は、本来河床変動と共に変化する未知数であることから、流砂連続式と濃度方程式とを連立させて数値計算することにより、その理論解を導く手法を提案した。<sup>4)</sup>これによれば、比較的平均掃流力が小さい場合には、浮遊砂の横断フラックスは流路中央側に向き、側岸において掃流砂とともに浮遊砂による浸食が起こり得る。その浸食量は、掃流形式の浸食量と比較しても無視することはできず、側岸浸食過程を論じる上でも重要な役割を果していると言える。

上述の場合とは異なり、平均掃流力が大きく浮遊現象が支配的になると、浮遊砂横断方向拡散の向きに様々な場合が起こり得、浸食速度、平衡形状の決定に非常に大きい影響を与える。洪水時には、シルト・細砂成分が側岸に厚く堆積することはよく知られ、通常の流砂現象とは違う浸食機構が存在すると考えられる。しかし、これらを土砂水理学的に説明した研究は少ない。本研究は、1981年8月洪水時に大きな側岸浸食の生じた石狩川月形大橋付近の断面を対象に著者らの手法を適用し、洪水ピーク時の浸食・堆積過程、流路の拡幅及び平衡形状に関する機構を明らかにすることを目的した。

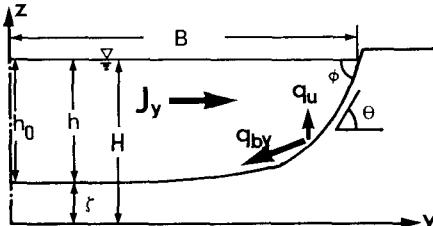


Fig.1 Definition of used symbols

## 2. 基礎方程式と計算手法

## 2-1) 基礎方程式

本研究で用いた記号は、図-1に定義する通りである。

まず、掃流砂・浮遊砂の両者を考慮した河床を規定する流砂連続式は、

$$-\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left[ \frac{\partial q_{by}}{\partial y} + q_u - w_0 C(\zeta) \right] \quad \dots \dots \dots (1)$$

となる。ここに  $\lambda$ :空隙率、  $q_{by}$ :横断方向流砂量、  $q_u$ :巻き上げ量、  $w_0$ :沈降速度、  $C(\zeta)$ :河床近傍における浮遊砂濃度である。  $w_0$  は河床材料の代表粒径に対する値を Rubey の式によって与えている。  $q_u$  の値は純粋な平衡時の浮遊砂巻き上げ量を与える板倉式<sup>5)</sup>を用いることにし、  $q_{by}$  は長谷川<sup>6)</sup>の横断方向流砂量式に粘着性の影響を考慮して修正した式、

$$q_{by} = \sqrt{s g d^3} \frac{\psi_d \tau_* c^{1.5}}{\mu_s \sqrt{\mu_s \mu_k}} \tan \theta \left\{ \left( \frac{\tau_*}{\chi_0 \tau_* c} \right)^{1/3} - \left( \frac{\tau_* - 1}{\chi_0 \tau_* c} \right)^{1/3} \right\} \left( \frac{\tau_*}{\tau_* c} - \chi_0 \right), \quad \chi_0 = 3 \quad \dots \dots \dots (2)$$

を使用している。ここに、 $s$ :砂の水中比重、 $d$ :代表粒径、 $\tau_*$ :無次元掃流力、 $\tau_{*c}$ :無次元限界掃流力、 $\chi_\theta$ :粘着力の影響を考慮した限界掃流力を表すために $\tau_{*c}$ にかかる係数であり、また、 $\mu s=1$ 、 $\mu k=0.8$ 、 $\psi d=8.5$ とする。なお、流れの場を与える $\tau_*$ には福岡・山坂<sup>7)</sup>による補正式

$$\tau_* = \frac{hI}{sd} \left\{ 1 + 2 \left( \frac{dh}{dy} \right)^2 + h \frac{d^2 h}{dy^2} \right\} \quad \dots \dots \dots (3)$$

を用いることにした。

一方、濃度方程式は、擬似的に等流状態を想定し、流下方向の浮遊砂のバランスが達成されているものとすれば、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} (\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (\varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial z}) + w_0 \frac{\partial C}{\partial z} \quad \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ :それぞれy, z方向の拡散係数。右辺第一項は他に比して小さいので、濃度の垂直分布は指數分布に従うものとする。すなわち、

$$C = C(\zeta) \cdot \exp \left\{ - \int_{\zeta}^{Z} \frac{w_0}{\varepsilon_y} dz \right\} \quad \dots \dots \dots (5)$$

を仮定し、(4)式に代入して、 $z=\zeta$ から $z=\zeta+h$ までの間で積分すると、結果的に次式を得る。

$$\frac{\varepsilon_z}{w_0} \frac{\partial C(\zeta)}{\partial t} + C(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = q_u - w_0 C(\zeta) \quad \dots \dots \dots (6)$$

ただし、

$$J_y = -\varepsilon_y \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\varepsilon_z C(\zeta)}{w_0} \right) - C(\zeta) \frac{\partial h}{\partial y} \right] \quad \dots \dots \dots (7)$$

$J_y$ は横断方向の濃度フラックスを意味しているが、右辺第二項を取り入れた事によって従来無視されていた地形効果、すなわち側岸の急斜面化によるフラックス量の変化を扱いうるようになった。また、(6)式は濃度の時間変化、地形の時間変化、並びに $J_y$ の横断方向の出入りの差の合計が浮遊砂の巻き上げと沈降の差とバランスすべきことを表している。

さらに、y, z方向の拡散係数  $\varepsilon_y, \varepsilon_z$  は、通常知られている値を取るものとして、

$$\varepsilon_z = \frac{u_{*0} h_0}{13}, \quad \varepsilon_y = 2\varepsilon_z \quad \dots \dots \dots (8)$$

を仮定するものとする。ここに、 $u_{*0}$ :流路中央での摩擦速度である。したがって最終的に、式(1),(6)を連立させて、未知数水深 $h$ 、底面濃度 $C(\zeta)$ を数値的に解くことになる。

## 2-2) 計算方法

時間に関しては、比較的精度もよく、安定性の高いRunge-Kutta-Gill法を用いることにし、横断方向には、簡単な中央差分を使用した。ただし $h$ の算定の安定性のために、図-2に示すように計算点の中央で $q_{by}$ を求め、それを使って差分する方法をとっている。また、 $C(\zeta)$ の算定の安定性のために、浮遊砂フラックス量 $J_y$ についても、 $q_{by}$ と同様の手法を用い、その微分量を求めている。さらに、最終計算点の $h_N$ から水際傾斜角 $\tan \phi$ に等しくなるように崩落線を引き、これより上の部分を崩落砂量 $q_{byN}$ として評価し、計算を進めた。

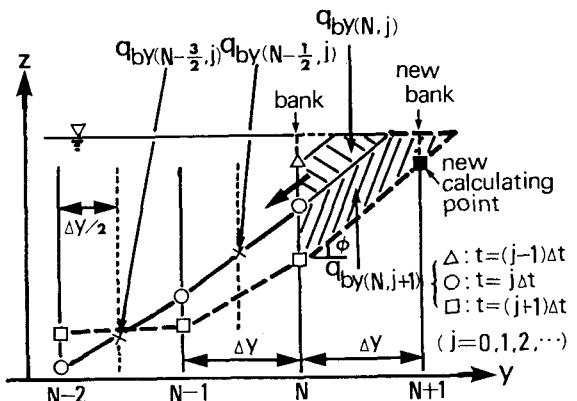


Fig.2 Scheme for calculations

安定条件は、流砂連続式について、横断形が振動を起こさないような条件を考え、また、濃度方程式について、Von Neumann条件を適用する。これら2条件によると、安定性は濃度方程式によって規定される。

境界条件は、次式のごとく与える。

$$y = 0 : \frac{dh}{dy} = 0, \quad \frac{dC(\zeta)}{dy} = 0 \quad \dots \dots \dots (9)$$

### 2-3) 計算条件

図-3は、石狩川月形大橋付近流路の側岸構成材料の粒度分布図である。実河川では、側岸天端から流路中央に向うにしたがって粒径は粗くなるため、代表粒径を決定することは難しい。本論文では、図の分布などを参考にして  $d=0.0160(\text{cm})$ 、 $0.0363(\text{cm})$  の2種類を代表粒径に選び、比較した。

初期断面は、洪水前1978年の月形大橋付近の横断形とする(図-4)。また、1981年洪水ピーク時の水位データをもとに初期水深に対応する平衡底面濃度を $C_0(t)$ の初期値とする。なお、使用した水理条件及び計算条件を表-1に示す。

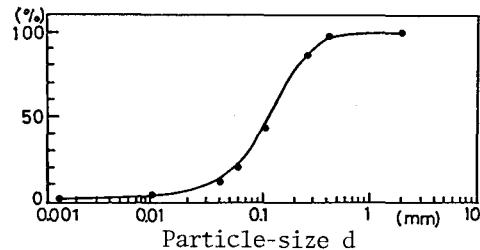


Fig.3 Particle-size accumulation curve at 59 km point in Ishikari River

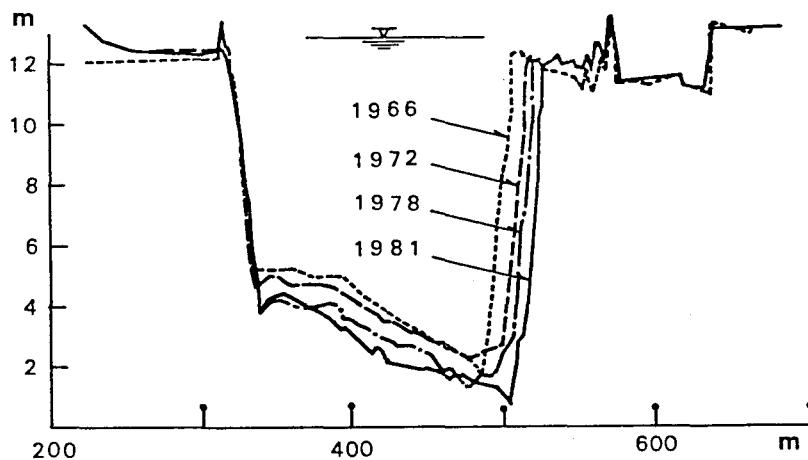


Fig.4 The cross sectional forms with eroded states at 59 km point in Ishikari River

Table.1 Hydraulic conditions and calculation conditions

	水理条件		粒径 $d$ (cm)	沈降速度 $w_o$ (cm/s)	無次元限界 掃流力 $\tau^*$ c
	流量 $Q$ ( $m^3/s$ )	水面勾配 $I$	0.0160	1.86	0.0780
洪水ピーク時	8834	1/670	0.0363	4.84	0.0456

### 3. 計算結果と考察

#### 3-1) 断面浸食過程

図-5は、浸食断面の時間変化を示したものである。粒径の相異による拡幅過程の違いが顕著に表れている。粒径の小さい代表粒径 $0.0160\text{cm}$ のケース(図中破線)では、10時間後と20時間後の断面形がほぼ同一の形状を成し、掃流力が大きいにもかかわらず平衡状態にある。一方、粒径の大きいケース(図中一点鎖線)では、拡幅速度は一転して大きくなり、20時間経過後も浸食状態にある。その断面形は、狭く深い型から浅い型へ移行して平均掃流力を小さくしている。これら粒径によって生じる浸食機構の差異についてさらに詳しく考察する。

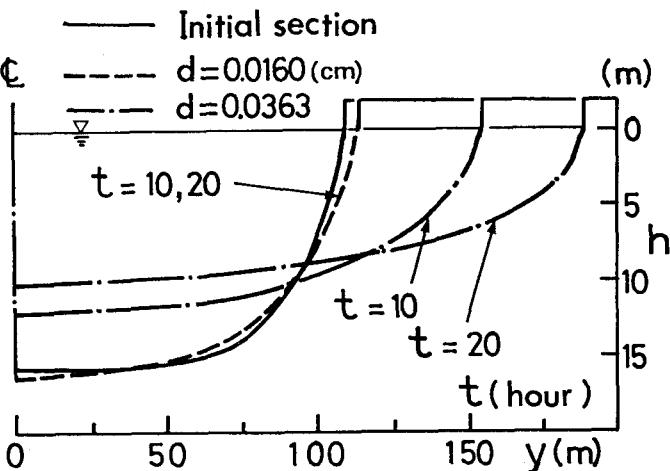


Fig.5 Variation of calculated cross sections

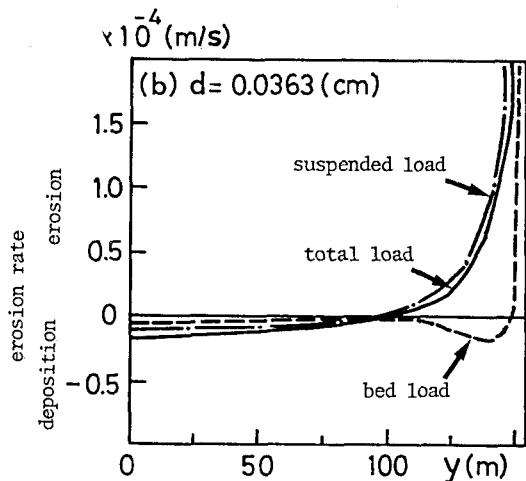
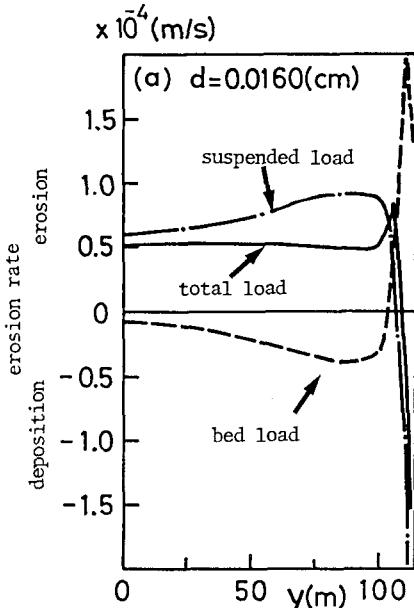


Fig.6 Erosion rates caused by bed load and suspended load ( $t= 10 \text{ hours}$ )

#### 3-2) 浮遊砂・掃流砂による浸食・堆積速度

全体の浸食(堆積)速度に対する浮遊砂・掃流砂によるその占める割合を図示したものが図-6(a), (b)である。両ケースともに浮遊砂が浸食・堆積過程の主体を占めている。(a)の粒径小の場合、掃流砂は側岸を浸食し、流路中央側へ砂粒子を運搬する。逆に浮遊砂は、流路中央で浸食を伴って巻上がり、横断的な拡散によって側岸に運ばれ、側岸濃度を高めて平衡濃度を上回り堆積を引き起こす。すなわち、Parker<sup>2)</sup>が指摘したような浮遊砂の側岸への堆積と掃流砂の側岸浸食とがバランスする動的な平衡状態が生じている。一方、粒径が大きくなると(b)に示すように浮遊砂・掃流砂共に側岸浸食を起こし、(a)で見られた堆積が生じないため、拡幅速度が大きくなる。このように、粒径の違いによってその浸食機構は一

変する。これは、代表粒径の大きさの均一砂を仮定した解析結果である。実際には、様々な粒径が存在する混合砂が河岸の構成材料であり、さらに、横断方向には砂の分級作用による時間的な粒度分布の変化が起こるため、粒径別の検討が必要となり、これらを合成した上で、平衡形状について論じなければならない。

### 3-3) 浮遊砂横断フラックス $J_y$ とその微分量

浮遊砂の動向を詳細に分析するために、浮遊砂浸食・堆積現象の主体を成す横断フラックス  $J_y$  とその微分量を取り上げる。図-7は、横断面形に鉛直軸を立て、各点の  $J_y$  と  $dJ_y/dy$  の量をプロットしたもので、 $J_y$  がフラックス量を、 $dJ_y/dy$  がフラックス量の出入りの差による浸食・堆積速度を表す。粒径の小さいケース(a)を見ると、 $J_y$  は断面全体で流路中央側から側岸を向き、その量がピークを迎える付近で浸食と堆積が逆転し、側岸への砂粒子の張り付き現象を見ることができる。粒径が大きくなると(b)に示すように、 $J_y$  は断面の殆どの領域で側岸から中央部へ向い、側岸部で向きの逆転があるもののその付近で激しく浸食し、土質力学的に不安定な斜面を形成することになる。

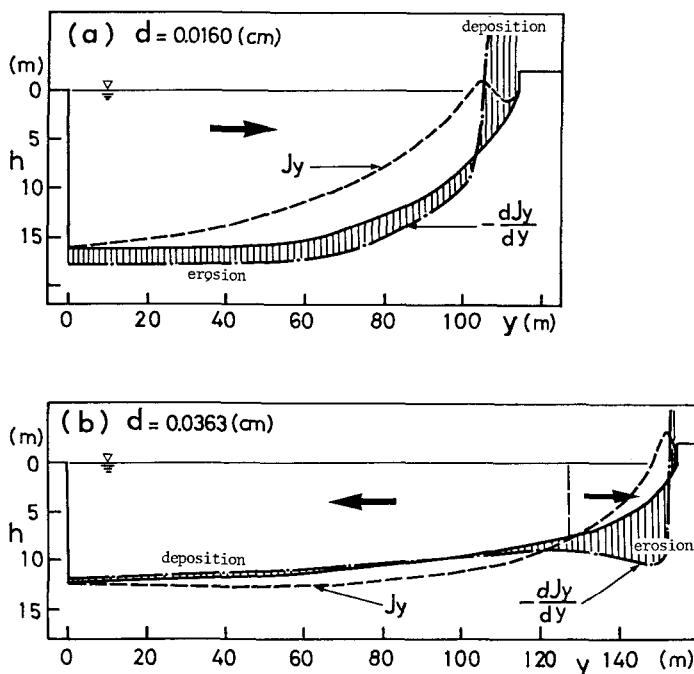


Fig.7 Distribution of  $J_y$  and  $\partial J_y/\partial y$  ( $t = 10$  hours)

## 4. おわりに

平均掃流力が大きく、粒径が小さい場合、すなわち摩擦速度／沈降速度の比が非常に大きいケースでは、浮遊砂は、拡散によって側岸部へ運ばれ砂粒子の張り付きが起こる。

このとき、側岸部での掃流浸食量と浮遊堆積量とがバランスすれば、断面形の平衡状態を見いだすことができる。

粒径が大きくなると、上述の比が小さくなり、浮遊砂主体の側岸浸食が起こる。拡幅速度は非常に大きい。本論文で試みたのは代表粒径ごとの定性的な分析であり、平衡形状を論ずる上では粒径別の解析を行い合成する必要がある。また、洪水の立ち上がり部や減水部においては摩擦速度が減少するので、動的平衡が崩れ、浸食が進むことになる。現実の河川の平衡形状は、こうしたものの総和として現れることになる。

謝辞：本研究を進めるにあたり、本学山田正助教授、道口敏幸技官には貴重な助言、助力を戴いた。ここに感謝の意を表する次第である。

【参考文献】

- 1)長谷川和義・望月明彦：シルト・細砂からなる流路の浸食過程、第31回水理講演会論文集、pp.725-730,1987.2
- 2)長谷川和義・望月明彦：洪水時における細砂河岸の浸食堆積、土木学会第42回年次学術講演会講演概要集、第2部,pp.294-295,1987.9
- 3)長谷川和義・望月明彦・水端聰：河岸浸食における斜面効果の影響に関する実験・解析、土木学会北海道支部論文報告集 第43号,pp271-276、1987.2
- 4)長谷川和義・望月明彦：浸食・堆積過程にある流路の浮遊砂底面濃度について、第32回水理講演会論文集、1988.3（投稿中）
- 5)T.Itakura and T.Kishi:Open channel flow with suspended sediment, Proc. of ASCE, Vol.106, HY8 1980
- 6)長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸浸食量式に関する研究、土木学会論文報告集、No.316, 1981
- 7)福岡捷二・山坂昌成：なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断分布と拡幅過程の解析  
土木学会論文報告集、No.351, II-2, 1984
- 8)Parker.G.:Self-formed straight rivers equilibrium banks and mobile bed. Part 1.The sand silt river, J.F.M. Vol.80, part 1,1978