

II-19

ハースト現象を考慮した渇水対策ダム容量の決定に関する考察

パシフィックコンサルタンツ株式会社 正員 西田真二

1. はじめに

現在、わが国における水資源開発計画は10年に1回程度生起すると予測される渇水に対して立案されている。しかし、国土庁が昨年発表した水資源白書によれば、過去には10年に1回程度しか発生しない大規模の渇水が最近では約4年に1回の頻度で発生しているという。このように計画と現実との間にギャップが生じるのは、わが国の水文観測が降水量でせいぜい過去100年間、流量では数10年間というオーダーでしかなく、この観測資料、特に流量資料のみに基づいて将来計画を策定しているからに他ならない。

また、近年では昭和53年の福岡における渇水を契機にして、従来の10年確率という利水安全度を上回る渇水対策ダムが計画・立案されている。この渇水対策ダムの利水安全度を何年確率とするかについては種々議論のあるところであろうが、大きなreturn periodを設定するほど観測資料のみによる将来計画と現実とのギャップは拡大するものと考えられる。

そこで本論文では過去の観測資料にかくれている統計的性質を可能な限り抽出し、過去の資料と同一の母集団に属すると考えられる標本を長期間にわたって模擬発生させる手法を渇水対策ダムの容量決定に応用する方法について述べる。この時、渇水対策ダムのように大きなreturn periodを設定する必要がある場合、ハースト現象と呼ばれる長期的持続性の存在が大きな意味を持つと考えられるので、ハースト現象を再現するモデルとマルコフモデルとの比較についても検討する。

2. ハースト現象

1). ハースト法則とハースト現象

たとえば貯水池に流入する n 年間の年流量時系列を $x_1, x_2, \dots, x_n$ と表わし、 k 年目における平均値からの増加量、減少量の累積和を

$$DK^k = \sum_{i=1}^n X_i - k\bar{X} \quad (\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i : \text{標本平均})$$

として、 n 年間における最大値、最小値およびその差を P_n, Q_n, R_n とする。

$$P_n = \max DK^k \quad Q_n = \min DK^k \quad (1 \leq k \leq n)$$

$$R_n = P_n - Q_n$$

ここに DK^k をadjusted partial sum、 R_n をadjusted rangeと呼ぶ。

ハーストはナイル川の貯水池計画に関連して、降水量、河川流量、気象、樹木の年輪など多数の地球物理学的現象の年記録(40~2000年)を調べ、次の関係を見出した。

$$\frac{R_n}{S} \sim n^h \quad (S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} : \text{標本標準偏差})$$

h の値にかかわらず $n=2$ の時に $R_n/S=1$ となるように h の推定値 K を次式から求めた。

$$K = \frac{\log R_n - \log S}{\log n - \log 2}$$

ハーストは600組の系列について K を計算した結果、平均値は0.729であった。一方、ハーストは正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従う独立な時系列について理論的に h を計算した結果0.5となることを示した。すなわち、自然現象に対して経験的に得られた指数 h (>0.5)の値は、独立な時系列に対して理論的に定まる平方根則($h=0.5$)とは一致しないことから、 $h>0.5$ をハースト法則、そのような自然現象をハースト現象、また指数 h をハースト数とよぶ。ハースト法則は物理的には降水量、流量などの年単位時系列が単に独立でないことを示すだけでなく、通常の自己回帰モデルでは表現できない非常に長期的持続性(無限のメモリー)の存在を意味している。

一般にショートメモリーの過程は少なくとも漸近的に平方根則で特性づけられ、その代表的なものがマルコフ過程である。一方、ハースト法則に従う時系列はロングメモリーの過程としてモデリングすべきだとし、Mandelbrot-Wallisらによって提案されたのがfractional Gaussian noise過程(fGnと略記)である。

ショートメモリーあるいはロングメモリーの過程と呼ぶ理由はその自己相関構造にある。

マルコフ過程では現在の値は過去の有限な期間の値だけに關係するに対してfGn過程では現在の値は過去の全ヒストリーに依存する。したがって $h>0.5$ を保持

するシミュレーションモデルは水文過程の長期的変動を考慮しなければならない治水対策ダムの容量決定において重要な意味を持つ。

2). Pox diagram によるハースト数の推定

fGn 過程は低周波数成分の影響を受けるため、小標本時の統計的性質は母集団のそれと異なる。

ハースト数の推定法は先に述べたハーストによるオリジナルな方法でKと表示されるものと、いま1つはMandelbrot-Wallisによって提案された方法でHと表示されるものがある。ここでは後者のPox diagram approachと呼ばれる方法の計算手順を述べる。

① 長さnの系列を長さns のサブサンプルN個に分割する。ここにns は $3 \leq ns \leq n$ と定める。サブサンプルは互いにオーバーラップさせてもさせなくても良い。サブサンプルの長さns はPox diagramの横軸上にほぼ等間隔となるように決定する。

② すべてのサブサンプルに対して R_{ns}/S を計算する。

③ 長さ $n_0 \leq ns \leq n$ のすべてのサブサンプルについて R_{ns}/S の平均を求め、その平均値に対する回帰直線を最小2乗法によって求める。ここに n_0 はプロットされた $\ln(R_{ns}/S)$ と $\ln(ns)$ が非線形となる境界であり、最小2乗法による回帰直線の傾きが推定されたハースト数Hである。

Wallis-Matalas はハースト数推定法の性質を独立過程、1次マルコフ過程、fGn 過程について調べ、小標本時のハースト数推定にPox diagram を用いるとKに比べてバイアスは小さくなるが分散は逆に大きくなると報告している。

3). 北海道各地の気象資料のハースト数

図-2-1に示す北海道各地の気象台における年平均気温、年総流出量、年総日射量の時系列から自己相関係数 r_1 およびハースト数K、Hを計算した結果は表-2-1に示す通りであり、KとHの値はほとんど変わらない。 r_1 とKの関係を図示したものが図-2-2である。図中と表中の番号は一致している。

表-2-1によれば同一地点においても気象資料の種類によって r_1 、ハースト数はかなり異なり、3種類の気象資料の中では年総日射量が r_1 、ハースト数とも大きくなっている。流量資料については長期間にわたって取排水の影響を受けていない資料を多地点について入手することが困難であったため解析を行な

っていないが、北海道においては融雪の影響によって年総降水量よりも強い持続性が存在するものと思われる。

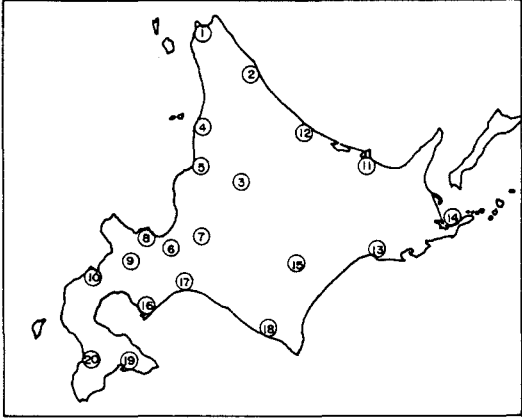


図-2-1 気象台位置図

表-2-1 自己相関係数、ハースト数一覧表

No.	観測所名	年平均気温				年総降水量				年総日射量			
		年数	r_1	K	H	年数	r_1	K	H	年数	r_1	K	H
1	雄内	43	-0.03	0.62	0.61	43	0.30	0.77	0.78	43	0.43	0.72	0.70
2	北見枝幸	38	-0.09	0.49	0.42	38	0.01	0.70	0.63	38	0.51	0.83	0.80
3	旭川	82	0.42	0.84	0.88	90	0.03	0.70	0.64	85	0.53	0.87	0.93
4	羽幌	36	-0.09	0.58	0.52	60	0.06	0.66	0.63	60	0.24	0.78	0.78
5	留萌	38	-0.01	0.58	0.52	38	0.17	0.70	0.67	38	0.08	0.71	0.68
6	札幌	92	0.50	0.89	0.96	92	0.00	0.76	0.79	90	0.37	0.81	0.80
7	岩見沢	34	0.09	0.62	0.59	34	0.11	0.75	0.78	34	0.34	0.80	0.83
8	小樽	38	0.06	0.64	0.57	38	0.23	0.72	0.68	38	0.39	0.81	0.80
9	倶知安	37	0.10	0.69	0.63	37	0.06	0.75	0.72	37	0.04	0.52	0.48
10	寿都	90	0.04	0.69	0.67	90	0.26	0.76	0.78	80	0.43	0.84	0.89
11	網走	91	0.17	0.75	0.73	91	-0.05	0.74	0.74	77	0.29	0.65	0.67
12	釧路	92	-0.07	0.51	0.46	38	0.01	0.73	0.70	38	0.42	0.90	0.90
13	釧路	71	0.18	0.76	0.73	71	0.02	0.63	0.63	71	0.38	0.75	0.77
14	根室	92	0.15	0.73	0.71	92	0.25	0.76	0.77	91	0.41	0.77	0.76
15	帯広	85	0.17	0.82	0.78	87	-0.20	0.54	0.51	81	0.34	0.70	0.71
16	空知	58	0.07	0.64	0.61	58	-0.12	0.70	0.64	58	0.46	0.84	0.85
17	苫小牧	38	0.30	0.77	0.76	38	-0.20	0.55	0.48	38	0.32	0.75	0.74
18	滝川	54	0.09	0.76	0.75	54	0.25	0.77	0.78	54	0.42	0.83	0.89
19	函館	40	0.07	0.70	0.72	67	-0.02	0.63	0.59	67	0.44	0.81	0.83
20	江差	40	0.04	0.69	0.69	38	-0.01	0.74	0.77	38	0.10	0.56	0.55
	平均	56	0.11	0.69	0.67	60	0.06	0.70	0.69	58	0.35	0.76	0.77

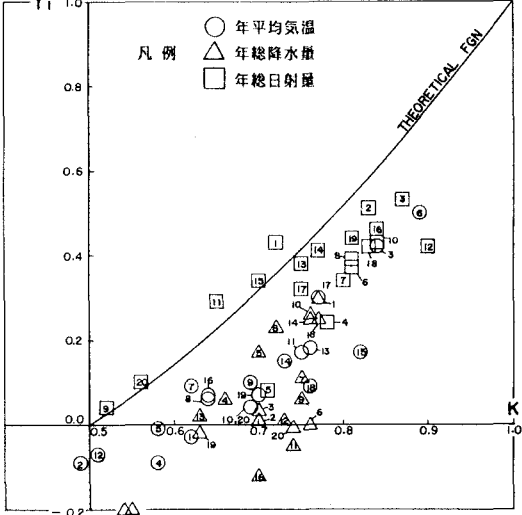


図-2-2 $r_1 \sim K$ 関係図

3. ハースト数を保持する年流量generator

ハースト数を保持するモデルとしてMandelbrotらによるFFGN、O'Connelによる ARMA(1,1)、BurgesらによるARMA-MARKOV過程を選定し、それらの性質についてマルコフ過程と比較したものを表-3-1に示す。また、図-3-1~3に $h=0.8$ 、 $\rho_1=0.35$ を保持する $N(0,1)$ 系列をそれぞれのモデルでgenerateさせた場合の理論自己相関係数、サンプル、およびPox

diagram を示す。

表-3-1より明らかなように $L+1$ 個のマルコフ過程を重ね合わせたFFGN過程は演算速度が遅く不利である。図-3-2より明らかなように理論自己相関係数の低減が急な ARMA(1,1)過程はハースト数をうまく保持しない。この影響は図-3-3のPox diagram において ns が大きい所で Rns/S が若干“tail off”している点に表われている。

表-3-1 年流量 GENERATOR 比較表 $N(1,0)$

	MARKOV	FFGN	ARMA(1,1)	ARMA-MARKOV
HIGH FREQUENCY TERM	$X_t = \rho_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ $\sigma_\varepsilon^2 = 1 - \rho_1^2$	$X_t^{(h)} = \rho_1^{(h)} X_{t-h} + \varepsilon_t^{(h)}$ $\sigma_\varepsilon^{(h)2} = 1 - \rho_1^{(h)2}$	—————	$X_t^{(h)} = \rho_1^{(h)} X_{t-1}^{(h)} + \varepsilon_t^{(h)}$ $\sigma_\varepsilon^{(h)2} = C_1(1 - \rho_1^{(h)2})$
LOW FREQUENCY TERM	—————	$X_t^{(h)} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n W^{(m)} y_t^{(m)}$ $W^{(m)2} = \frac{B^{1-h} - B^{n+1-h}}{4(h-1)(n-2h)} B^{-2(n-h)m}$ $y_t^{(m)} = \rho_1^{(m)} y_{t-1}^{(m)} + \varepsilon_t^{(m)}$ $\sigma_\varepsilon^{(m)2} = 1 - \rho_1^{(m)2}$	$X_t = \phi X_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ $\sigma_\varepsilon^2 = (1 - \phi^2)(1 + \theta^2 - 2\phi\theta)$	$X_t^{(AM)} = \phi X_{t-1}^{(AM)} + \theta \varepsilon_{t-1}^{(AM)} + \varepsilon_t^{(AM)}$ $\sigma_\varepsilon^{(AM)2} = C_2(1 - \phi^2)(1 + \theta^2 - 2\phi\theta)$
FAIRLY APPROXIMATE	$X_t = X_t$	$X_t = X_t^{(h)} + \sqrt{1 - D(h)} X_t^{(h)}$ $D(h) = \sum_{m=1}^L W^{(m)2}$	$X_t = X_t$	$X_t = X_t^{(M)} + X_t^{(AM)}$
AUTOCORRELATION COEFFICIENT	$\rho_\tau = \rho_1^\tau$	$\rho_\tau^{(h)} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^L \rho_1^{(m)\tau} W^{(m)2}$ (except high frequency term)	$\rho_\tau = \phi^{\tau-1} \rho_1$ $\rho_1 = (1 - \phi\theta)(\phi - \theta)/(1 + \theta^2 + 2\phi\theta)$	$\rho_\tau = C_1 \rho_1^{(M)\tau} + C_2 \phi^{\tau-1} \rho_1^{(AM)}$ $\rho_1^{(AM)} = (1 - \phi\theta)(\phi - \theta)/(1 + \theta^2 + 2\phi\theta)$
PARAMETER DETERMINATION	$\rho_1 = \rho(1)$ $\rho(1)$ is desired lag 1 correlation coeff.	$L = \text{INT}[\ln(Q)/\ln(B)]$ $\rho_1^{(m)} = \exp(-B^{-m})$ n is record length. Q and B are FFGN parameters. $\rho_1^{(h)} = \frac{(2^{2h-1} - 1) - \frac{1}{n} \sum_{m=1}^L \rho_1^{(m)} W^{(m)2}}{1 - \frac{1}{n} \sum_{m=1}^L W^{(m)2}}$ $(2^{2h-1} - 1)$ is theoretical FFGN lag 1 autocorrelation coeff. When the lag 1 correlation coeff. of the high-frequency sequence, $\rho_1^{(h)}$, is zero, the minimum lag 1 correlation coeff. which may be achieved is $\rho_\tau^{(h)}$.	$\rho_1 = \rho(1)$ $\rho(1)$ is desired lag 1 correlation coeff. O'Connel (1974) performed extensive Monte Carlo experiments to determine expectations of the sample Hurst coeff. as a function of record length.	$C_1 + C_2 = 1$ $\rho(1) = C_1 \rho_1^{(M)} + C_2 \rho_1^{(AM)}$ $\rho(K_1, h) = C_1 \rho_1^{(M)K_1} + C_2 \phi^{K_1-1} \rho_1^{(AM)}$ $\rho(K_2, h) = C_1 \rho_1^{(M)K_2} + C_2 \phi^{K_2-1} \rho_1^{(AM)}$ $\rho(K_3, h) = C_1 \rho_1^{(M)K_3} + C_2 \phi^{K_3-1} \rho_1^{(AM)}$ $\rho(1)$ is desired lag 1 correlation coeff. $\rho(\tau, h)$ is correlation coeff. of FGN defined by $\rho(\tau, h) = \frac{1}{2} \{ (\tau+1)^{2h} - 2\tau^{2h} + (\tau-1)^{2h} \}$ To take K_1, K_2 and K_3 to be 10, 50 and 100 here.
INITIALIZATION	$X_1 = \rho_1 \nu_1 + \varepsilon_1$ $\sigma_\nu^2 = 1$	$y_t^{(m)} = \rho_1^{(m)} \nu_1^{(m)} + \varepsilon_t^{(m)}$ $\sigma_\nu^{(m)2} = 1$ $X_t^{(h)} = \rho_1^{(h)} \nu_1^{(h)} + \varepsilon_t^{(h)}$ $\sigma_\nu^{(h)2} = 1$	$X_1 = \phi \left\{ \varepsilon_0 + \sqrt{\frac{1 - \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2}} \nu_0 \right\} - \theta \varepsilon_0 + \varepsilon_1$ $\sigma_\nu^2 = \sigma_\varepsilon^2$	$X_1^{(M)} = \rho_1^{(M)} \nu_1^{(M)} + \varepsilon_1^{(M)}$ $\sigma_\nu^{(M)2} = C_1$ $X_1^{(AM)} = \phi \left\{ \varepsilon_0^{(AM)} + \sqrt{\frac{1 - \sigma_\varepsilon^{(AM)2}}{\sigma_\varepsilon^{(AM)2}}} \nu_0^{(AM)} \right\} - \theta \varepsilon_0^{(AM)} + \varepsilon_1^{(AM)}$ $\sigma_\nu^{(AM)2} = \sigma_\varepsilon^{(AM)2}$
BIAS CORRECTION	S. D.	$E(S^2) = \sigma^2 \left[1 - \frac{2\rho_1}{n(n-1)} \frac{\{ \frac{n(1-\rho_1) + (1-\rho_1^2)}{(1-\rho_1)^2} \}}{1} \right]$	$E(S^2) = \sigma^2 \left[1 - \frac{2\rho_1}{n(n-1)} \frac{\{ \frac{n(1-\phi) + (1-\phi^2)}{(1-\phi)^2} \}}{1} \right]$	$E(S^2) = \sigma^2 \left[1 - \frac{2}{n(n-1)} \left\{ C_1 \rho_1^{(M)} \frac{n(1-\rho_1^{(M)}) - (1-\rho_1^{(M)^2})}{(1-\rho_1^{(M)})^2} + C_2 \rho_1^{(AM)} \frac{n(1-\phi) - (1-\phi^2)}{(1-\phi)^2} \right\} \right]$
	ρ_1	$E(r) = \rho_1 - (1 + 4\rho_1)/n$	required extensive Monte Carlo experiments	
	HURST	—————		

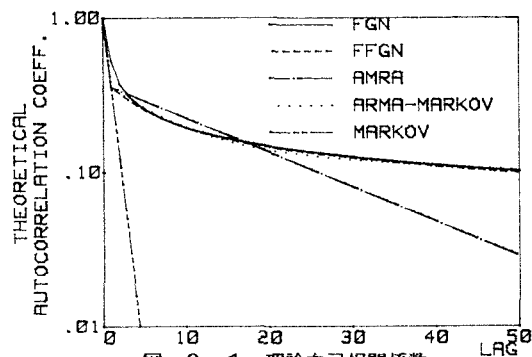


図-3-1 理論自己相関係数

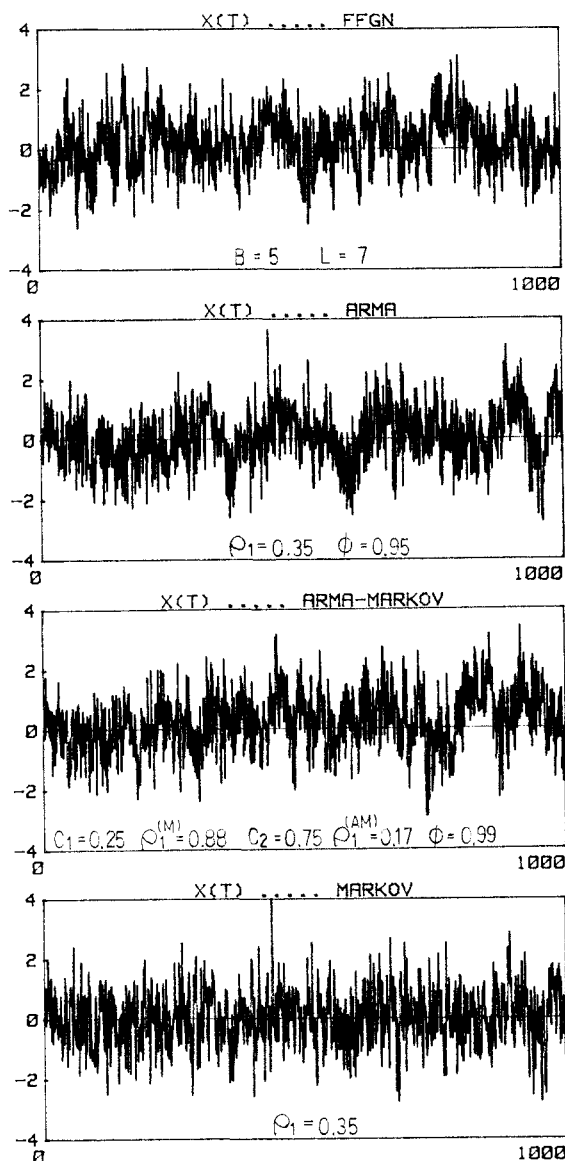


図-3-2 $N(0,1)$ 系列のサンプル($n=1000$)

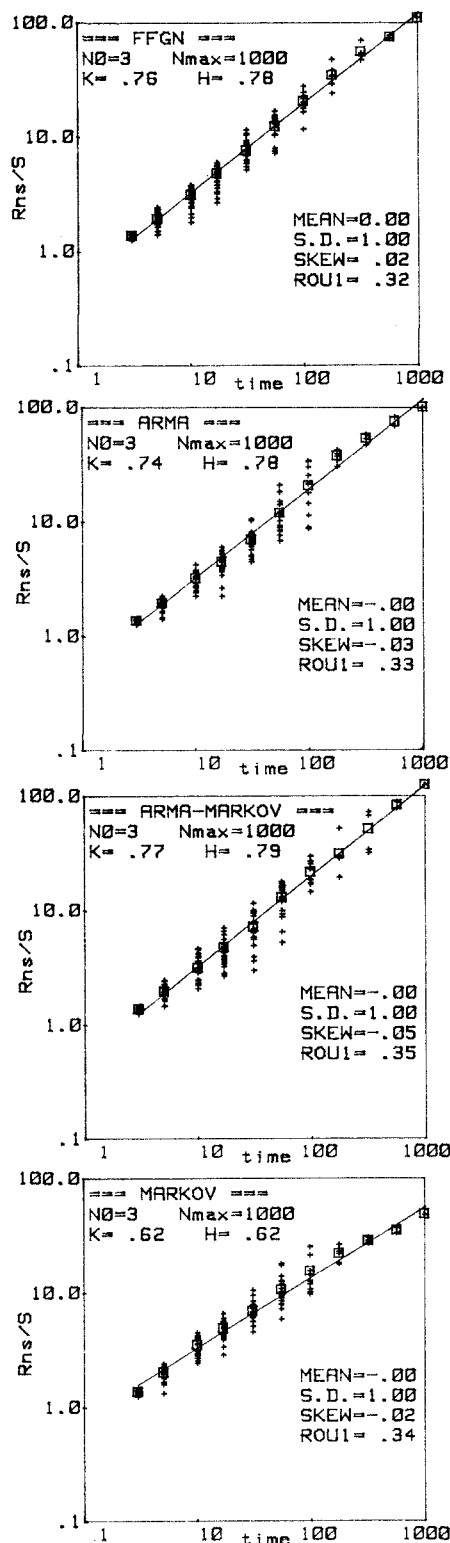


図-3-3 Pox diagram

4. disaggregationモデルによる旬流量への分解

旬流量等の模擬発生によく使用されるモデルとして Thomas-Fieringモデルが有名であるが、このモデルは長期（年単位）の時系列特性を保持できないという欠点を持っている。これに対してdisaggregationモデルは年流量を旬流量に分解する手法であるため、長期および短期の時系列特性を保持できる。

disaggregationモデルの基礎式は以下の通りである。

$$Y = AX + B\epsilon$$

$$A = SYX + SXX^{-1}$$

$$BB^T = SYI - SYXSXX^{-1}SXY$$

ここにX, Yは3母数対数正規分布によって標準正規変量に変換された年流量および旬流量（1地点の流量時系列を対象としているので共にスカラー）、εは標準正規乱数、A, Bは係数行列、SXYは添字x,yに関する共分散行列。

5. 実流域における計算例

15年間の自然流量資料が得られている道内Aダムの年流量資料よりハースト数 $K=0.82$ 、 $r_1=0.44$ が得られた。MARKOV, ARMA-MARKOVの各過程に対して、この値を保持する定数をMonte Carlo シミュレーション

（ $n=15$ 年間の系列を5000回発生）によって決定した結果は表-5-1の左側に示す通りである。この定数をもとに、 $n=100$ 年間の模擬発生流量を500回発生させ、これを旬流量に分解し、次式で示される Sequent Peak algorithmによってシングルサイトのダム必要容量を計算する。

$$K_t = \begin{cases} R_t - Q_t + K_{t-1} & K_t > 0 \\ 0 & K_t \leq 0 \end{cases}$$

ここに K_t, R_t, Q_t は時刻 t のダム必要容量、水需要量、ダム流入量を表す。ここで、水需要水準として年総流出量の50%、80%の2ケース、水需要パターンとして通年フラットな都市用水型、5～8月に全需要量の50%が集中する農業用水型の2ケースについて計算を行なった。表-5-1の右側に年流量時系列の統計値を、表-5-2に100年間の第1位、2位、10位のダム必要容量を100年、50年、10年確率として整理した結果を示す。

表-5-1によれば、年流量時系列の特性として、ハースト数を保持するARMA-MARKOVはMARKOVに比べ n 年平均年総流量そのものの分散が大きく、ロングメモリーの存在を示している。

表-5-1 年流量時系列の統計値

統計値	n = 15 年間 × 5000 回					n = 100 年間 × 500 回				
	平均 (mm)	標準偏差 (mm)	ひずみ度	自己相関係数 r_1	ハースト数 K	平均 (mm)	標準偏差 (mm)	ひずみ度	自己相関係数 r_1	ハースト数 K
実測流量	1727	418	0.73	0.44	0.82	—	—	—	—	—
MARKOV	1780 355	421 248	0.77 0.58	0.44 0.21	0.82 0.09	1787 171	568 185	1.63 0.71	0.70 0.08	0.80 0.05
ARMA-MARKOV	1959 877	514 492	0.78 0.58	0.43 0.21	0.82 0.09	1908 510	671 415	1.64 0.64	0.70 0.09	0.81 0.06

- 1). $\rho_1=0.78$
 2). $C_1=0.79, \rho_1^{(M)}=0.78, C_2=0.21, \rho_1^{(AM)}=0.64, \phi=0.99, \theta=0.39, \rho_1=0.75$
 上段：平均、下段：標準偏差

表-5-2 ダム必要容量統計値一覧表

水需要パターン	都市用水型						農業用水型					
	年総流出量の80%			年総流出量の50%			年総流出量の80%			年総流出量の50%		
確率規模	100年	50年	10年	100年	50年	10年	100年	50年	10年	100年	50年	10年
MARKOV	2059 1496 - 0.07	1134 479 0.36	451 44 0.02	258 2843 - 0.58	231 889 - 1.49	177 254 - 4.20	2123 1452 - 0.06	1198 485 0.45	513 93 0.25	304 2797 - 0.55	274 847 - 1.29	200 233 - 3.29
ARMA-MARKOV	3039 3416 2.64	1062 774 1.62	380 144 - 1.95	256 2845 - 0.58	230 891 - 1.50	179 253 - 4.23	3100 3414 2.69	1120 779 1.83	431 158 - 1.89	297 2805 - 0.55	267 855 - 1.33	194 244 - 4.01

上段：平均(mm) 中段：標準偏差(mm) 下段：ひずみ度 年総流出量は1727mm

表一5-2によれば、水需要水準が年総流出量の50%であれば、return periodにかかわらずMARKOVもARMA-MARKOVもほぼ等しいダム必要容量となるが、水需要水準が80%まで上昇すると、渇水対策ダムのように大きなreturn periodが要求される場合はハースト現象を考慮した貯水池計画が必要となる事を示している。

6. 結論

本検討によって得られた結論を列挙すれば次の通りである。

- ① 北海道における気象・水文資料にはハースト現象と呼ばれる長期的持続性が認められる。
- ② ARMA-MARKOVはFFGN、ARMA(1, 1)とは異なり、モデルパラメータをexplicitな形で決定できる利点がある。ただし、ハースト数を保持するモデルにはいずれも理論的なbias correctionの手法が開発されていないため、Monte Carlo シミュレーションによって定数を決定せざるを得ない。

③ ハースト現象を考慮した貯水池計画が必要な場合には、演算が高速でハースト数を厳密に保持するARMA-MARKOV generatorによって年流量を発生させ、disaggregationモデルによって季節流量に分割する手法がもっとも望ましい。

④ 一般論としては、水需要水準が高く、渇水対策ダムのように大きなreturn periodが要求される場合には、ハースト現象を考慮した貯水池計画が必要である。ただし、どの程度の水需要水準、あるいはどの程度のreturn periodとした場合にハースト現象を考慮すべきかという問題は、ダム計画地点の長期流出特性に基いて判断すべきである。

<謝辞>

文献の紹介等、有益なアドバイスをしていただいた北海道開発局 土木試験所 河川研究室の星空長に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 神田・藤田：新体系土木工学、水文学、技報堂出版、1982
- 2) 土木学会：水理公式集、昭和60年度版
- 3) Matalas, N.C.: Mathematical assessment of synthetic hydrology, Water Resources Research, Vol.3, No.4, 1967.
- 4) Mandelbrot, B.B. and J.R.Wallis: Computer experiments with fractional Gaussian noises, Part1, 2 and 3, Water Resources Research, Vol.5, No.1, 1969.
- 5) Mandelbrot, B.B.: A first fractional Gaussian noise generator, Water Resources Research, Vol.7, No.3, 1971.
- 6) J.R.Wallis and Matalas, N.C.: Small Sample Properties of H and K-Estimations of Hurst Coefficient h, Water Resources Research, Vol.6, No.6, 1970.
- 7) J.R.Wallis and O'Connel, P.E.: Small Sample Estimation of 1 , Water Resources Research, Vol.8, No.3, 1972.
- 8) J.R.Wallis and Matalas, N.C.: Sensitivity of Reservoir Design to the Generating Mechanism of Inflows, Water Resources Research, Vol.8, No.3, 1972.
- 9) M.Chi, E.Neal, and G.K.Young: Practical Application of Fractional Brownian Motion and Noise to Synthetic Hydrology, Water Resources Research, Vol.9, No.6, 1973.
- 10) J.R.Wallis: Just a Moment!, Water Resources Research, Vol.10, No.2, 1974.
- 11) O'Connel, P.E.: Stochastic modelling of long-term persistence in streamflow sequences, Ph.D. thesis, Imperial College, Univ. of London, 1974.
- 12) Burges, S.J. and Lettenmair, D.P.: Operational Comparison of Stochastic Streamflow Generation Procedures, Tech. Report No.45, Harris Hydraulics Lab., Dept. of Civil Engineering, Univ. of Washington.
- 13) Lettenmair, D.P. and Burges, S.J.: Operational Assessment of Hydrologic Models of long-Term Persistence, Water Resources Research, Vol.13, No.1, 1977.
- 14) Hoshi, K. and Burges, S.J.: The Impact of Seasonal Flow Characteristics and Demand Patterns on Required Reservoir Storage, Journal of Hydrology, 37, 1978.
- 15) Hoshi, K., Burges, S.J. and Yamaoka, I.: Reservoir Design Capacities for Various Seasonal Operational Hydrology Models, Proc. of JSCE, No.273, 1978.
- 16) Burges, S.J. and Hoshi, K.: Approximation of a Normal Distribution, by a Three-Parameter Log Normal Distribution, Water Resources Research, Vol.14, No.4, 1978.