

II-13 留萌川流域における洪水実時間予測について

室蘭工業大学 正員 藤間 聡

(株)土木技術コンサルタント 正員 土井 かおり

1. まえがき

近年、流域の都市化に伴い洪水到達時間の減少、ピーク流量の増大が生じ、既設の治水施設の安全性が低下しつつある。洪水災害を未然に防ぐためには流況の変化を正確に把握し、かつ現在生起している洪水流出を的確に予測し、これに基づき迅速に対策を講じなければならない。洪水流出の予測を目的とした解析法は多数提案されており、実用に供されているものも少なくない。特にカルマンフィルターは、時々刻々得られる観測値を最大限に利用し、予測値のみならず予測精度まで明らかにできることから、現在最も多用されている^{1,2)}。

本研究は、流出システムをタンクモデル法によって記述し、カルマンフィルターを用いて小容量パーソナルコンピュータによる実時間洪水流量予測法を開発し、実績洪水に適用した結果を報告するものである。

2. 留萌川流域の概要

図-1に示す解析対象の留萌川は、流路延長44km、流域面積270km²の一級河川であり、標高200~300mの低山地に囲まれた南北18km、東西18kmの扇形流域である。流域の86%は山地部であり、市街地は最下流の狭小な沖積地に限られている。地質構成は基礎岩盤が砂岩、泥岩、頁岩等の海成堆積岩からなり、その上層には浸透性の高い砂質土が広範囲に分布している。この流域の気候は裏日本気候区に属しており、年平均降雨量は流域中央部の幌糠で1600mmに達し、その40%は降雪量が占める。また、年間総流出量の約60%は4~5月の融雪期に集中しており、河状係数が2000を越える治水・利水上極めて不安定な河川である。基本高水流量は、河口から上流10kmの基準地点、大和田で1000m³/sであり、既往最大流量は昭和56年8月6日の580m³/sである³⁾。

本解析で用いる降雨資料は、タルマップ、峠下、チバベリおよび幌糠の4観測所で収集されたデータを、流量に関しては、大和田で観測されたデータを使用する。

3. 洪水流量予測手法の定式化

3.1 タンクモデルのパラメータ同定

タンクモデルは、決定論的システムモデルでタンク数、タンク孔数および流出孔高を変化させることにより降雨量と流量の非線形関係を表現する方法である。このモデルは非線形性の強い短期流出にも流出孔数を増加させることにより容易に追従できるが、パラメータの同定に難点がある。例えば、短、長期流出解析いずれにも応用できる直列4段タンクに関しては同定すべきモデルパラメータは16個に達し、実績流量に一致するパラメータを求めるには、かなりの熟練度と多数回の試算を必要とする。

本研究では、数少ないデータを有効に活用してモデルパラメータを決定するため、Powellの共役方向法を用いて客観的に最適値の探索を行なう⁴⁾。

この方法は拘束条件のない最適化手法として知られており、目的関数は最適パラメータの近傍において次の正値2次形式で近似される。

$$f(x) = x^T A x + b^T x + c$$

…(1)

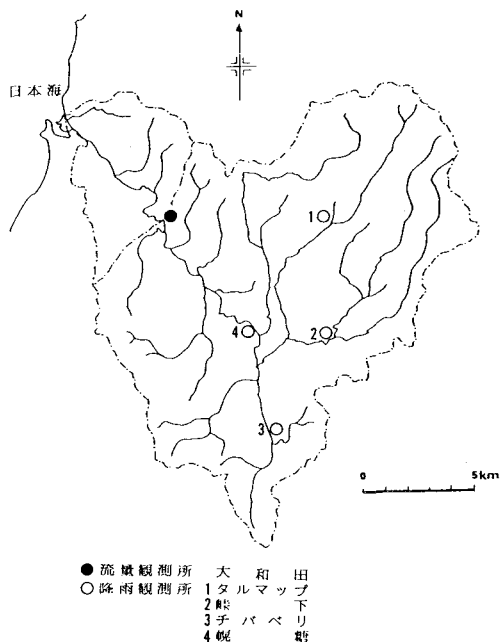


図-1 留萌川流域および流量・降雨観測所

ここに、 x は同定パラメータ、 A は正値行列、 b は定数ベクトル、 c は定数、上付添字 T は転置を表わす。パラメータの最適同定問題は、目的関数として観測流量に対する計算流量の誤差(残差)を与え、この誤差を最小にするパラメータを見出すことに帰着される。この場合どのような誤差を採択すべきかが問題となり、解析目的、観測データの精度に応じて決めなければならない。一般に、流出解析における絶対誤差はハイドログラフの高水部の誤差を重視し、一方、相対誤差は低水部の誤差を比較的大きく評価することになる。従って、洪水解析の目的関数には絶対誤差を採択することが適切と考えられる。

Powellの共役方向法に関する詳細な数学的証明は成書⁵⁾に譲り、ここでは概説のみ述べることにする。この方法は最初に目的関数 f_1 を所与のパラメータ初期値 x_1 について評価する。次に探索方向に沿って初期値に増分 S を加えたパラメータ値 x_2 で再び関数の値 f_2 を計算する。もし、 $f_1 \geq f_2$ の場合には(2)式に示すように増分 S を2倍し、関数値が減少する方向に進め、 $f_1 < f_2$ の場合には(3)式によりパラメータ値 x_3 を決める。

$$x_3 = x_1 + 2S, (f_1 \geq f_2) \quad \dots(2) \quad x_3 = x_1 - S, (f_1 < f_2) \quad \dots(3)$$

これら3個のパラメータ値 x_1, x_2, x_3 を通る2次曲線の最小値 x_0 は内挿法により次式で与えられる。

$$x_0 = \frac{1}{2} \frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_1^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{(x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3} \quad \dots(4)$$

ここに、 x_0 は最小パラメータ値、 f_1, f_2, f_3 はパラメータ x_1, x_2, x_3 のそれぞれの目的関数値を表わす。

上式で求めた x_0 と x_1, x_2, x_3 のうち最小の関数値に対応するパラメータとの間隔が設定した許容値より小さい場合、最小評価値が求まったものとみなし、この値を最適パラメータとする。それ以外の場合は、 x_0 について関数値を求め、最大値に対応するパラメータ値を捨て、残った3個で同様な探索を繰返し行なう。

この方法を用いる場合、制約条件がないため負値のパラメータを得る可能性がある。この場合においても機械的な演算は可能であるが、もはやパラメータは物理的意味を有さない。本解析ではこの欠点を避けるため負値のパラメータを得た場合には、大きな正定値を加えて再度探索を実行し、最適同定値を求める工夫を行なう。

3.2 カルマンフィルタリング理論⁶⁾

前節で概説したタンクモデルは決定論的モデルであり、予測精度を定量的に把握するにはこのモデルを確率過程的モデルに変換し、モデルの状態推定を行なわなければならない。

本節ではこのタンクモデルにモデル誤差を導入し、更新方程式が構成できる貯留高を状態変量に採択した動的システムを考え、このモデルにカルマンフィルターを適用し、逐次的に洪水流出の予測を行なうこととする。カルマンフィルターは最新の観測値が入力する度毎に状態変量の推定値を更新するものであり、具体的には、ある時刻で使用可能な情報を用いて次の時刻の最適予測量を推定する過程と、最新の観測値を用いて状態変数を推定する二つの更新過程から構成され、状態方程式と観測方程式を基礎方程式とする。

本解析における状態方程式はタンクモデルの計算法に従って次式のように表わされる。

$$\{H(t)\} = F\{H(t-1)\} - G\{f_h(t-1)\} - \{r(t)\} + \{W(t)\} \quad \dots(5)$$

ここで、図-2に示す直列4段タンクについて(5)式の変数を記述する。

$$\begin{aligned} \text{貯留高} \quad \{H(t)\} &= \{H_1(t), H_2(t), H_3(t), H_4(t)\}^T \\ \text{降雨高} \quad \{r(t)\} &= \{r(t), 0, 0, 0\}^T \\ \text{システム誤差} \quad \{W(t)\} &= \{W_1(t), W_2(t), W_3(t), W_4(t)\}^T \\ \text{流出高} \quad f_h(t) &= \{C_1A[H_1(t)-z_{11}] + C_2A[H_1(t)-z_{12}], \\ &\quad C_3A[H_2(t)-z_2], C_4A[H_3(t)-z_3], 0\} \end{aligned} \quad \dots(6)$$

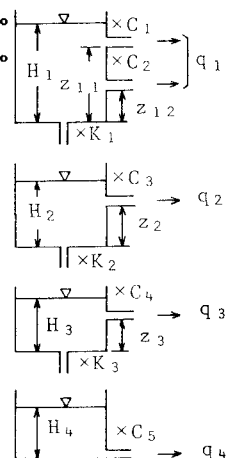
$$F = \begin{bmatrix} 1-S_1 & 0 & 0 & 0 \\ S_1(1-S_1) & 1-S_2 & 0 & 0 \\ S_1S_2(1-S_1) & S_2(1-S_2) & 1-S_3 & 0 \\ S_1S_2S_3(1-S_1) & S_2S_3(1-S_1) & S_3(1-S_1) & 1-C_5 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ S_1 & 1 & 0 & 0 \\ S_1S_2 & S_2 & 1 & 0 \\ S_1S_2S_3 & S_2S_3 & S_3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A[H(t)] = H(t), H(t) \geq 0, \text{または } A[H(t)] = 0, H(t) < 0.$$

一方、観測方程式は次式で示される。

$$y(t) = a \cdot f_o(t) + b \cdot f_o(t-1) + V(t) \quad \dots(7) \quad \text{図-2 直列4段モデル}$$

$$f_o(t) = C_1A[H_1(t)-z_{11}] + C_2A[H_1(t)-z_{12}] + C_3A[H_2(t)-z_2] + C_4A[H_3(t)-z_3] + C_5H_4(t)$$



ここに、 $y(t)$ は流量、係数 a, b は $t, t-1$ 時における流出高の比率を表わし、 $V(t)$ は観測誤差を示す。

(5)式および(7)式で示される動的システムは、過去の観測情報により次の時刻の動的挙動を予測する形式であり、タンクの貯留高、流出高はいずれも過去のすべての観測情報の条件付き確率過程となる。一般に、動的システムにカルマンフィルタを適用して逐次推定を行なうことは、推定値と共に推定誤差を重視するものであり、線形最小2乗推定により条件付き推定誤差共分散行列を求めることと等価となる。本解析で用いる状態方程式は非線形であるが、これらの非線形性は複雑なものではなく、部分的には線形であるのでカルマンフィルタを適用する場合に大きな障害とはならない。なお、すべての流出孔がタンク底部に付設される場合には、状態方程式はARモデルで表示される線形システムとなるが、タンクモデルの特徴である非線形構造は失われる。

3.3 平滑化による初期貯留高の推定

各段のタンクにおける初期貯留高は、前述の共役方向法によって同定することもできるが、本解析では貯留高を状態変数として取り扱うので、ある時刻までに利用可能なすべての情報に基づき平滑化により状態変数の最適な初期値を求めることとする。本解析で用いた平滑化は非線形最小2乗法から構成され、初期貯留高のみならず、推定精度に影響を与えるシステム誤差および観測誤差を比較的整備された降雨量、流量の観測データから推定でき、システムの内部構造をより一層理解することに役立つ。

最小2乗推定規範から、次式で示される動作指標 $J(N)$ を採択し、初期貯留高の最適値を推定する。

$$J(N) = (H(0) - \bar{H}(0))P_0^{-1}(H(0) - \bar{H}(0))^T + \sum_{t=1}^N (W(t) - \bar{W}(t))Q_t^{-1}(W(t) - \bar{W}(t))^T + \sum_{t=1}^N (V(t) - \bar{V}(t))^2 R_t^{-1} \quad \dots(8)$$

ここに、 P_0 は初期貯留量の分散、 Q_t はシステム誤差分散、 R_t は観測誤差分散、 t は時刻、 $\bar{}$ は平均値を表わす。

上式で定義された動作指標 J を拘束条件(5)、(7)式の下で最小となるように初期貯留高を探索すると、それが最適値を与える。ただし、同式においてはシステム誤差および観測誤差のオーダを推定するためそれぞれの誤差の平方和を付加してある。このアルゴリズムは拘束条件の(5)および(7)式が非線形であるため、勾配法等により逐次近似的に解かなければならない²⁾。

4. 解析結果および考察

留萌川流域は前述のように浸透性の高い地質で構成されるため、洪水到達時間は流域規模から予想されるものより遅く、約5時間である。従って、本解析ではこの特性を考慮に入れ、降雨予測を行なうことなく観測降雨量を用いることとする。

図-3はPowell法により最適同定された留萌川流域の洪水流出タンクモデルを示す。この最適化においては最初直列4段タンクを想定したが、探索過程で第3、4タンクからの流出量が0となり、最終的に直列2段タンクモデルを得た。第1段タンクは側面流出孔がなく、降雨は指数関数形で下段タンクに流下する1次遅れ系のモデルとなる。一方、第2段タンクに関しては、流出孔が比較的高い位置にあってこの流域の初期損失量が大いことを示しており、少降雨量では流量が増加しない非線形性を再現している。パラメータの同定を行なう際、各パラメータのオーダが極端に異なるとPowell法は探索効率が低下し、場合によっては収束解が得られないことがある。本解析ではパラメータ間のオーダの違いは約2桁程度と予想され、目的関数の応答面形状は極端な偏平にならず、効率よく探索を行なうことができる。

以上、留萌川流域の流出システムが、Powellの共役方向法を用いて3個のパラメータを有する直列2段タンクとして同定されたので、このモデルを用いて貯留高に関する予測方程式と更新方程式を誘導する。

前章で概説したフィルタリング理論を用いると、貯留高および推定誤差の更新方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} H_1(t) &= (1-K_1)\{H_1(t-1) + r(t-5)\} \\ H_2(t) &= (1-C_1)H_2(t-1) + (1-C_1)K_1\{H_1(t-1) + r(t-5)\} \\ P_{H1}(t) &= (1-K_1)^2 P_{H1}(t-1) + W_1(t) \end{aligned} \quad \dots(9)$$

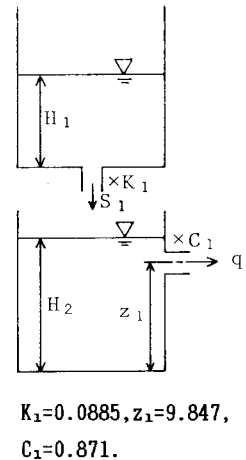


図-3 最適同定モデル

$$P_{H2}(t) = (1-C_1)^2 P_{H2}(t-1) + (1-C_1)^2 K_1^2 P_{H1}(t-1) + W_2(t) \quad \dots(10)$$

ここに、 P_{H1} 、 P_{H2} は各タンクの貯留高の推定誤差分散、 $W(t)$ はシステム誤差共分散、 $r(t)$ は降雨量を示す。

また、予測洪水流量は最適同定された直列2段タンクモデルにより次式のように与えられる。

$$Q(t) = \alpha \{K_1 C_1 (H_1(t-1) + r(t-5)) + C_1 H_2(t-1) - C_1 z_1\}, \quad \alpha = \text{流域面積}/3.6 \quad \dots(11)$$

図-4は昭和56年8月3～6日の豪雨時の大和田地点における降雨生起後42時間、70時間時点における5時間後までの毎時流量予測値を示し、実線は観測値、破線は予測値、表示数値は1時間後の流量予測値を表わす。42時間時点は洪水ピーク直前部で、予測流量は469.28 m^3/s 、観測流量は464.64 m^3/s および相対誤差は1%以下であり、モデルはよい追従性を示している。一方、70時間時点は洪水終期であり、モデルの追従性を確認するため提示してある。この時点での予測流量は95.78 m^3/s 、観測流量は95.38 m^3/s 、相対誤差は1%以下である。初期貯留高は降雨生起後5時間の降雨、流量観測データで平滑化し、 $H_1(0)=4.40 \times 10^{-3} \text{mm}$ 、 $H_2(0)=9.03 \times 10^{-3} \text{mm}$ を得た。初期貯留高は非常に小さな値となるが、これは洪水生起以前約1か月間晴天が続き、流域が保湿不足状態であったことに起因すると考えられる。

5. 結 び

タンクモデルを用いて留萌川流域における洪水逐次予測を行ない、良好な結果を得た。これは対象流域の水文地質条件および土地利用形態の変化が少なく流出システムが簡単な内部構造のモデルで記述できることに基づくと考えられる。一般に、タンクモデルは多段型であり、多数のモデル定数を有するため、洪水逐次予測に適用するには非常に複雑であり、内部構造の把握には多数の同定過程を必要とする。従って、本解法を他の流域へ適用した場合の有効性については今後の検討課題となる。

終わりに、貴重な観測データを提供して頂いた北海道開発局留萌建設部治水課紅葉克也氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 永田元康: 積形カルマンフィルタによる河川流量予測, 計測自動制御学会論文集, Vol. 16, No. 5, pp. 29～35, 1980.
- 2) 高埜塚馬他: 貯留モデルによる実時間流出予測に関する基礎的研究, 京大防災研年報, 第25号B-2, pp. 245～267, 1982.
- 3) 北海道開発局留萌開発建設部編: River Watching, Vol. 2, 1987.
- 4) 小林慎太郎他: Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探索, 農業土木学会論文集, 第65号, pp. 42～47, 1976.
- 5) H. J. Box他(黒田充訳): 非線形最適化の技法, pp. 44～47, 培風館, 1972.
- 6) A. C. Harvey(国友直人, 山本拓訳): 時系列モデル入門, 東京大学出版会, pp. 103～116, 1985.
- 7) 有本 卓: カルマン・フィルター, システムサイエンスシリーズ, 産業図書, pp. 199～202, 1977.

図-4 昭和56年8月3～6日留萌川流域洪水流量逐次予測結果(大和田)

