

I-33 完全弾塑性型緩衝材付円柱体の落下 衝撃挙動

室蘭工業大学 正員 岸 徳光
室蘭工業大学 正員 松岡 健一
日大生産工学部 正員 能町 純雄
電力中研管理部 正員 高野 博

1. はじめに

通常耐衝撃性に関する研究は被衝撃体側の構造物を対象として解析する場合が主である。しかしながら貨車や運搬専用船を介して輸送されるような輸送容器等の場合は逆に衝撃体そのものの安全性が問題となってくる。このような構造物、特に内容物が周辺の環境を著しく害するような場合は容器の上下端部に緩衝材(ショックアブソーバー)を取り付け、容器を衝撃荷重から保護して輸送されている。緩衝材の挙動を含めたこのような構造物の耐衝撃性に関する検討は、各種の実証的衝撃実験や有限要素法、有限差分法による汎用衝撃応答解析コードなどを用いた検討が世界各国で行なわれている。しかしながら、緩衝材に関する衝撃応答解析は大きな塑性変形を伴うものであるため精度的にもかなり困難なものとなっており、実証試験に基づいて安全性の確認をしているのが現状のようである。このような現状に対して、緩衝材の合理的な設計あるいは衝撃力の予測のためのより効果的な解析手法が望まれている。

本文ではこのような構造物の衝撃安全性検討のための一解析手法として、有限要素法的な微視的な考え方ではなく、緩衝材を完全弾塑性体と大胆に仮定して定式化し、実証試験結果との比較を行なってその妥当性について検討を加えたので報告する。なお、輸送容器は解析を簡略化するために円柱体(棒体)と仮定し鉛直落下のみに限定して解析を行なっている。

2. 解析理論の定式化

緩衝材のついた円柱体を一体構造として定式化することは非常に煩雑になるものと考えられる。このため本文では構造物を緩衝材と円柱体の2つに分離し、緩衝材から得られる衝撃波形を容器としての円柱体の端部に強制力として入力する形で定式化を行なっている。

2.1 緩衝材の衝突衝撃力に関する定式化

このような構造物の落下衝撃時には主衝撃波動の他に緩衝材内や緩衝材と容器本体との相互作用等により高周波成分を含んだ複雑な応答波形が発生するものと考えられるが、ここでは設計等に大きく影響を与えると思われる主波動の挙動に限定して検討を行なう。この目的のために、ここでは緩衝材を図-1に示すように一質点系の完全弾塑性体と仮定して運動方程式を誘導することとする。すなわち、

1) $0 \leq y \leq y_1$ の場合

$$y + \omega^2 y = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

但し、初期条件は、

$$\begin{aligned} t = 0 \quad \dots \quad y &= 0 \\ y &= V \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここでVは落下衝突時の速度を意味し、 ω は初期弾性係数と全落下質量Mから求まるもので、 $\omega = \sqrt{K/M}$ である。また、'・'は時間に関する微分形を表す。

2) $y_1 \leq y \leq y_2$ の場合

$$y + \omega^2 y_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

初期条件は $t=t_1$ における連続条件より求めることができる。 t_1 と t_2 の関係は図-1における2の

3) $y_2 \leq y \leq y_3$ の場合

$$y + \omega^2 \{y - (y_2 - y_1)\} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

初期条件は $t=t_2$ における連続条件より求めることができる。また、 t_2 と t_3 の関係式は $t=t_3$ にお

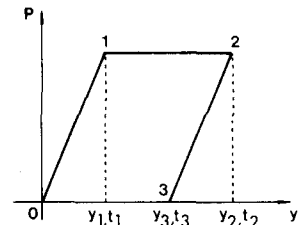


図-1 完全弾塑性体モデル

点が最大変位を生じ変曲点であること($y|_{t_2} = 0$) いて $p = 0$ 故、加速度零より求めることができる。
)より求まる。

以上を整理すると、各モードへの到達時間は次のように示される。

$$\omega t_1, \quad \omega t_2 = \cot \omega t_1 + \omega t_1, \quad \omega t_3 = \cot \omega t_1 + \omega t_1 + \pi/2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、対応する変位および加速度は式(6),(7)のように示される。

変位 :

		$y = \frac{V}{\omega} \sin \omega t$
t_1	$y_1 = \frac{V}{\omega} \sin \omega t_1$	
		$y = y_1 \left\{ -\frac{\omega^2}{2} (t-t_1)^2 + 1 \right\} + V \cdot (t-t_1) \cdot \cos \omega t_1$
t_2	$y_2 = y_1 \left\{ \frac{1}{2} \cot^2 \omega t_1 + 1 \right\}$	
		$y = y_1 \left\{ \cos \omega (t-t_2) + \frac{1}{2} \cot^2 \omega t_1 \right\}$
t_3	$y_3 = y_1 \left(\frac{1}{2} \cot^2 \omega t_1 \right)$	

..... (6)

対応する加速度 :

		$y = -V\omega \sin \omega t$
t_1	$y_1 = -\omega^2 y_1$	
		$y = -\omega^2 y_1$
t_2	$y_2 = -\omega^2 y_1$	
		$y = -\omega^2 y_1 \cos \omega (t-t_2)$
t_3	$y_3 = 0$	

..... (7)

2.2 円柱体端部に入力加速度が存在する場合の衝撃応答式の定式化

(1) 任意点の加速度分布

円柱体(棒状体)の解析であるので、工学的に判断して一次元波動を仮定し理論を展開することとする。運動方程式は軸方向変位を U 、弾性波速度(縦波)を C 、剛性に比例する減衰を考え減衰定数を β として、式(8)のように導く。解析過程を容易にするために、図-2に示すように自由端 $x=l$ 点に対称な仮想円柱体を高さ $2l$ の円柱体として考える。

$$C^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^3 U}{\partial x^2 \partial t} \right) = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad \dots\dots (8)$$

ここで、 x を仮想的に0から $2l$ まで考え、上式に有限Fourier sin変換を施す。さらに時間 t についてLaplace変換を施し、 $t=0$ で $U_0 = V, U_0 = 0$ なる初期条件を考慮して整理すると、式(8)は次のように示される。

$$(s^2 + \beta P_m^2 s + P_m^2) \cdot LSm[U] = 2PmC(1 + \beta s) \cdot L[U_0] + Sm[V] \quad \dots\dots (9)$$

ただし、

$$Sm[U] = \int_0^{2l} U \cdot \sin \frac{m\pi}{2l} x, \quad L[U] = \int_0^\infty U \cdot e^{-st} dt, \quad P_m = \frac{m\pi}{2l} C$$

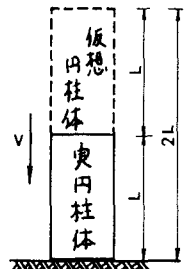


図-2 解析用円柱体モデル

式(9)において、 $\beta P_m = 2h$ と仮定し、 $x=0$ 点における加速度のLaplace変換形を考慮して整理すると、 $LSm[U]$ は式(10)のように示される。すなわち、

$$LSm[U] = \frac{2C(P_m + 2hs)}{s^2(s^2 + 2hP_ms + P_m^2)} \{L[U_0] + V\} + \frac{Sm[V]}{(s^2 + 2hP_ms + P_m^2)} \quad \dots (10)$$

式(10)にLaplace変換の逆変換を施すと $Sm[U]$ が求まる。ここでは特に $Sm[U]$ について示すと、

$$Sm[U] = \frac{2C(1 - 2h^2)P_m}{P_m'} \int_0^t e^{-hP_m(t-\tau)} \sin P_m'(t-\tau) U_0(\tau) d\tau + 4hC \int_0^t e^{-hP_m(t-\tau)} \cos P_m'(t-\tau) U_0(\tau) d\tau \quad \dots (11)$$

ただし、 $P_m' = \sqrt{1 - h^2} P_m$ である。

従って、その加速度応答式は上式を x 方向に逆変換することによって求まる。

ここで、 $U_0 = 1$ ($t_1 < \tau < t_2$)と仮定したときの任意点の加速度 U_t を x 方向に閉じた形に整理すると、 η_1 を τ の関数として、

$$U_t = \frac{h}{2\pi\sqrt{1-h^2}} \left[\log \frac{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) - \cos \pi(\eta - \eta_1 + \xi)}{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) + \cos \pi(\eta - \eta_1 + \xi)} - \log \frac{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) - \cos \pi(\eta - \eta_1 - \xi)}{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) + \cos \pi(\eta - \eta_1 - \xi)} \right] - \frac{1}{\pi} \left\{ \tan^{-1} \frac{\sin \pi(\eta - \eta_1 + \xi)}{\operatorname{sh} \pi H(\eta - \eta_1)} - \tan^{-1} \frac{\sin \pi(\eta - \eta_1 - \xi)}{\operatorname{sh} \pi H(\eta - \eta_1)} \right\} \Bigg|_{t_1}^{t_2} \quad \dots (12)$$

ただし、

$$H = \frac{h}{\sqrt{1-h^2}} \quad \eta = \frac{t}{\frac{2l}{C\sqrt{1-h^2}}} \quad \eta_1 = \frac{\tau}{\frac{2l}{C\sqrt{1-h^2}}} \quad \xi = \frac{x}{\frac{2l}{C\sqrt{1-h^2}}}$$

(2) 任意点の軸歪分布

式(10)において、Laplace変換の逆変換を施し $Sm[U]$ について整理すると、

$$Sm[U] = \frac{2C}{P_m} \{U_0(t) - \int_0^t \frac{e^{-hP_m(t-\tau)}}{P_m'} \sin P_m'(t-\tau) \cdot U_0(\tau) d\tau\} \quad \dots (13)$$

任意点の軸歪は、上式を x 方向に逆変換し、さらに軸方向に一度微分することによって求めることができる。

式(12)と同様に $U_0 = 1$ ($t_1 < \tau < t_2$)における任意点の歪を求めると、

$$\epsilon_t = -\frac{2l}{(\pi c)^2} \left[H \left\{ \tan^{-1} \frac{\sin \pi(\eta - \eta_1 + \xi)}{\operatorname{sh} \pi H(\eta - \eta_1)} + \tan^{-1} \frac{\sin \pi(\eta - \eta_1 - \xi)}{\operatorname{sh} \pi H(\eta - \eta_1)} \right\} \Bigg|_{t_1}^{t_2} - \left\{ \log \frac{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) - \cos \pi(\eta - \eta_1 + \xi)}{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) + \cos \pi(\eta - \eta_1 + \xi)} + \log \frac{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) - \cos \pi(\eta - \eta_1 - \xi)}{\operatorname{ch} \pi H(\eta - \eta_1) + \cos \pi(\eta - \eta_1 - \xi)} \right\} \dots (14)$$

以上より、入力波を所用の時間きざみで数値積分することにより、各点の応答加速度および応答軸歪分布を算定することが可能となった。

3. 数値解析結果

2.で定式化した衝撃応答解析式の妥当性を検討するために、文献に示されたキャスクの9m鉛直落下実証試験データに基づいて数値解析を行なった。

緩衝材の衝撃応答解析のための設定入力データは、文献を参照して表-1に示すとおりとする。図-3に9m落下衝撃時の応答加速度分布図を示している。試験結果は高周波成分を含んだ波形を示しているが、解析結果はまえがきで示しているように、試験結果を包絡するような波形分布を示している。各設定残留変形の中で9.2cmの場合が、試験結果とより対応がとれているようである。

次にキャスク本体各点の衝撃応答加速度、軸歪分布について示す。解析は図-3の残留変形9.2cmの場合の応

答加速度波形を入力波として採用し、 $\Delta t=0.05\text{msec}$ として数値積分を行なっている。図-4には解析に用いたキャスク本体の形状寸法および測定断面を示している。図-5には、C断面における応答加速度分布を示している。本解析では、円柱体の縦波の速度を試験結果の高周波成分と位相が近似するように、 $C=3500\text{m/sec}$ と仮定した。試験結果との間に多少の差が生じているが最大値はほぼ妥当な値を示しているものと考えられる。図-6にはB断面の軸歪分布について示している。解析結果は、 $C=3500\text{m/sec}$ の場合とSUSの縦波の速度 $C=5120\text{m/sec}$ の場合について示している。結果は $C=3500\text{m/sec}$ の場合の方が、試験結果をよく近似しているようである。

4. まとめ

輸送容器のような緩衝材が付設されている構造体の落下衝撃挙動を解析するために、有限差分法あるいは有限要素法などの解法からはなれて、反射波等の高周波成分を無視し、主衝撃波のみに関する挙動を把握することに主眼を置き、緩衝材を完全弾塑性体、容器を円柱体にモデル化して応答の定式化を行なった。数値解析結果、緩衝材の衝撃加速度に関しては試験結果を包絡するような波形分布を得ることができ、また円柱体の応答分布に関してもほぼ試験結果に近似した解析結果を得ることができた。以上より設計等に大きく影響を与えると思われる容器構造体の落下衝撃時の主波動に注目する場合、本解析手法は工学的に十分適用可能であるものと考えられる。

5. 参考文献

Nagakura, T. et al "Test for Demonstrating the Reliability of Containers used for Transporting Spent Fuel - Results of 9m Drop Impact Tests - " Patram '80 Proceedings vol. II 1980

表-1 緩衝材の入力データ

ITEM	VALUE
Young's Modulus	6,000 kg cm ²
Weight	60.55 ton
Impact Velocity	13.28 m sec
Residual Displacement	9.2, 10.8, 12.5 cm

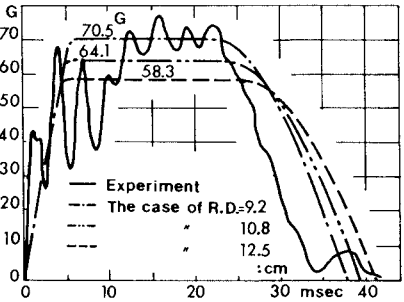


図-3 緩衝材の応答加速度分布

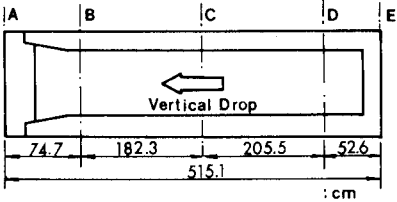


図-4 キャスクの形状寸法等

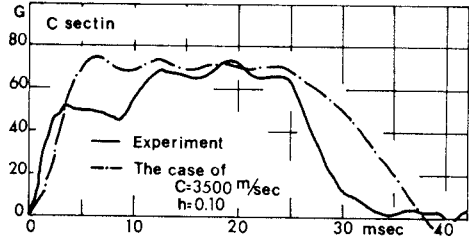


図-5 C断面における応答加速度分布

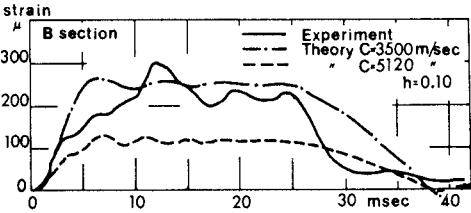


図-6 B断面における応答軸歪分布