

I-30 有限プリズム法によるRC部材の 位相速度分散曲線

室蘭工業大学 学生員 天沼 宇雄
室蘭工業大学 正 員 岸 徳光
室蘭工業大学 正 員 松岡 健一
日大生産工学部 正 員 能町 純雄

1. はじめに

構造部材の位相速度分散曲線に関しては古くから多くの研究がなされている。例えば棒部材においては、曲げたわみ波動に関するBernoulli-Euler梁理論や、それを修正するRayleighの梁理論、Timoshenko梁理論があり、縦波動に関しては初等理論を修正するLoveの理論、あるいはMindlin-Herrmannの理論がある。これらの近似理論に対して厳密理論としてはPochhammer-Chreeの理論¹⁾が知られている。

一方、薄板要素から構成されている任意部材に関しては波長の減少とともに各要素の面内変形作用の他に面外変形作用が位相速度分散曲線の特性やモード分布に大きな影響を与え、また異種材料からなる複合合成部材に関しても、波長が桁高と同程度以下になると平面保持を仮定する梁理論の適用が困難であることが知られている。²⁾ しかしながら板厚あるいは梁幅が波長に比べて無視できない場合やRC梁のようなインクルージョンが存在する場合は波長の減少とともに3次元的效果が位相速度あるいはモード分布に現れてくると考えられる。³⁾

本論文ではこのような部材の位相速度分散特性あるいは各波長に対するモード分布の3次元效果を検討することを主な目的として、RC部材を対象としアイソパラメトリック四辺形要素を用いた有限プリズム法を用いて解析を行なった。数値解析は鉄筋の配置や自由境界面などの3次元效果の影響や引張り側のコンクリート部の弾性係数を低下させた場合について行ない、位相速度およびモード分布への影響について検討を行なった。

2. 解析理論

図-1に示すような任意の四辺形プリズム要素において、任意の*i*節点の節点力を $f_{x_i}, f_{y_i}, f_{z_i}$ 節点変位を dx_i, dy_i, dz_i ($i=1, 2, 3, 4$)とし、要素内の変位は x, y, z 座標に対応して u, v, w とする。プリズム内の座標および各変位は式(3)のような形状関数を用いると次のように示される。

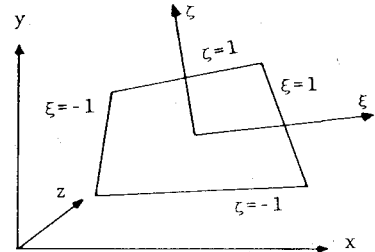


図-1 任意四辺形プリズム要素

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N\}^T \\ \{N\}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_i\} \\ \{y_i\} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N\}^T \\ \{N\}^T \\ \{N\}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dz_i \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

但し、

$$\{N\} = \frac{1}{4} [(1-\xi)(1-\eta) (1+\xi)(1-\eta) (1+\xi)(1+\eta) (1-\xi)(1+\eta)]^T \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、歪と変位の関係式は弾性論より次のように示される。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

次に、z方向の進行波を考え仮想仕事の原理を用いて整理すると次のような有限プリズム要素に関する剛性方程式を得ることができる。すなわち、

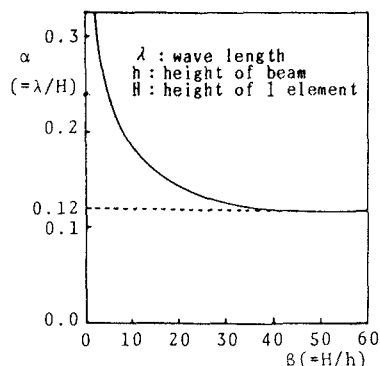
$$\{f\} = [K]\{d\} - v^2[M]\{d\} \dots\dots\dots (5)$$

但し、[K]、[M]はそれぞれ剛性マトリックス、質量マトリックスであり、{f}、{d}はそれぞれ変位及び断面力ベクトルである。式(4)を各プリズム要素に適用して全体の剛性方程式を作製し、荷重ベクトルを零として固有値を求めることによって位相速度vを求めることができる。

3. 精度の検討

本解析手法は各変位の変位関数をxy平面に関しては線形を、z軸方向に関しては三角関数分布を仮定するものであるため、数値解析上解析可能な限界波長が存在するものと考えられる。本論文ではこのような要素分割と限界波長の関係を求めるためポアソン効果を無視した梁要素の曲げたわみ波動をとりあげ検討を行なった。

すなわち、対称性を考え梁の四半分について幅方向に1分割、桁高方向に均等分割して解析を行い、ILLな状態になった時の波長と1要素の桁高との関係について検討を行なった。検討結果を図-2に示す。図中、横軸βは1要素の桁高と梁全体の桁高との比をとり、縦軸αは波長と梁全体の桁高との比をとっている。図より、α=0.12が本プリズム法を用いた時の限界を示しているものと思われる。本論文では図-2の精度を基本にして解析のための要素の大きさ、波長の限界値を仮定し解析を行なっている。



4. RC梁の位相速度分散特性

ここでは桁高50cm、幅20cm、鉄筋比1%の単鉄筋矩形梁について種々検討を行なった。解析は図-3に示すような3ケースの断面について一軸対称変形モードに限定して行なっている。物性値は表-1に示すとおりである。また、位相速度分散曲線はコンクリートのせん断波速度に対する比速度で整理し、モード分布は4次モードまでを対象として検討を行なっている。

	ヤング率E	ポアソン比ν	密度ρ
コンクリート	300,000 kg/cm ²	0.16667	2.40 ton/m ³
鋼材	2,100,000 kg/cm ²	0.3	7.85 ton/m ³

表-1 解析に用いた物性値データの一覧

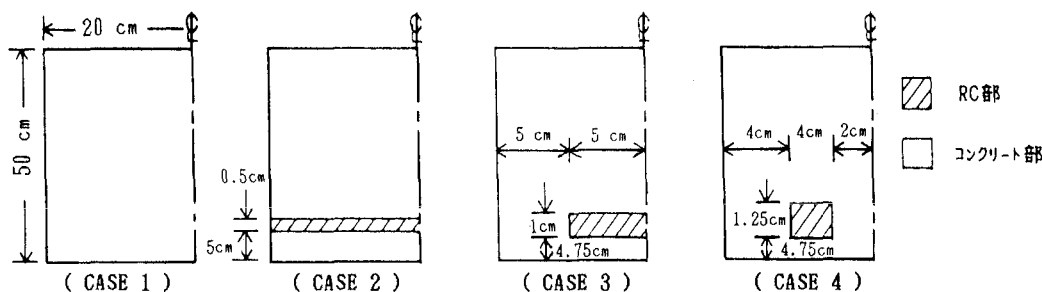


図-3 解析モデル

解析モデルにおいて、桁高方向に最も大きい要素の高さは全桁高に対して1/20であるため、ここでは $\alpha = \lambda/H = 0.2$ まで解析を行なっている。図-4にはRC梁と無筋コンクリート梁の位相速度分散曲線を示している。波長が無限長の場合、RC梁は鉄筋とコンクリートとの換算断面の速度で伝播しているが、鉄筋量が1%とコンクリートの容積と比較して非常に少ないために無筋コンクリート梁とほぼ同様の分散性状を示している。また、図-3に示したRC梁の配筋モデルの違いによる位相速度分散曲線の差はまったく見られなかったのでここでは示していない。

図-5にはケース2に関する代表的な波長に対するモード分布を示している。波長が長い場合変形モードは平面保持仮定が成立するような分布を示しているが、波長の減少とともに鉄筋部の変形モードは鉄筋周辺のコンクリート要素の変形をおさえるような分布となっている。この現象は高次モードでより顕著に示されている。また、 $\lambda/H = 0.2$ 以後においては梁理論では得ることの出来ないような自由境界面でモードが卓越している状態が示されている。ケース2～4の場合、比較的波長の長い状態ではケース1の場合とほぼ同様のモード分布を示しているが、波長が $\lambda/H < 1.0$ 前後より特に高次モードにおいて鉄筋配置モデルの違いによる影響が示されている。図-6には特に $\lambda/H = 0.2$ の場合に限定して各ケースのモード分布を示している。図より、それぞれの配筋の状態によって鉄筋部周辺のモード分布が異なり、鉄筋部の要素の変形モードが周辺コンクリート要素より小さく示され鉄筋による3次元効果が顕著に現れていることがわかる。

次に、通常のRC梁の設計状態(状態Ⅱ)を想定して引張り部のコンクリートの剛性を小さくした場合について解析を行ない、状態Ⅰの場合との比較を試みた。ここでは引張り部コンクリートのヤング率を圧縮部の1/10としている。図-7にはその位相速度分散曲線と上記で検討した状態Ⅰの場合とを比較して示している。この場合も波長が無限長の時には換算断面における位相速度を示している。また、状態Ⅱの場合は剛性が低いため、状態Ⅰの場合より全体的に小さい分散曲線となっている。図-8には代表的な波長に対するモード分布を示している。複合合成梁で示されているように4)、波長が長い場合は換算剛性を考えた梁と同様のモード分布を示しているが、その減少とともに圧縮部コンクリートの領域で軸方向変位モードに関する符号の逆転を確認できる。

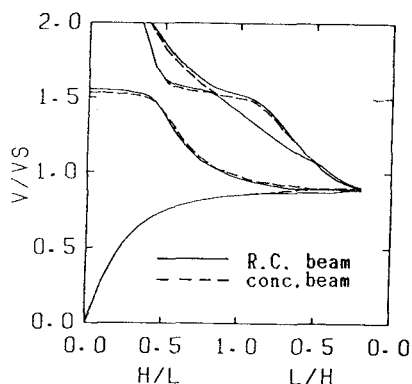


図-4 位相速度分散曲線

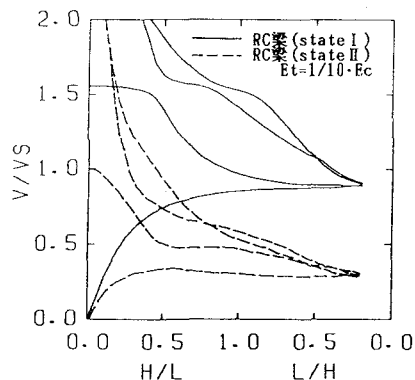


図-7 位相速度分散曲線(状態ⅠとⅡの比較)

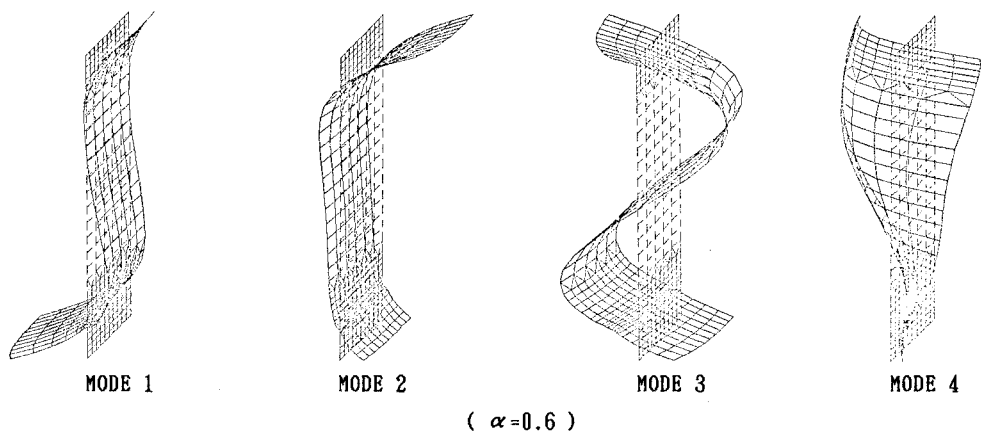
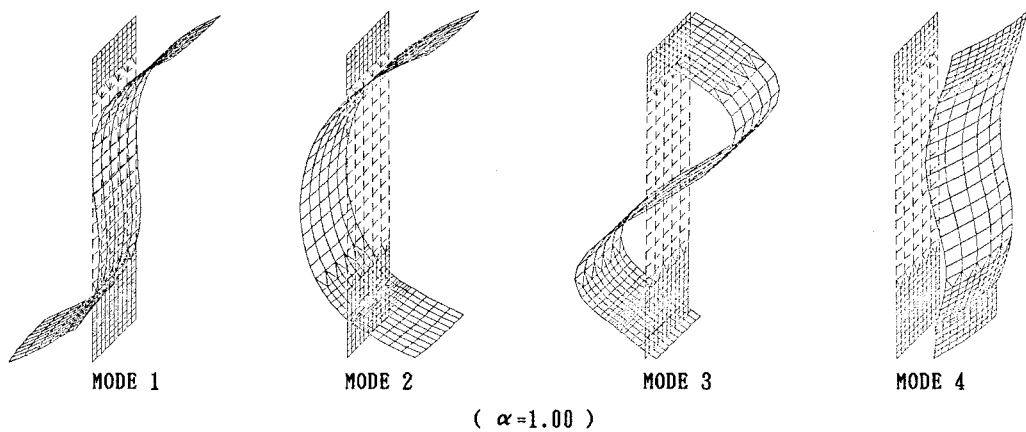
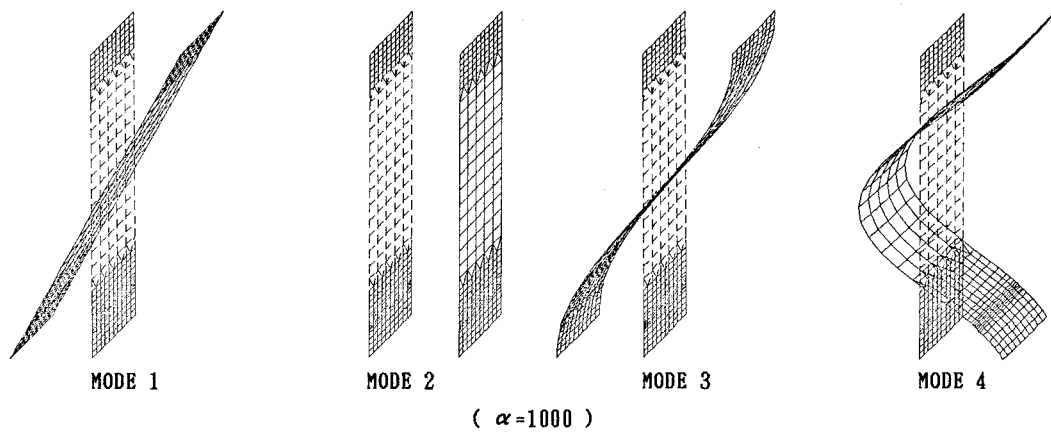
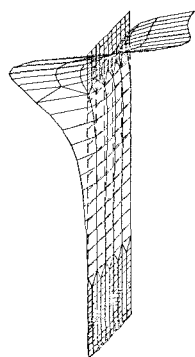
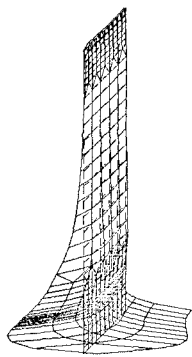


図-5 ケース 2 に関するモード分布

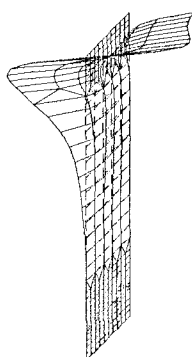


MODE 1

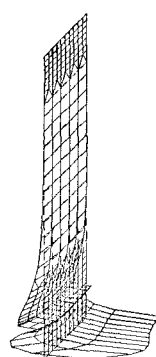


MODE 2

(CASE 1)

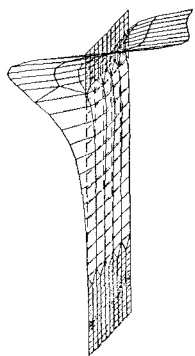


MODE 1

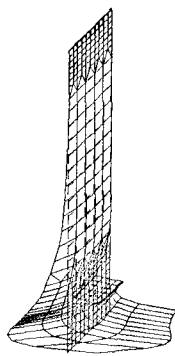


MODE 2

(CASE 2)

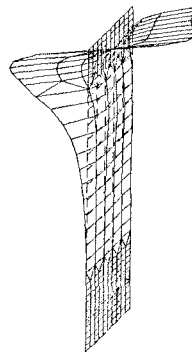


MODE 1

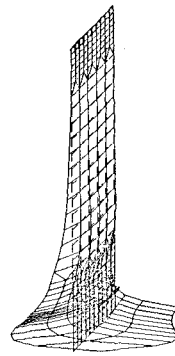


MODE 2

(CASE 3)



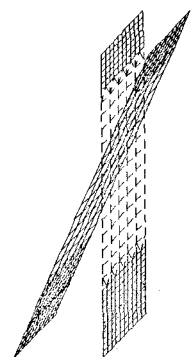
MODE 1



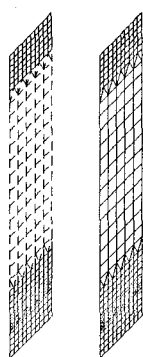
MODE 2

(CASE 4)

図-6 $\alpha=0.2$ の時の各ケースのモード分布

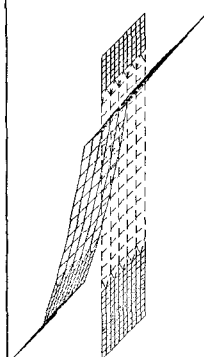


MODE 1

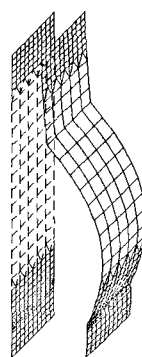


MODE 2

($\alpha=1000$)



MODE 1



MODE 2

($\alpha=5.0$)

(次ページに続く)

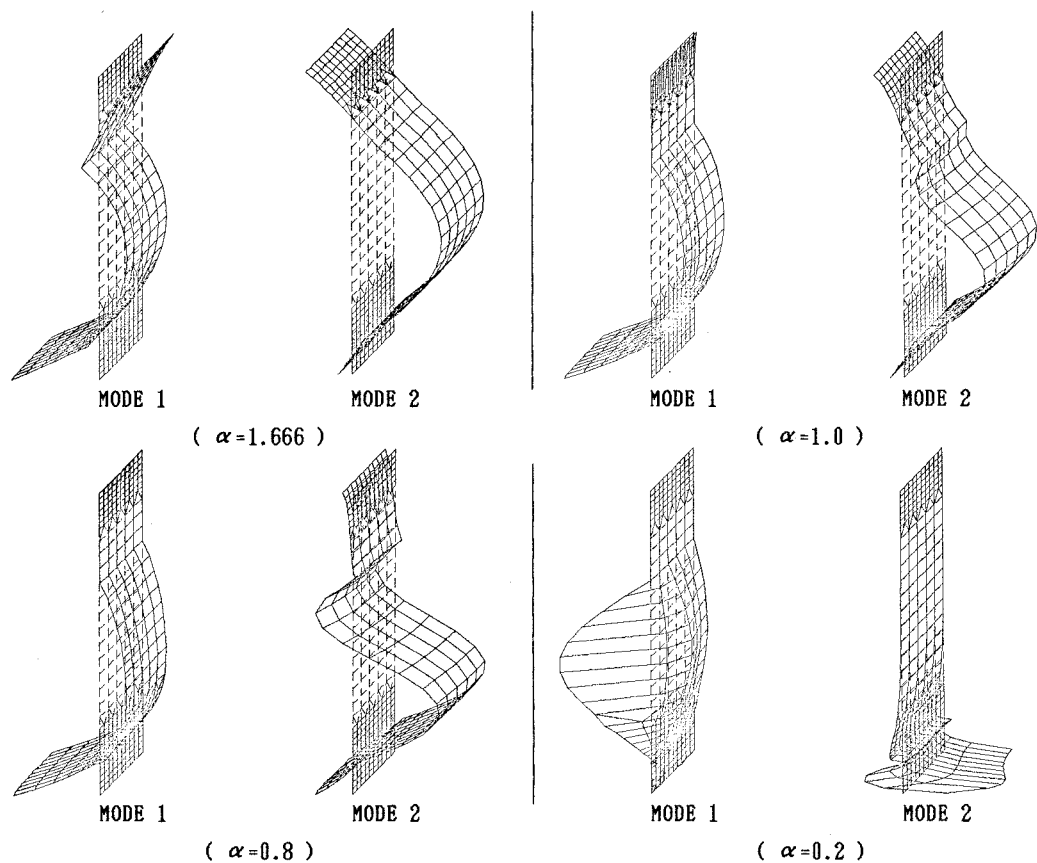


図-8 状態Ⅱにおけるモード分布

5. まとめ

板厚や梁幅が波長に比べて無視できない場合やRC梁のようなインクルージョンが存在する場合の構造部材の位相速度分散曲線及びモード分布を検討することを目的として、アイソパラメトリック四辺形要素を用いた有限プリズム要素法によって解析を行なった。解析は単鉄筋RC部材を対象として配筋部要素の配置による3次元効果や、状態Ⅱを想定して引張り部コンクリートの弾性係数を低下させた場合について検討を行なった。本解析の範囲内では配筋部要素の配置による3次元効果の位相速度分散曲線への影響は全くなく、またモードへの影響も $\lambda/H > 1.0$ では小さいことが明らかになった。また、状態Ⅱの場合に関しては複合合成梁と同様なモード分布を示すことが明らかとなった。尚、本研究は昭和61年度文部省科学研究費補助金（課題番号 62850089 代表 能町 純雄）を受けて行なったものである。

6. 参考文献

- 1) Abramson, H.N.; H.J. Plass, and E.A. Ripperger: Stress Wave Propagation in Rods and Beams, Advanced in Appl. Mech., p.111, 1958
- 2) 能町純雄, 角田与史雄, 岸徳光; 薄肉H型断面ばりの弾性波の位相速度について, 土木学会論文報告集 第244号, 1975, 12
- 3) 大島俊之, 三上修一, 能町純雄, 重清浩司; 複合材料中の応力波速度と構造物の健全度評価への応用, 構造工学論文集, Vol.32A 1983.3
- 4) 岸徳光, 松岡健一, 能町純雄; 単純支持された多層複合合成梁の横衝撃について, 材料 第34巻 第387号 P.1375~1381 1985.12