

# I-26 静水圧を受け矩形状谷に位置する フィルタイプダムの応力解析

|           |     |       |
|-----------|-----|-------|
| 室蘭工業大学大学院 | 学生員 | 永沢 親兼 |
| 北海道電力(株)  | 正員  | 西村 哲治 |
| 室蘭工業大学    | 正員  | 岸 徳光  |
| 室蘭工業大学    | 正員  | 松岡 健一 |
| 日本大学生産工学部 | 正員  | 能町 純雄 |

## 1. はじめに

フィルタイプダムの応力解析は、通常有限要素解析あるいは、くさび形の梁として解析が行われている。特に梁理論に関しては、物理探査試験などの現場実測、あるいは実験結果について剛性がダム堤体の深さ方向の指数乗に変化することが明らかになって以来、不均質せん断梁として解析がなされているようである。

著者等は、これまで矩形状の谷に位置するフィルタイプダムの固有振動解析を、曲げとせん断を考慮した不均質くさび形梁にモデル化して行った。解析結果より、谷幅を考慮した不均質せん断梁モデルを用いても通常の大ダムに属するフィルタイプダムの固有振動解析においては、工学的に十分な精度で解を得られることが明らかになっている。また、これらの検討結果に基づき、せん断変形のみを考慮して上下流方向の荷重のみが作用し、任意な谷形状を有するフィルタイプダム静的挙動の検討も行っている。しかしながら、フィルタイプダムのように上流側に緩やかな勾配を有するダムの場合、せん断変形のみを考慮する解析手法は、静水圧など鉛直方向成分を有する荷重に対して、動ダムの挙動を適切に評価することができない。

本論文では、静水圧のような分布荷重が作用する場合のフィルタイプダムの挙動を合理的に評価するために、せん断とさらに曲げ変形を考慮した基礎式の定式化を行い、矩形状の谷を仮定する場合について数値解析を試みた。なお、解析手法は動的解析と同様にダム高さ方向には差分法を、またダム軸方向にはFourier変換を用いている。

## 2. 解析法

### 2.1 矩形状谷の解析

図-1 に示すような矩形状谷を有するフィルタイプダムにおいて、座標軸  $x, y, z$  に対応する変位をそれぞれ  $u, v, w$  とする。

変位は  $y$  軸方向に平面保持を仮定して次のようにおく。

$$u = 0, \quad v = v(x, z)$$

$$w = w_0(x, z) + y \cdot \phi(x, z) \dots (1)$$

ここで、 $\phi(x, z)$  はダム堤体の回転角であり、さらに、座標と断面形状に関する無次元パラメータを次のように定義する。

$$\xi = x/h, \quad \eta = z/h, \quad \Gamma_h = h'/h$$

$$\Gamma_L = h/L, \quad \Gamma_B = H/B, \quad K' = h'/H \dots (2)$$

いま、図-2 で示される微小要素において、 $Q_z$ 、 $Q_x$  をそれぞれ  $z$  断面、 $x$  断面に作用する  $y$  軸方向の断面力、 $P_y$  は外荷重の  $y$  方向成分とすると、

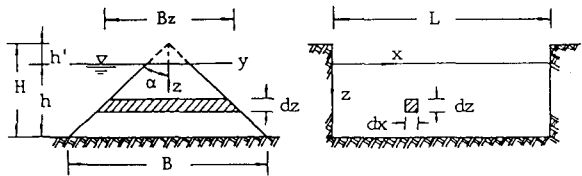


図-1 矩形状谷を有するダムの断面形状および座標軸

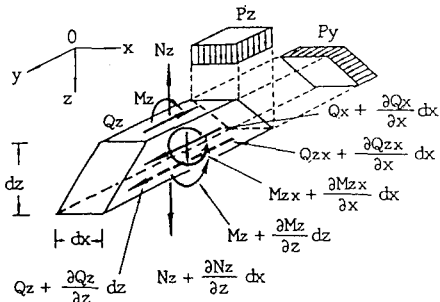


図-2 微小要素に作用する断面力及び外力

y 軸方向の力の釣合いは

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} = -P_y \quad \dots\dots(3)$$

同様に x 軸方向の力の釣り合い式は、上下流方向の堤幅を Bz、z 軸方向に作用する外荷重成分を Pz とすると

$$\frac{\partial M_{zx}}{\partial x} - Q_z + \frac{\partial M_z}{\partial z} = \frac{1}{2} B_z P_z \cdot \tan \alpha \quad \dots\dots(4)$$

また、Z 軸方向の力の釣り合い式は

$$\frac{\partial Q_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial N_z}{\partial z} = -P_z \tan \alpha \quad \dots\dots(5)$$

さらに、各断面力と変位の関係は次のように示されている。

$$Q_z = G_z B_z \left( \phi + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \dots\dots(6) \quad Q_x = G_z B_z \frac{\partial v}{\partial x} \quad \dots\dots(7)$$

$$M_{zx} = G_z I_z \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \dots\dots(8) \quad M_z = E_z I_z \frac{\partial v}{\partial z} \quad \dots\dots(9)$$

$$Q_{zx} = G_z B_z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \dots\dots(10) \quad N_z = E_z B_z \frac{\partial w_0}{\partial z} \quad \dots\dots(11)$$

ここで、Gz、Ez、Iz はそれぞれ z 断面におけるせん断弾性係数、弾性係数、断面 2 次モーメントである。

また、ポアソン比  $\nu$  を一定とし、弾性係数、せん断弾性係数を一般化して次式のように仮定する。

$$E_z = E_m \eta^n \quad G_z = G_m \eta^n \quad \dots\dots(12)$$

ただし、Em、Gm はそれぞれ堤体底部における値である。

式(3)～(5)に式(6)～(11)を代入し、x 軸方向に有限 Fourier 変換を施して、整理すると次式のようなダム状構造物に鉛直方向成分を含んだ静的荷重が作用する場合の基礎微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 V}{d \eta^2} + \left( n + \frac{\eta}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta} \frac{d V}{d \eta} - (m \pi r_L)^2 V \\ & + \frac{1}{\eta^2} \left[ \frac{d \Theta}{d \eta} + \left\{ (n-2) + \frac{\eta}{\eta + r_h} \right\} \frac{1}{\eta} \Theta \right] = - \frac{h \cdot r_B}{(\eta + r_h) \eta^n} P_y \quad \dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \Theta}{d \eta^2} - \left\{ (1-n) + \frac{3 r_h}{\eta + r_h} \right\} \frac{1}{\eta} \frac{d \Theta}{d \eta} - \left\{ (2n - \frac{6 r_h}{\eta + r_h}) + (m \pi r_L)^2 \frac{G_m}{E_m} \right\} \Theta \\ & = \frac{G_m}{E_m} \frac{1}{\mu \cdot r_B} \left( \frac{\eta}{\eta + r_h} \right)^2 \frac{1}{\eta} \left( \frac{\Theta}{\eta^2} + \frac{d V}{d \eta} \right) \\ & \quad + \frac{1}{2 r_B} \frac{G_m}{E_m} \frac{1}{\mu} (\eta + r_h) \frac{1}{\eta^n} P_z \cdot \tan \alpha \quad \dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 W}{d \eta^2} + \left( n + \frac{\eta}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta} \frac{d W}{d \eta} - (m \pi r_L)^2 \frac{G_m}{E_m} W \\ & = - \frac{G_m}{E_m} h r_B \cdot \tan \alpha \left( \frac{\eta}{\eta + r_h} \right) \frac{1}{\eta^{n+1}} P_z \quad \dots\dots(15) \end{aligned}$$

ただし、 $V = G_m \cdot S_m[v]$ 、 $\Theta = G_m h \eta^2 \cdot S_m[\phi]$ 、 $W = G_m \cdot S_m[w_0]$ 、 $P_y = S_m[Py]$ 、 $P_z = S_m[Pz]$ であり、 $S_m[ ]$ は有限Fourier Sine変換を施した像関数を意味している。なお、静的外力に関する像関数は静水圧を仮定しているので次式のように示される。

$$P_y = \frac{2L}{m\pi} Py, \quad P_z = \frac{2L}{m\pi} Pz \tag{16}$$

境界条件は次式で与えられる。

$$\text{ダム天端} (\eta = 0) \text{ で } Q_{z,m} = 0, M_{z,m} = 0, N_{z,m} = 0 \tag{17}$$

$$\text{ダム底部} (\eta = 1) \text{ で } V_m = 0, \Theta_m = 0, W_m = 0 \tag{18}$$

これらの境界条件式を用いて式(13)～(15)を解くのは困難なので、ここでは差分式に変換して解析を行なう。これにより、式(13)～(15)は次のようなmatrix式に整理できる。

$$[K_{zz}] \{\Theta\} + [K_{zx}] \{V\} = [P_{zx}] \{Py\} \tag{19}$$

$$[K_{\theta\theta}] \{\Theta\} + [K_{\theta z}] \{V\} = [P_{\theta z}] \{Pz\} \tag{20}$$

$$[K_w] \{W\} = [P_w] \{Pz\} \tag{21}$$

以上、 $\{V\}$ 、 $\{\Theta\}$ は式(19)、(20)を連立して解くことにより、さらに $\{W\}$ は式(21)から、求められる。

従って、未知変位量 $v$ 、 $\phi$ 、 $w_0$ は式(19)～(21)より得られた像関数 $\{V\}$ 、 $\{\Theta\}$ 、 $\{W\}$ を $x$ 軸方向に逆変換することにより求められる。

### 3. 精度の検討

#### (1) Fourier級数の項数及び分割数の検討

数値解析を行なうにあたり、Fourier級数の項数及び差分法にともなう分割数による精度の検討を行なった。

Fourier級数の項数については、表-1に示すように $n=0, 2/3$ の2caseについて $x=L/2$ 、 $L/4$ における変位 $v$ を計算することにより検討を行なった。

表は、形状パラメータを $B/H=4.0$ 、 $K'=0.0$ とし、 $L/H=3.0$ (a表)、 $L/H=10.0$ (b表)の2通りについて解析した結果を示している。なお、差分法による分割数は、分割数の検討を項数の検討後に行なうため、ここでは過去の研究の実績等を考慮して40とした。表より $L/H=3.0$ の収束は早いが、 $L/H=10.0$ の場合では遅いようである。このような結果より、本解析においてはFourier級数の項数を21項まで考慮して解析することとした。

表-2は差分法による $z$ 軸方向の分割数の検討を行なうために $n=2/3$ と一定にし、 $L/H=0.5, 1.0, 3.0$ の3caseについて解析した結果をまとめたものである。表より、本解析では分割数を40として解析することとした。なお、数値解析結果はデータの汎用性をもたせるために全て無次元化して整理している。ここで $\tau w$ は

| Fourier級数の項数 (m) | n = 0   |         | n = 2/3 |         |
|------------------|---------|---------|---------|---------|
|                  | x = L/2 | x = L/4 | x = L/2 | x = L/4 |
| 1                | 0.0222  | 0.0157  | 0.0382  | 0.0270  |
| 5                | 0.0215  | 0.0163  | 0.0351  | 0.0293  |
| 11               | 0.0218  | 0.0163  | 0.0353  | 0.0293  |
| 15               | 0.0218  | 0.0164  | 0.0352  | 0.0293  |
| 21               | 0.0217  | 0.0164  | 0.0352  | 0.0293  |
| 25               | 0.0217  | 0.0164  | 0.0352  | 0.0293  |
| 31               | 0.0218  | 0.0164  | 0.0352  | 0.0293  |

(a) in case of  $B/H=4.0$ ,  $L/H=3.0$  and  $K'=0.0$

| Fourier級数の項数 (m) | n = 0   |         | n = 2/3 |         |
|------------------|---------|---------|---------|---------|
|                  | x = L/2 | x = L/4 | x = L/2 | x = L/4 |
| 1                | 0.0305  | 0.0216  | 0.0465  | 0.0328  |
| 5                | 0.0256  | 0.0272  | 0.0392  | 0.0380  |
| 11               | 0.0249  | 0.0245  | 0.0370  | 0.0374  |
| 15               | 0.0247  | 0.0245  | 0.0372  | 0.0372  |
| 21               | 0.0247  | 0.0246  | 0.0372  | 0.0372  |
| 25               | 0.0247  | 0.0246  | 0.0372  | 0.0372  |
| 31               | 0.0248  | 0.0247  | 0.0372  | 0.0372  |

(b) in case of  $B/H=4.0$ ,  $L/H=10.0$  and  $K'=0.0$

表-1 Fourier級数の項数の検討

水の単位体積重量、 $h$ は切頭くさび形梁の高さ、 $G_m$ は切頭くさび形梁の底部のせん断弾性係数である。  
また、水圧は静水圧の水平方向と鉛直方向を考慮し、満水状態を想定している。

(2) 各種理論による均質くさび形梁の解析結果の比較・検討

図一3は梁の剛性が一樣( $n=0$ )で切頭がない場合( $K'=0$ )について本解析法(曲げとせん断を考慮した理論)と他の理論(せん断梁理論、有限要素法等)の解析結果の比較を行なったものである。

図一3は梁の横断面形状を $\tan\alpha=B/(2H)$ (上・下流側断面勾配が等しい場合)として、解析した結果を示したものである。図より $B/5H=0.2$ 前後より $5H/B=0.0$ の範囲においてはせん断梁理論による解析結果が一番大きい値を示しており、以下有限要素法、曲げとせん断を考慮した理論、二次元弾性理論となっている。また、 $B/5H=0.2$ 前後より $5H/B=0.8$ 前後の範囲において、曲げとせん断を考慮した理論は二次元弾性理論とはほぼ同じ値を示していることがわかる。一方、曲げとせん断を考慮した理論、せん断梁理論、有限要素法による解析結果は $B$ の増加とともに変位が減少し、 $B$ が無限大で変位は零に収束しているが、二次元弾性理論による解析結果では $5H/B=0.8$ 前後で変位が零となり、それ以降は負の方向に変位が増大していくようである。

いずれにしても、せん断梁理論は鉛直方向荷重成分が無視された形となるため、変形が大きくなるものと考えられるが、曲げとせん断を考慮した本解析理論は有限要素法と二次元弾性理論による解析結果の中間的な分布となっており、ほぼ妥当なものであると考えられる。

#### 4. 数値解析結果及び考察

(1) 不均質切頭くさび形梁の横断面形状による影響

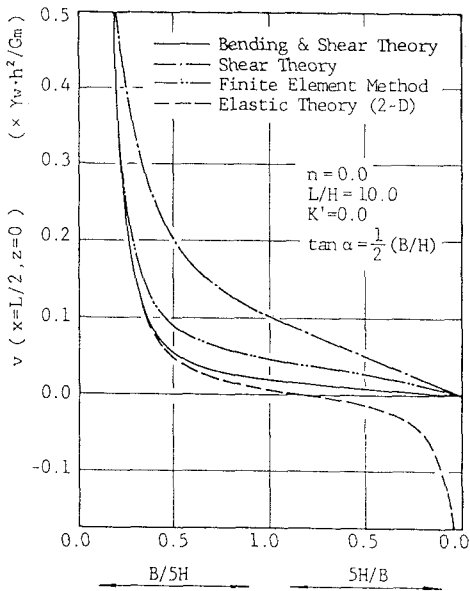
横断面形状による影響を検討するために、 $B/H=4.0, L/H=3.0, K'=0.0$ と主パラメータを固定し、 $\tan\alpha$ を変化させて解析を行なった。

図一4には $\tan\alpha$ あるいは剛性指数 $n$ を変化させた時のダム中央部の上下流方向変位 $v$ の分布について示している。 $\tan\alpha=0.0$ の場合は静水圧の水平方向成分のみを考慮した場合を意味しており、 $\tan\alpha$ が大きくなるにつれて静水圧

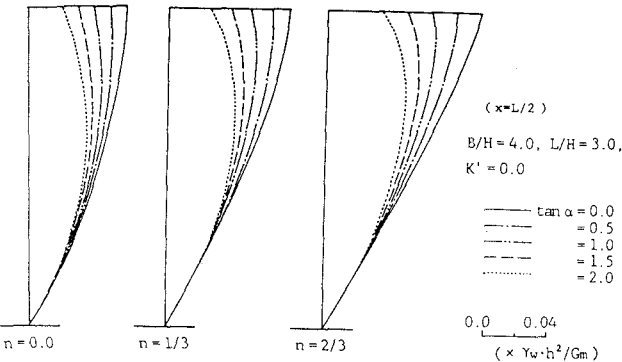
| 分割数 (N) | L/H=0.5 | L/H=1.0 | L/H=3.0 |
|---------|---------|---------|---------|
| 5       | -0.0006 | 0.0102  | 0.0352  |
| 10      | -0.0012 | 0.0097  | 0.0353  |
| 20      | -0.0011 | 0.0098  | 0.0352  |
| 30      | -0.0011 | 0.0098  | 0.0352  |
| 40      | -0.0011 | 0.0098  | 0.0352  |
| 50      | -0.0011 | 0.0098  | 0.0352  |

( $\gamma_w \cdot h^2 / G_m$ )

表一2 差分法による分割数の検討



図一3 各種理論による解析結果の比較  
( $\tan\alpha=B/(2H)$ )



図一4 (a)  $\tan\alpha$ を変化させた場合の  
ダム中央部上下流方向変位分布 (剛性指数別)

の鉛直方向成分が大きくなることを意味している。

図-4 (a)は $\tan\alpha=0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ と変化させたときの変位分布の変化を剛性指数別に示したものである。図より $\tan\alpha=0.0$  の場合はほぼせん断変形的な分布を示し、 $\tan\alpha$  が大きくなるにつれて曲げ変形が卓越していることがわかる。また、剛性指数 $n$ に関しては $n$ の減少とともに変形分布も小さなものとなっている。

一方、図-4 (b)は $n=0, 1/3, 2/3$ と変化させたときの変位分布の変化を $\tan\alpha$ 別に示したものである。図より、 $\tan\alpha$ の増加とともに、曲げ変形の卓越している状態が図-4 (a)よりも明確に示されている。特に、 $n=2/3$  の場合に言及すると $\tan\alpha=2.0$ の場合  $\tan\alpha=0.0$ の場合に比較して天端で半分以下の変位になっており、鉛直方向の荷重成分による効果が十分示されているものと考えられる。

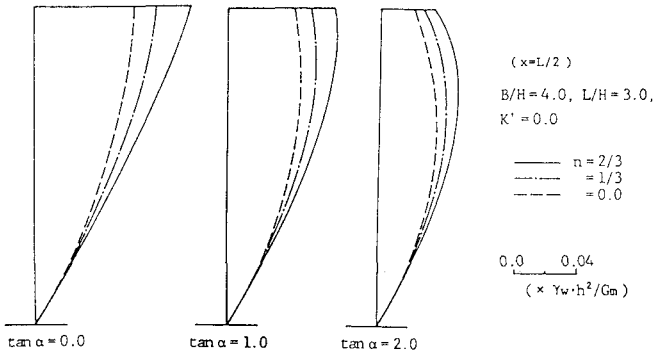


図-4 (b) 剛性指数を変化させた場合の  
ダム中央部上下流方向変位分布 ( $\tan\alpha$ 別)

(2) 不均質切頭くさび形梁の底幅(B)による影響

図-5は梁の底幅 $B$ の変化によるダム中央部天端 ( $x=L/2, z=0$ )における変位 $v$ の変化を示したものである。解析は  $L/H=3.0, K'=0.0, \tan\alpha=B/(2H)$  (上・下流側法面勾配が等しい場合)とし、 $n=0, 1/3, 2/3$ の3caseについて行なった。図より、剛性指数が小さいほど、また $B$ が大きいほど変位は小さくなっているのがわかる。さらに、 $5H/B \leq 0.5$  では剛性指数による影響はほとんど見られず、いずれの場合もほぼ同じ値を示しているのがわかる。

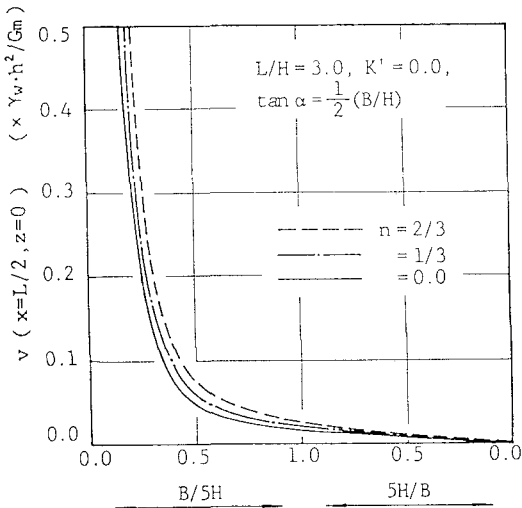


図-5 底幅・剛性指数の変化による  
ダム中央部天端変位  $v (x=L/2, z=0)$  の変化

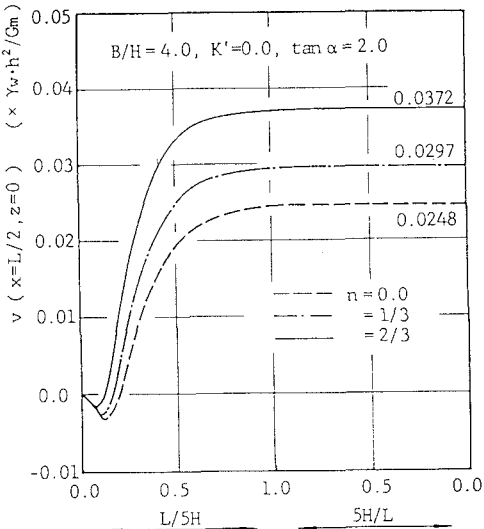


図-6 谷幅・剛性指数の変化による  
ダム中央部天端変位  $v (x=L/2, z=0)$  の変化

### (3) 谷幅(L)による影響

図一6は谷幅Lを変化させたときのダム中央部天端( $x=L/2, z=0$ )における変位 $v$ の変化を示したものである。解析は、 $B/H=4.0, K'=0.0, \tan \alpha=2.0$ とし $n=0, 1/3, 2/3$ の3 caseについて示したものである。図より、 $n=0$ の場合では $L/5H \approx 0.0 \sim 0.2$ の範囲において負の方向への変形が見られる。この範囲は、 $n=1/3$ の場合では $L/5H \approx 0.0 \sim 0.15$ 、 $n=2/3$ の場合では $L/5H \approx 0.0 \sim 0.1$ と剛性指数が大きくなるにつれて変位は小さくなっていくようである。通常、多く建設されているような $L/H=3$ 程度のダムの場合、谷部拘束による影響が比較的大きく示され、谷幅を考慮した解析が必要であるものと考えられる。一方、 $L/5H=1.0$ ではほぼ谷幅無限大の場合の変位と等しくなっており、単純なくさび形梁で解析可能であることを示唆しているものと考えられる。

### 5. おわりに

矩形状の谷に位置するフィルタイプダムに、静水圧が作用した場合の挙動を精度よく解明することを目的として、曲げとせん断変形を考慮した不均質くさび形梁の基礎微分方程式の定式化を行なった。

解析はダム軸方向に有限Fourier変換、ダム高さ方向に有限差分法を用いて他理論との比較を行ない、妥当性を確認して数値計算を試みた。解析理論は平面保持仮定に基づく梁理論を基本としているため、特に法面勾配がある程度以上緩やかになる場合はその適用性にも問題があるものと考えられるが、ここでは解析仮定が常に成り立つものとしてダムの主パラメータである $B/H, L/H, n$ を種々変化させて、特にダム中央部の変形に着目して整理を行なった。

### 参考文献

- 1) Gazetas, G. : A new dynamic model for earth dams evaluated through case histories., Soils and Foundations, Vol.24, No.1, 1981.3.
- 2) 大町達夫・時松孝次 : 3次元フィルダムの振動解析手法のための実用的モデル, 土木学会論文報告集, 第328号, 1982.12.
- 3) 大町達夫・時松孝次 : フィルダムの実用的3次元地震応答解析手法の定式化, 土木学会論文報告集, 第333号, 1983.5.
- 4) 岸徳光・松岡健一・能町純雄 : フィルダムの固有振動モードの検討, 土木学会北海道支部論文報告集, 第41号, 1985.2.
- 5) 岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 曲げとせん断を考慮した2次元切頭くさび形梁モデルを用いたフィルダムの固有振動数解析, 構造工学論文集, Vol.31A, 1985.3.
- 6) 西村哲治・岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 矩形谷に位置するフィルタイプダムの静的三次元解析について, 土木学会第41回年次学術講演会講演概要集, 第1部, 1986.11.
- 7) 西村哲治・岸徳光・松岡健一・能町純雄 : 任意形状の谷に位置するロックフィルダムの応力解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第43号, 1987.2.