

I-25 大型円形鋼管矢板構造の力学的挙動

室蘭工業大学	学生員	磯田 正勝
室蘭工業大学	正員	松岡 健一
室蘭工業大学	正員	岸 徳光
日本大学生産工学部	正員	能町 純雄
苫小牧高専	正員	澤田 知之

1. はじめに

鋼管矢板構造は、施工が容易であり、経済的であるなど、施工上の有利さから、また、外力に対する抵抗性が大きく、水密性とすることも可能なことから、橋梁の基礎など大きな鉛直・水平抵抗を要求される重量構造物の基礎や、仮締切工など施工中、あるいは完成後水密性を要求される基礎などに数多く用いられてきている。

鋼管矢板構造は、鋼矢板を一体として作用させることによって大きな水平抵抗を持たせるもので、この合成効率の確保のため施工上、継手や頭部の処理に注意が必要であり、また解析上もこの点に関する合理的な処理が必要となる。しかしながら、鋼管矢板構造の設計は、現在のところ矢板の合成効率を考慮して全体的に解析する方法で行なわれており¹⁾、この方法では集中外力や部分的な分布荷重などの局部的な力や地震力などの偏圧に対して十分正確に評価することは困難である。

本研究は、著者らが以前に提案している、鋼管矢板構造の解析理論を用いて²⁾、局部的な外力を受ける円形鋼管矢板構造の力学的挙動を明らかにし、合成効率に及ぼす継手剛性の影響を検討することを目的としている。

2. 基本微分差分方程式の誘導

鋼管矢板構造の解析に当たって、鋼管は曲げ及びねじりを受ける棒構造とし、継手部は力学的バネを考えた矢板相互の力の伝達を行なうものとする。

今、図-1のように円形に配置された鋼管矢板構造を考え、鋼管の中心の変位を u , v , w , θ とすれば継手部の変位 u_r^r , u_r^l , v_r^r , v_r^l , w_r^r , w_r^l は、

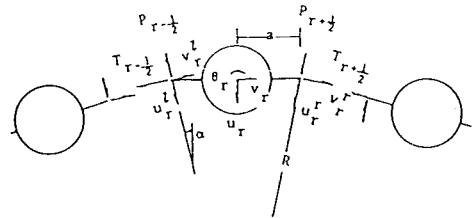


図-1 鋼管矢板モデル

$$\begin{aligned}
 u_r^r &= (u_r + a\theta_r) \cos\alpha - v_r \sin\alpha, & u_r^l &= (u_r - a\theta_r) \cos\alpha + v_r \sin\alpha, \\
 v_r^r &= (u_r + a\theta_r) \sin\alpha + v_r \cos\alpha, & v_r^l &= (a\theta_r - u_r) \sin\alpha + v_r \cos\alpha, \\
 w_r^r &= w_r - a\dot{v}_r, & w_r^l &= w_r + a\dot{v}_r.
 \end{aligned} \tag{1}$$

また、変位差にバネ定数 K_n , K_t , K_s を乗じたものを節点力とおくと、その関係は次式の様に表される。

$$\begin{aligned}
 P_{r+1/2} &= K_n (u_{r+1}^l - u_r^r), & T_{r+1/2} &= K_t (v_{r+1}^l - v_r^r), \\
 S_{r+1/2} &= K_s (w_{r+1}^l - w_r^r).
 \end{aligned} \tag{2}$$

図-2を参考にして継手部の節点力と鋼管の変形の関係を示せば

$$EI\ddot{u}_r + KDu_r = N_r + \Delta P_{r-\frac{1}{2}} \cos \alpha + VT_{r-\frac{1}{2}} \sin \alpha, \quad (3)$$

$$EI\ddot{v}_r + Kdv_r = T_r - VP_{r-\frac{1}{2}} \sin \alpha + \Delta T_{r-\frac{1}{2}} \cos \alpha + aVS_{r-\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

$$GJ\ddot{\theta}_r = -M_r - VP_{r-\frac{1}{2}} a \cos \alpha - \Delta T_{r-\frac{1}{2}} a \sin \alpha, \quad (5)$$

$$EA\ddot{w}_r = -P_r - \Delta S_{r-\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

ここに、 N_r 、 T_r 、 M_r 、 P_r は鋼管矢板に作用する外力である。

3. 基本微分差分方程式のフーリエ定和分および有限フーリエ変換による解法

円形に配置された鋼管矢板構造の解析は、式(3)～(6)の連立微分差分方程式を解くことで求められるが、このような規則的な構造物の解析にはフーリエ定和分変換や有限フーリエ変換が有効であることがすでに明らかであるので、ここで

は、円周方向にはフーリエ定和分変換、軸方向には有限フーリエ変換を用いて解く方法によって解析する。

(詳しくは、文献 3, 4 を参照)

まず、式(3)～(6)に式(1)、(2)を代入し、式(3)、(6)を $\cos(i\pi r/n)$ 、式(4)、(5)を $\sin(i\pi r/n)$ を核とするフーリエ定和分変換を行なう。次に式(3)～(5)は $\sin(m\pi z/l)$ 、式(6)は $\cos(m\pi z/l)$ を核とし、 $0 \leq z \leq l$ で有限フーリエ変換を行なうと

$$\begin{aligned} & [EI\gamma_m^4 + \{KD + K_n D_i \cos^2 \alpha + K_t (4 - D_i) \sin^2 \alpha\}] S_m R_i [u_r] - (K_n + K_t) 2S \sin \cos \\ & - 2(K_n + K_t) S_i \sin \alpha \cos \alpha S_m S_i [v_r] + (K_n \cos^2 \alpha - K_t \sin^2 \alpha) D \cdot S_i S_m S_i [\theta_r] \\ & = S_m R_i [N_r] + EI\gamma_m^3 \{U_{0i} - (-1)^m U_{1i}\} - EI\gamma_m \{\ddot{U}_{0i} - (-1)^m \ddot{U}_{1i}\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & -2(K_n + K_t) S_i \sin \alpha \cos \alpha S_m R_i [u_r] + \{EI\gamma_m^4 + K_s (4 - D_i) a^2 \gamma^2 + Kd + K_t D_i \cos^2 \alpha \\ & + K_n (4 - D_i) \sin^2 \alpha\} S_m S_i [v_r] - \{K_n (4 - D_i) - K_t D_i\} a \cdot \sin \alpha \cos \alpha S_m S_i [\theta_r] \\ & - K_s D \cdot S_i \gamma_m C_m R_i [w_r] = S_m S_i [T_r] + \{EI\gamma_m^3 + K_s (4 - D_i) a^2 \gamma_m\} \{V_{0i} \\ & - (-1)^m V_{1i}\} - EI\gamma_m \{\ddot{V}_{0i} - (-1)^m \ddot{V}_{1i}\}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & (K_n \cos^2 \alpha - K_t \sin^2 \alpha) D \cdot S_i S_m R_i [u_r] - \{K_n (4 - D_i) - K_t D_i\} a \cdot \sin \alpha \cos \alpha S_m S_i [v_r] \\ & + \{GJ\gamma_m^2 + K_n (4 - D_i) a^2 \cos^2 \alpha + K_t D_i a^2 \sin^2 \alpha\} S_m S_i [\theta_r] \\ & = S_m S_i [M_r] + GJ\gamma_m \{\theta_{0i} - (-1)^m \theta_{1i}\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & -K_s D \cdot S_i \gamma_m S_m S_i [v_r] + (EA\gamma_m^2 + K_s D_i) C_m R_i [w_r] \\ & = C_m R_i [P_r] - K_s D \cdot S_i \{V_{0i} - (-1)^m V_{1i}\} - EA\{\ddot{W}_{0i} - (-1)^m \ddot{W}_{1i}\}. \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 $i=0, 2, 4, \dots, n$, $m=1, 2, 3, \dots$ $D_i = 2(1 - \cos \frac{i\pi}{n})$, $S_i = \sin \frac{i\pi}{n}$, $\gamma_m = \frac{m\pi}{l}$ であり

$$R_i[f_r] = \sum_{r=1}^n f_r \cos \frac{i\pi r}{n}, \quad S_i[f_r] = \sum_{r=1}^n f_r \sin \frac{i\pi r}{n}.$$

$$C_m[f_r] = \int_0^l f_r \cos \frac{m\pi z}{l} dz, \quad S_m[f_r] = \int_0^l f_r \sin \frac{m\pi z}{l} dz.$$

式(10)で、 $m=0$ のときは、

$$K_s D_i C_0 R_i [w_r] = C_0 R_i [P_r] - K_s D \cdot S_i \{V_{0i} - V_{1i}\} - EA\{W_{0i} - W_{1i}\}. \quad (11)$$

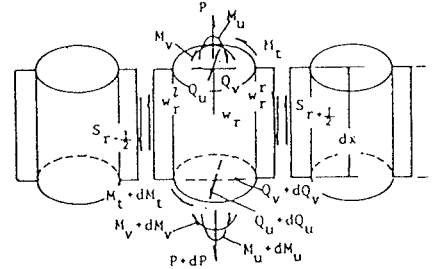


図-2 断面力

上式中の、 U_{0i} , V_{0i} などは、それぞれ境界の物理量であり、次のようにおいたものである。

$$\begin{aligned} U_{0i} &= R_i[u_r(0)], \quad U_{1i} = R_i[u_r(l)], \quad \ddot{U}_{0i} = R_i[\ddot{u}_r(0)], \quad \ddot{U}_{1i} = R_i[\ddot{u}_r(l)], \\ V_{0i} &= S_i[v_r(0)], \quad V_{1i} = S_i[v_r(l)], \quad \ddot{V}_{0i} = S_i[\ddot{v}_r(0)], \quad \ddot{V}_{1i} = S_i[\ddot{v}_r(l)], \\ \Theta_{0i} &= S_i[\theta_r(0)], \quad \Theta_{1i} = S_i[\theta_r(l)], \quad \dot{W}_{0i} = R_i[\dot{w}_r(0)], \quad \dot{W}_{1i} = R_i[\dot{w}_r(l)]. \end{aligned}$$

これらの未知定数は、境界条件により決定する定数である。

式(7)～(10)を解き、これを有限フーリエ逆変換およびフーリエ定和分逆変換することにより、各変位を求めることができる。

4. 境界条件

鋼管矢板構造の解析は、鋼管矢板を、地盤条件や構造条件の変化する部分で分割し、3. で述べた解を重ね合せ、各境界条件を満足するように、未知定数を決定することにより行なわれる。

ここでは、一つの例として、鋼管の一部が、一様な地盤中に埋め込まれ矢板頂部をはりで補強した場合について考える。矢板頂部の補強ばりは、鋼管矢板構造断面方向の曲げと軸力のみを考慮するものとする。

補強ばりの断面2次モーメントおよび断面積を I_b , A_b として、補強ばりと鋼管は点で継ながれ半径方向の力のみ伝達するものとする。したがって、補強ばりを折線で近似し、節点でのつり合い式を定和分変換すれば

$$(6-D_i)S_i[\phi_r] + \frac{6}{\lambda} \cos \alpha \cdot S_i R_i[u_{br}] - \frac{3}{\lambda} \sin \alpha (4-D_i)S_i[v_{br}] = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} -\frac{6I_b}{A_b \lambda} \sin \alpha (4-D_i)S_i[\phi_r] - (1 + \frac{12I_b}{A_b \lambda^2}) \sin \alpha \cdot S_i R_i[u_{br}] \\ + \{D_i \cos^2 \alpha + \frac{12I_b}{A_b \lambda^2} (4-D_i) \sin^2 \alpha\} S_i[v_{br}] = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} -\frac{12EI}{\lambda^2} S_i \cos \alpha S_i[\phi_r] - \{ \frac{12EI_b}{\lambda^3} D_i \cos^2 \alpha + \frac{EAb}{\lambda} \sin^2 \alpha (4-D_i) \} R_i[u_{br}] \\ + (\frac{12EI_b}{\lambda^3} + \frac{EAb}{\lambda}) S_i \sin^2 \alpha S_i[v_{br}] + R_i[N_r] = R_i[N_r]. \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 λ : 節点間の長さ、 U_{br} , V_{br} , ϕ_r : 補強ばりの半径方向、接線方向変位およびたわみ角、 N_r^0 : r 節点に作用する集中外力、 N_r : 鋼管に作用する半径方向力。さらに、 $U_{br} = U_r(0)$ であるから式(12), (13)から $S_i[\phi_r]$ と $S_i[V_{br}]$ を求め式(14)に代入して、 N_r を $R_i[U_{br}]$ と外力で与えることができる。

今、鋼管矢板構造の地盤上および地盤中の諸値をそれぞれ添字 1, 2 を付けて表わすものとするれば、この時の境界条件は、

I) 矢板頂部 ($z_1 = 0$) では、

$$\begin{aligned} M_{u_1} = 0, \quad \ddot{U}_{0i1} = 0, \quad M_{v_1} = 0, \quad \ddot{V}_{0i1} = 0, \quad M_{t_1} = 0, \quad \Theta_{0i1} = 0, \\ Q_{u_1} = N_r, \quad Q_{v_1} = 0, \quad P = 0, \quad \dot{W}_{0i1} = 0. \end{aligned}$$

II) 地盤面 ($z_1 = l_1, z_2 = 0$) では変形が全て連続するものとし、

$$\begin{aligned} U_{1i1} = U_{0i2}, \quad \dot{U}_{1i1} = \dot{U}_{0i2}, \quad \ddot{U}_{1i1} = \ddot{U}_{0i2}, \quad \ddot{U}_{1i1} = \ddot{U}_{0i2}, \quad V_{1i1} = V_{0i2}, \quad \dot{V}_{1i1} = \dot{V}_{0i2}, \\ \ddot{V}_{1i1} = \ddot{V}_{0i2}, \quad \ddot{V}_{1i1} = \ddot{V}_{0i2}, \quad \Theta_{1i1} = \Theta_{0i2}, \quad \dot{\Theta}_{1i1} = \dot{\Theta}_{0i2}, \quad W_{1i1} = W_{0i2}, \quad \dot{W}_{1i1} = \dot{W}_{0i2}. \end{aligned}$$

III) 矢板先端部 ($z_2 = l_2$) では、固定されているとすれば、

$$U_{1i2} = \dot{U}_{1i2} = V_{1i2} = \dot{V}_{1i2} = \dot{\Theta}_{1i2} = W_{1i2} = 0.$$

となり、これらの条件から境界未知量が決定され、解析することができる。

5. 数値解析例

数値解析例として、 $l_1 = 16.0 \text{ m}$ 、 $l_2 = 19.0 \text{ m}$ 、鋼管の外径 100.0 cm 、肉厚 1.4 cm 、鋼管中心から継手までの長さ $a = 62 \text{ cm}$ 、地盤の水平地盤反力係数 $k_2 = k_2' = 1.21 \text{ Kg/cm}^3$ 、補強ばりの剛性を $I_b = 1.0 \times 10^{-4} \text{ cm}^4$ 、 $A_b = 1.0 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ として、鋼管本数 $n = 10, 40, 80, 120$ 本に対して、次の4ケースの場合について計算を行なった。

i) Case-I

$Kn = 100.0 \text{ Kg/cm}^2$ 、 $Kt = 10 \text{ Kn}$ 、 $Ks = 1.0 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ で、Ring beam を考えない場合

ii) Case-II

$Kn = 100.0 \text{ Kg/cm}^2$ 、 $Kt = 10 \text{ Kn}$ 、 $Ks = 1.0 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$ で、Ring beam を考えた場合

iii) Case-III

$Kn = 100.0 \text{ Kg/cm}^2$ 、 $Kt = 10 \text{ Kn}$ 、 $Ks = 10.0 \text{ Kg/cm}^2$ で、Ring beam を考えた場合

iv) Case-IV

$Kn = 100.0 \text{ Kg/cm}^2$ 、 $Kt = 10 \text{ Kn}$ 、 $Ks = 1.0 \times 10 \text{ Kg/cm}^2$ で、Ring beam を考えた場合

また荷重条件は、矢板頂部に外力が作用する場合を考え、単位荷重(10t)が頂部に作用するものとする。

図-4～7は、鋼管杭の本数に対する最大変位、最大曲げモーメントを各ケースについて示したものである。図-4はCase-Iの場合、同様に図-5, 6, 7はそれぞれCase-II, III, IVの場合である。

図-4から、Ring beam がない場合には、鋼管杭が20本をこえるあたりから、変位が大きくなっているのがわかる。これより、杭の本数があまり多くないと、Ring beam を取付けなくても各杭に力が分散し、杭1本あたりの変位がそれ程大きくならないものと思われる。逆に杭の本数が多くなるにつれて、荷重が作用している杭及びその近隣の杭が荷重の影響を強く受け、局部的な大変形となる為、変位が大きくなるものと思われる。曲げモーメントについては、杭の本数によらずほぼ一定である。

また、図-5, 6, 7より、Ring beam を取付けた場

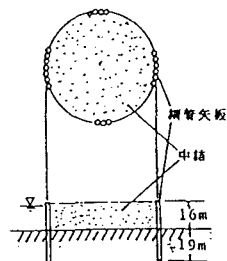


図-3 解析モデル

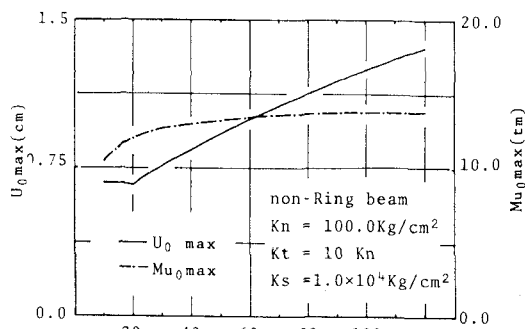


図-4 杭の本数と変位および曲げモーメントの関係 (Case-I)

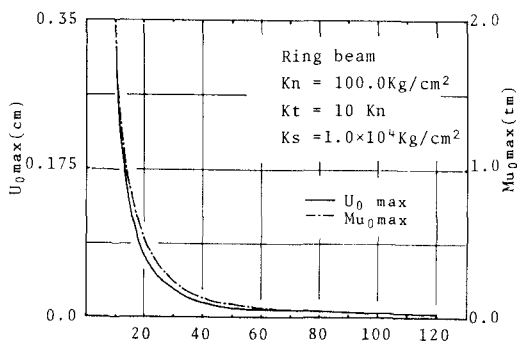


図-5 杭の本数と変位および曲げモーメントの関係 (Case-II)

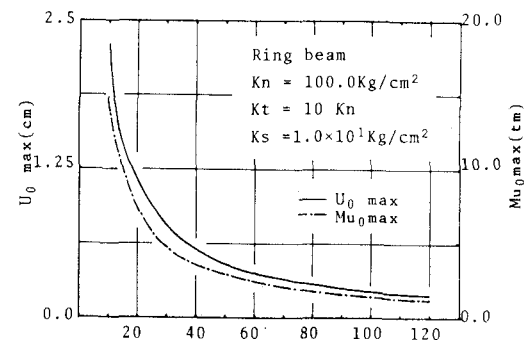


図-6 杭の本数と変位および曲げモーメントの関係 (Case-III)

合にはK s の値が大きい程、杭の本数が多くなるにつれて変位、曲げモーメントともに著しく小さくなり、Ring beam の効果が大きいことがわかる。

更に、Case-Ⅱ,Ⅲ,Ⅳについて合成効率を算出し、比較検討を行なうことにする。この合成効率 μ は次式に示すように、継手管せん断剛性の曲げ剛性 EI への影響として評価しようとした補正係数であり、表-1に示すような値となった。

$$EsI_V = Es \left(\sum_{i=1}^n I_{0i} + \mu \sum_{i=1}^n A_{0i} y_i^2 \right)$$

右の表より、K s = 10.0 Kg/cm² では合成効率はかなり小さくなり、K s を大きくするにつれて合成効率の値が大きくなっている。また、鋼管矢板の継手のバネ剛性を一定としても、矢板本数（鋼管矢板構造の大きさ）により、合成効率に大きな差異が生じていることが明らかである。

このことは、継手の構造や施工方法が同一であったとしても、構造全体の合成効率を考える場合には、構造の大きさも考慮する必要があることを示している。

右の表では、本来、合成効率 μ は1が最大であるのに、1より大きな値となっているものがあるが、これは埋込部を弾性床上的のりとしていることによる影響であり、地盤の水平地盤反力係数をかなり大きくとり、同様に合成効率を算出すると μ が1より小さな値となることからそのことが言える。

6. まとめ

鋼管矢板構造の解析を行なうために、鋼管をはり要素とし、継手をバネ結合として力の伝達を行なうとして定式化を行ない、有限フーリエ変換とフーリエ定和分変換を用いる解法を示し、鋼管の本数・継手の軸方向のバネ剛性をいろいろ変えて、鋼管矢板構造の解析例を示した。

数値解析例はあまり多くないが、ここに示したような解析結果から次のことが明らかになった。

- 1) 個々の鋼管の変位、曲げモーメントの均等化のために、Ring beam の補強は、鋼管の本数が多くなる程、非常に効果がある。
- 2) 鋼管の本数があまり多くない場合（20本以下）では、Ring beam の補強を行なわなくても、各鋼管に力が分散してそれ程変位が大きな値とならない。
- 3) 合成効率 μ の値は継手の軸方向のバネ剛性に大きく依存している。
- 4) Ring beam での補強とともに継手の軸方向のバネ剛性を増加することにより集中外力に対する抵抗力は飛躍的に増大する。
- 5) 合成効率の評価には、継手の構造や施工方法の他に、構造の大きさも考慮する必要がある。

今後、地震力のような一方向分布力に対しても同様の計算を行ない、集中外力の場合と比較・検討をする予定である。

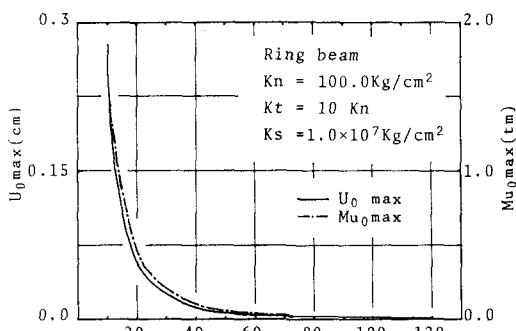


図-7 杭の本数と変位および曲げモーメントの関係 (Case - Ⅳ)

N	10	40	80	120
Case-Ⅱ	1.14	0.73	0.25	0.08
Case-Ⅲ	0.03	0.004	0.001	0.001
Case-Ⅳ	1.24	1.10	0.66	0.17

表-1 各ケースにおける合成効率

参考文献

- 1) 日本道路協会：鋼管矢板基礎指針・同解説、1984.
- 2) 澤田知之，能町純雄：継手のヒンヂ効果を考慮した井筒基礎構造の応力解析について、苫小牧高専紀要、第15号，pp.75～94，1980.
- 3) Nomachi S.G. and K.G.Matsuoka : Applications of Finite Fourier Integration Transforms for Structural Mechanics, Proc. of 20th Japan National Congress for Applied Mechanics, pp.117～123, 1970.
- 4) Nomachi S. : On one Method for Solving Three-Dimensional Stress Problems by Means of Finite Fourier Transforms, Mem. of Muroran Inst. of Tech., Vol.3, No.1, pp.167～191, 1958.