

I-22 帯状内圧を受ける横等方性有限円筒の応力解析

北見工業大学 正員 奥村 勇

1. 緒 言

最近では、異方性体の3次元弾性問題に関する研究が幾つか見受けられる様になった。異方性体の中でも、横等方性体については、古くから Lekhnitskii¹⁾の応力関数、Elliott²⁾の解及び Lodge³⁾の解が良く知られている。Elliottの解は、四つの弾性定数から成る2次方程式の二つの根に立脚した巧みな解であるが、2次方程式の根が等根になる場合には、解が縮退するという短所を有している。Lodgeの解は、等方性体に関する Boussinesqの第2基本解に対応した解であり、非軸対称問題には、極めて重要な解である。Elliottの解は、横等方性体の境界値問題に最も応用し易い解の様であり、多くの研究者によって用いられている。Levineと Klosner⁴⁾は、帯状荷重を受ける無限円柱を解析し、Atsumiと Itou^{5), 6)}は、球かの有る無限スラブ及び無限円柱を解析している。笠野等⁷⁾は、線荷重を受ける無限円筒を解析し、Mirsky⁸⁾及び Chen⁹⁾は、無限円柱の動的問題を解析している。これらの研究は、いずれも、Elliottの解を用いた軸対称問題である。Chandrashekaraと Gopalakrishnan¹⁰⁾は、Lekhnitskiiの応力関数を用いて、無限多層円筒殻の軸対称問題を解析している。

上述した様に、Elliottの解は、種々の境界値問題に応用されているが、有限体、例えば、有限円筒、直方体或いは有限厚板の3次元弾性問題には、現時点でも、あまり応用されていない様である。その理由は、明らかではないが、有限体を解析するためには、Elliottの解に含まれるポテンシャル関数の個数が、一見不足して見えることが一つの理由と考えられる。著者は、先に、Elliottの解に含まれる前述した短所とこの見掛け上の短所とを補う解として、Elliottの解を一般化した解¹¹⁾を提案した。本論文は、その解を用いて、帯状内圧を受ける横等方性有限円筒の軸対称応力解析を行い、応力性状及びそれに及ぼす異方性の効果を明らかにするものである。

2. 横等方性弾性問題の軸対称解

円柱座標 (r, θ, z) における Elliottの解を一般化した解¹¹⁾を軸対称問題に限定すれば、横等方性弾性問題の軸対称解は、変位成分 u_r 及び u_z で次のように表わされる。

$$u_r = \frac{\partial}{\partial r} \left[\phi_{01} + \phi_{03} + \tau_1 \left(r \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + z \frac{\partial \phi_3}{\partial z} \right) - \tau_2 \phi_1 - \tau_3 \phi_3 \right] \quad (1.a)$$

$$u_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[k_1 \phi_{01} + k_2 \phi_{03} + \tau_1 \left(k_1 r \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + k_2 z \frac{\partial \phi_3}{\partial z} \right) - k_1 \tau_3 \phi_1 - k_2 \tau_2 \phi_3 \right] \quad (1.b)$$

ここで、

$$\nabla_1^2 \phi_{01} + \nu_1 \frac{\partial^2 \phi_{01}}{\partial z^2} = 0, \quad \nabla_1^2 \phi_{03} + \nu_2 \frac{\partial^2 \phi_{03}}{\partial z^2} = 0, \quad \nabla_1^2 \phi_1 + \nu_2 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0, \quad \nabla_1^2 \phi_3 + \nu_1 \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial z^2} = 0, \quad \nabla_1^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (2.a \sim d)$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} 1 & [\nu_1 = \nu_2] \\ 0 & [\nu_1 \neq \nu_2] \end{cases}, \quad \gamma_2 = \begin{cases} \frac{2c_{11}\nu_2}{c_{11}\nu_2 - c_{44}} & [\nu_1 = \nu_2] \\ \frac{2\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \cdot \frac{c_{11}\nu_1 - c_{44}}{c_{11}\nu_2 - c_{44}} & [\nu_1 \neq \nu_2] \end{cases}, \quad \gamma_3 = \begin{cases} 0 & [\nu_1 = \nu_2] \\ \frac{2\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} & [\nu_1 \neq \nu_2] \end{cases} \quad (3.a \sim c)$$

また、 c_{11} , ..., c_{44} を弾性定数、 ν_1 及び ν_2 を、次の2次方程式

$$c_{11}c_{44}\nu^2 + [c_{13}(c_{13}+2c_{44}) - c_{11}c_{33}]\nu + c_{33}c_{44} = 0 \quad (4)$$

の二つの根, k_1 及び k_2 を次式

$$k_\alpha = \frac{c_{11}\nu\alpha - c_{44}}{c_{13} + c_{44}} \quad (\alpha=1, 2) \quad (5)$$

で表わされるパラメーターとする。

図-1 に示す帯状内圧を受ける有限円筒の応力場が, 上, 下対称であることに留意すると, 式 (2.a~d) のポテンシャル関数は, 次の様に表わされる。

$$\phi_{03} = \sum_{s=1}^{\infty} \cosh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_2}} [A_s^{(1)} J_0(\alpha_s r) + A_s^{(2)} Y_0(\alpha_s r)] \quad (6.a)$$

$$\phi_{01} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \beta_n Z [D_n^{(1)} I_0(\sqrt{\nu_1} \beta_n r) + D_n^{(2)} K_0(\sqrt{\nu_1} \beta_n r)] \quad (6.b)$$

$$\phi_3 = \sum_{s=1}^{\infty} \cosh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} [C_s^{(1)} J_0(\alpha_s r) + C_s^{(2)} Y_0(\alpha_s r)] \quad (6.c)$$

$$\phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \beta_n Z [F_n^{(1)} I_0(\sqrt{\nu_2} \beta_n r) + F_n^{(2)} K_0(\sqrt{\nu_2} \beta_n r)] \quad (6.d)$$

ここで,

$$\alpha_s = \frac{\lambda_s}{a} \quad (s=1, 2, \dots), \quad \beta_n = \frac{n\pi}{h} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (7.a, b)$$

更に, 式 (6.a) から式 (6.d) における $A_s^{(1)}$, ..., $F_n^{(2)}$ は, 境界条件

より定められるべき未定定数である。また, 付加解として, 次のポテンシャル関数が必要になる。

$$\phi_{01,00} = D_{00} \log r, \quad \phi_{1,00} = F_{00} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{Z^2}{\nu_2} \right), \quad \phi_{3,00} = C_{00} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{Z^2}{\nu_1} \right) \quad (8.a \sim c)$$

ここで, D_{00} , F_{00} 及び C_{00} は, 未定定数である。

3. 一般化された Hookeの法則及び応力成分

横等方性体の一般化された Hookeの法則は, 次の様である。

$$\sigma_{rr} = c_{11} \varepsilon_{rr} + c_{12} \varepsilon_{\theta\theta} + c_{13} \varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{\theta\theta} = c_{12} \varepsilon_{rr} + c_{11} \varepsilon_{\theta\theta} + c_{13} \varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{zz} = c_{13} \varepsilon_{rr} + c_{13} \varepsilon_{\theta\theta} + c_{33} \varepsilon_{zz}; \\ \sigma_{zr} = 2c_{44} \varepsilon_{zr} \quad (9.a \sim d)$$

ここで, ε_{ij} 及び σ_{ij} は, それぞれ, ひずみテンソル及び応力テンソルである。

式 (6.a~d) 及び式 (8.a~c) のポテンシャル関数を式 (1.a) 及び式 (1.b) に代入すると, 変位成分の表現式が得られる。得られた変位成分から, ひずみ成分を求め, 式 (9.a~d) を用いると, 応力成分の表現式が得られる。一例として, σ_{zr} について示せば, 次のとおりである。

$$\sigma_{zr} = \sigma_{zr}^{(1)} + \sigma_{zr}^{(2)} + \sigma_{zr}^{(0,0)}, \quad \sigma_{zr}^{(0,0)} = 0 \quad (10.a, b)$$

ここで,

$$\sigma_{zr}^{(1)} = c_{44} \sum_{s=1}^{\infty} \left(-\frac{\alpha_s^2}{\sqrt{\nu_2}} \right) J_1(\alpha_s r) \left\{ A_s^{(1)} (1+k_2) \sinh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_2}} + C_s^{(1)} \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} \left[\{ \tau_1 (1+k_2) - (k_2 \tau_2 + \tau_3) \} \right. \right. \\ \cdot \sinh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} + \tau_1 (1+k_2) \left(\frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} \right) \cosh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} \} + c_{44} \sum_{s=1}^{\infty} \left(-\frac{\alpha_s^2}{\sqrt{\nu_2}} \right) Y_1(\alpha_s r) \{ A_s^{(2)} (1+k_2) \\ \cdot \sinh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_2}} + C_s^{(2)} \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} \left[\{ \tau_1 (1+k_2) - (k_2 \tau_2 + \tau_3) \} \sinh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} + \tau_1 (1+k_2) \left(\frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} \right) \cosh \frac{\alpha_s Z}{\sqrt{\nu_1}} \} \right] \right\} \quad (11.a)$$

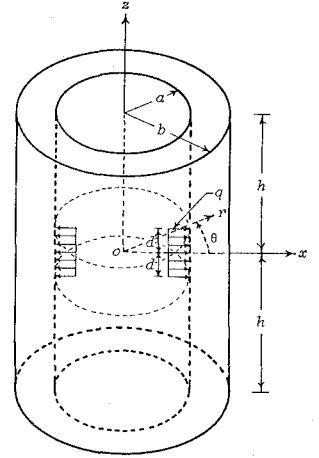


図-1 帯状内圧を受ける有限円筒

$$\begin{aligned} d_{2r}^{(2)} = & c_{44} \sum_{n=1}^{\infty} (-\sqrt{\nu_1} \beta_n^2) \sin \beta_n z \{ D_n^{(1)} (1+k_1) I_1(\sqrt{\nu_1} \beta_n r) - F_n^{(1)} \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} [(\tau_2+k_1\tau_3) I_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n r) \\ & - \tau_1(1+k_1)(\sqrt{\nu_2} \beta_n r) I_0(\sqrt{\nu_2} \beta_n r)] \} + c_{44} \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\nu_1} \beta_n^2) \sin \beta_n z \{ D_n^{(2)} (1+k_1) K_1(\sqrt{\nu_1} \beta_n r) \\ & - F_n^{(2)} \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} [(\tau_2+k_1\tau_3) K_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n r) + \tau_1(1+k_1)(\sqrt{\nu_2} \beta_n r) K_0(\sqrt{\nu_2} \beta_n r)] \} \quad \text{..... (11.b)} \end{aligned}$$

4. 境界条件及び3群の連立1次方程式

図-1に示した帯状内圧を受ける有限円筒の境界条件は、次のとおりである。

$$r=a \text{ において, } \sigma_{rr} = -p(z), \sigma_{rz} = 0 \quad \text{..... (12.a,b)}$$

$$r=b \text{ において, } \sigma_{rr} = 0, \sigma_{rz} = 0 \quad \text{..... (13.a,b)}$$

$$z=\pm h \text{ において, } \sigma_{zz} = 0, \sigma_{zr} = 0 \quad \text{..... (14.a,b)}$$

ここで、 $p(z)$ は、 $-d < z < d$ において、 q 、 $d < |z|$ において、0と定義された圧力の関数である。

式(11.b)の $\sigma_{2r}^{(2)}$ は、 $z=\pm h$ において0となるので、境界条件(14.b)を式(11.a)の $\sigma_{2r}^{(1)}$ に課すると、未定定数の間に次の関係を得る。

$$A_s^{(1)} = -C_s^{(1)} \frac{\sinh(\alpha_s h / \sqrt{\nu_1})}{\sinh(\alpha_s h / \sqrt{\nu_2})} f_1, \quad A_s^{(2)} = -C_s^{(2)} \frac{\sinh(\alpha_s h / \sqrt{\nu_1})}{\sinh(\alpha_s h / \sqrt{\nu_2})} f_1 \quad \text{..... (15.a,b)}$$

ここで、

$$f_1 = \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} \left[\tau_1 \left(1 + \frac{\alpha_s h}{\sqrt{\nu_1}} \coth \frac{\alpha_s h}{\sqrt{\nu_1}} \right) - \frac{k_2 \tau_2 + \tau_3}{1+k_2} \right] \quad \text{..... (16)}$$

式(15.a,b)を式(11.a)に代入し、未定定数 $A_s^{(1)}$ 及び $A_s^{(2)}$ を消去すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \sigma_{2r}^{(1)} = & c_{44} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\alpha_s^2}{\sqrt{\nu_2}} C_s^{(1)} C_1(\alpha_s r) \{ f_1 (1+k_2) \frac{\sinh(\alpha_s h / \sqrt{\nu_1})}{\sinh(\alpha_s h / \sqrt{\nu_2})} \sinh \frac{\alpha_s z}{\sqrt{\nu_2}} - \sqrt{\frac{\nu_2}{\nu_1}} [\tau_1 (1+k_2) - (k_2 \tau_2 \\ & + \tau_3) \} \sinh \frac{\alpha_s z}{\sqrt{\nu_1}} + \tau_1 (1+k_2) \left(\frac{\alpha_s z}{\sqrt{\nu_1}} \right) \cosh \frac{\alpha_s z}{\sqrt{\nu_1}} \} \quad \text{..... (17)} \end{aligned}$$

ここで、 $C_1(\alpha_s r)$ は、次式で定義される円柱関数である。

$$C_1(\alpha_s r) = J_1(\alpha_s r) - \varepsilon_s Y_1(\alpha_s r), \quad \varepsilon_s = J_1(\lambda_s) / Y_1(\lambda_s) \quad \text{..... (18.a,b)}$$

式(17)の $\sigma_{2r}^{(1)}$ が、 $r=b$ において、0となる様に根 λ_s を定めることにし、式(11.b)の $\sigma_{2r}^{(2)}$ に境界条件(12.b)及び境界条件(13.b)を課すると、次の超越方程式及び未定定数間の関係式を得る。

$$J_1(\kappa \lambda_s) Y_1(\lambda_s) - J_1(\lambda_s) Y_1(\kappa \lambda_s) = 0, \quad \kappa = b/a \quad \text{..... (19.a,b)}$$

$$D_n^{(1)} = F_n^{(1)} d_1 \frac{I_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n b)}{I_1(\sqrt{\nu_1} \beta_n b)} - F_n^{(2)} d_2 \frac{K_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n a)}{I_1(\sqrt{\nu_1} \beta_n b)}, \quad D_n^{(2)} = F_n^{(1)} d_3 \frac{I_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n b)}{K_1(\sqrt{\nu_1} \beta_n a)} - F_n^{(2)} d_4 \frac{K_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n a)}{K_1(\sqrt{\nu_1} \beta_n a)} \quad \text{..... (20.a,b)}$$

ここで、 $d_1, \dots, d_4$ は、変形 Bessel 関数から成る係数である。

式(15.a,b)及び式(20.a,b)により、基本解の変位成分及び応力成分の表現式に含まれる未定定数は、 $C_s^{(1)}$ 、 $F_n^{(1)}$ 及び $F_n^{(2)}$ の3群だけとなる。この3群の未定定数で表わした σ_{rr} 及び σ_{zz} に境界条件(12.a)、(13.a)及び境界条件(14.a)を課し、Fourier展開及びDini展開の助けを借りると、次式で示される3群の連立1次方程式を得る。

$$\left(F_n^{(1)} / a^2 \right) I_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n b) (\sqrt{\nu_1} \beta_n a)^2 \Omega_n^{(1)} - \left(F_n^{(2)} / a^2 \right) K_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n a) (\sqrt{\nu_1} \beta_n a)^2 \Omega_n^{(2)} - \sum_{s=1}^{\infty} \lambda_s^2 c_n =$$

$$\cdot C_{\theta}(\lambda_s) \left(\frac{C_s^{(1)}}{a^2} \right) \sinh \frac{\alpha_s h}{\sqrt{\nu_1}} = e_n \quad \dots\dots\dots (21.a)$$

$$\left(\frac{F_n^{(1)}}{a^2} \right) I_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n b) (\sqrt{\nu_1} \beta_n a)^2 \Omega_n^{(3)} - \left(\frac{F_n^{(2)}}{a^2} \right) K_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n a) (\sqrt{\nu_1} \beta_n a)^2 \Omega_n^{(4)} - \sum_{s=1}^{\infty} \lambda_s^2 C_n$$

$$\cdot C_{\theta}(\kappa \lambda_s) \left(\frac{C_s^{(1)}}{a^2} \right) \sinh \frac{\alpha_s h}{\sqrt{\nu_1}} = 0 \quad \dots\dots\dots (21.b)$$

$$\left(\frac{C_s^{(1)}}{a^2} \right) \sinh \frac{\alpha_s h}{\sqrt{\nu_1}} \cdot \Lambda_s + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{F_n^{(1)}}{a^2} \right) I_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n b) b_n^{(1)} - \left(\frac{F_n^{(2)}}{a^2} \right) K_1(\sqrt{\nu_2} \beta_n a) b_n^{(2)} \right] = 0 \quad \dots\dots\dots (21.c)$$

ここで、 e_n は、 $p(z)$ の Fourier係数であり、他の係数は、 $(\sigma_{rr}^{(2)})_{r=a,b}$ 、 $(\sigma_{zz}^{(1)})_{z=\pm h}$ 、Fourier展開及び Dini展開より得られる係数である。また、 $\sigma_{rr}^{(1)}$ 及び $\sigma_{zz}^{(2)}$ を、それぞれ、Fourier展開及び Dini展開する時に生じる定数項から、付加解の $\sigma_{rr}^{(0,0)}$ 及び $\sigma_{zz}^{(0,0)}$ に含まれる未定定数 $D_{\theta\theta}$ 、 $F_{\theta\theta}$ 及び $C_{\theta\theta}$ を定める3元連立1次方程式が得られるが、それについては省略する。

5. 計算結果及び考察

数値計算は、有限円筒の外半径 b と内半径 a との比 $b/a=4.0$ 、外径 $2b$ と高さ $2h$ との比 $b/h=1.0$ 及び圧力分布幅 $2d$ と高さとの比 $d/h=0.3$ の短円筒について行った。横等方性材料として、Magnesium結晶及びCadmium結晶が用いられ、ポアソン比0.25の等方性材料についても計算した。Fourier級数の項数は、 s 及び n について、それぞれ、最初の29項及び38項を用いた。Magnesium結晶、Cadmium結晶及び等方性材料($\nu=0.25$)の弾性定数は、表-1の値を用いた。¹²⁾

表-1 弾性定数の値 (単位: MN/cm²)

図-2から図-5にMagnesium結晶の σ_{rr} 、 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 σ_{zz} 及び σ_{rz} の分布を示す。図-2に示されている様に、 σ_{rr} は、 r 方向及び z 方向において急速に減衰する。図-3に示されている様に、 $\sigma_{\theta\theta}$ の z 方向における減衰は、比較的緩慢であり、 $r=a$ の円筒内面では、極めて特異な分布を示す。図-4に示されている様に、 σ_{zz} の値は比較的小さく、また、 σ_{rr} と同様に、 r 方向及び z 方向における減衰が急速である。図-5に示されている様に、 σ_{rz} の値は小さく、 $r=a$ の近くでは、圧力の分布境界で最大になる。

$C_{\alpha\beta}$	C_{44}	C_{11}	C_{33}	C_{12}	C_{13}
Magnesium	1.64	5.97	6.17	2.62	2.17
Cadmium	1.56	11.0	4.69	4.04	3.83
Isotropy	1.0	3.0	3.0	1.0	1.0

図-6から図-9には、Magnesium結晶、Cadmium結晶及び等方性材料の $r=1.6a$ における σ_{rr} 、 $\sigma_{\theta\theta}$ 、 σ_{zz} 及び σ_{rz} の比較を示す。これらの図において、MgはMagnesium結晶、CdはCadmium結晶及び Isotropyは等方性材料をそれぞれ表わす。図-6に示されている様に、Magnesium結晶と等方性材料との σ_{rr} の値はほぼ等しいが、Cadmium結晶の値は、 $z=0$ において、等方性材料の値に較べて、3.8%小さい。図-7に示されている様に、 $\sigma_{\theta\theta}$ に及ぼす異方性の効果は比較的顕著であり、 $z=0$ における値は、等方性材料に較べて、Magnesium結晶が3.9%小さく、Cadmium結晶は14.5%大きい。図-8に示されている様に、Magnesium結晶と等方性材料との σ_{zz} の値はほぼ等しいが、Cadmium結晶の値は、 $z=0$ において、等方性材料の値に較べて、43.3%小さい。図-9に示されている様に、Magnesium結晶と等方性材料との σ_{rz} の値は、ほぼ等しいが、Cadmium結晶の値は、 $z=0.3h$ において、等方性材料の値に較べて、28.8%小さい。図-6から図-9を通し、 $\sigma_{\theta\theta}$ を除けば、Magnesium結晶と等方性材料との応力の値がほぼ等しいという結果が得られているが、表-1に示されている様に、Magnesium結晶と等方性材料との弾性定数の値にさ程大きな違いがないことを考慮すれば、納得できる解析結果である。

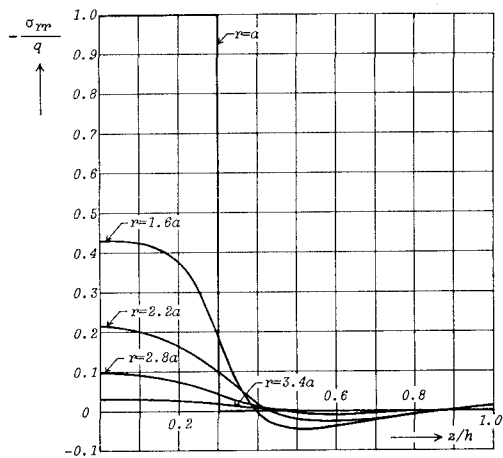


図-2 σ_{rr} の分布 (Magnesium)

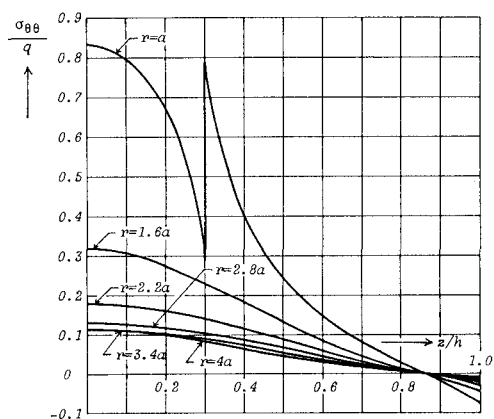


図-3 $\sigma_{\theta\theta}$ の分布 (Magnesium)

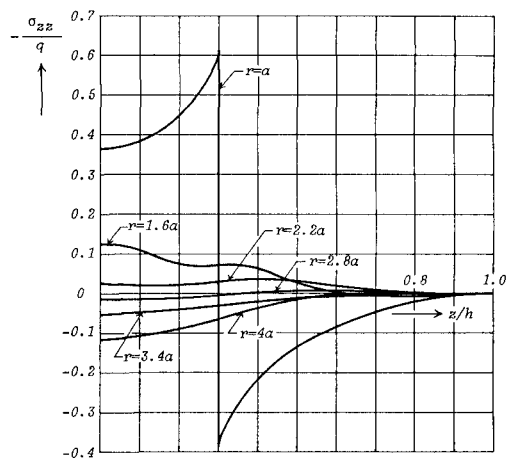


図-4 σ_{zz} の分布 (Magnesium)

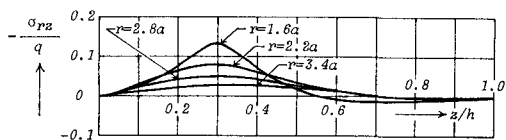


図-5 σ_{rz} の分布 (Magnesium)

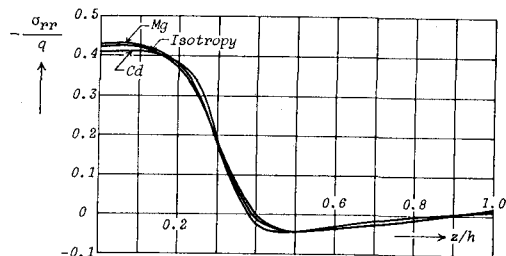


図-6 σ_{rr} の比較 ($r=1.6a$)

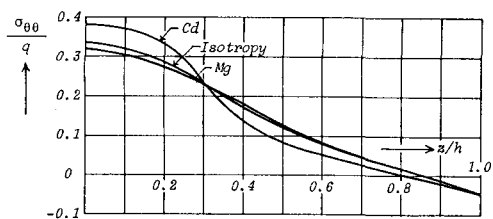


図-7 $\sigma_{\theta\theta}$ の比較 ($r=1.6a$)

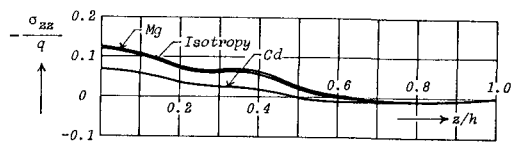


図-8 σ_{zz} の比較 ($r=1.6a$)

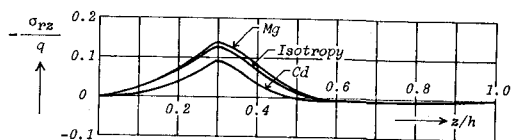


図-9 σ_{rz} の比較 ($r=1.6a$)

6. 結 論

帯状内圧を受ける横等方性有限円筒の3次元応力解析を行い、Magnesium結晶及びCadmium結晶の応力性状及び異方性の効果を明らかにした。二種類の横等方性及びポアソン比0.25の等方性短円筒に関する計算結果から、次の結論が導かれる。

(1) Magnesium結晶の応力の値は、 $\sigma_{\theta\theta}$ を除けば、等方性材料のそれと、ほぼ同じである。

(2) $r = a$ の負圧面における $\sigma_{\theta\theta}$ は、極めて特異な分布を示す。

(3) $\sigma_{\theta\theta}$ に及ぼす異方性の効果は、比較的顕著であり、 $r = 1.6a$ 及び $z = 0$ において、等方性材料の値に較べて、Magnesium結晶の値が3.9%小さく、Cadmium結晶の値が14.5%大きい。

(4) z 方向の応力、すなわち、 σ_{zz} 及び σ_{rz} に及ぼす異方性の効果は、極めて顕著であり、 $r = 1.6a$ 及び $z = 0$ におけるCadmium結晶の σ_{zz} の値は、等方性材料のそれに較べて、43.3%も小さく、 $r = 1.6a$ 及び $z = 0.3h$ における σ_{rz} の値は、28.8%も小さい。

(5) 横等方性体の弾性定数の値と等方性材料のそれとの違いが大きくなるにつれ、横等方性体の応力の値は、大きな変動を示す。

参考文献

- 1) Lekhnitskii, S.G. : Theory of Elasticity of an Anisotropic Body, Chap.9, Mir Publishers, 1981.
- 2) Elliott, H.A. : Three-dimensional stress distributions in hexagonal aeolotropic crystals, Proc. of the Cambridge Philosophical Society, Vol.44, pp.522~533, 1948.
- 3) Lodge, A.S. : The transformation to isotropic form of the equilibrium equations for a class of anisotropic elastic solids, Quart. J. of Mech. and Appl. Math., Vol.8, pp.211~225, 1955.
- 4) Levine, H.S. and Klosner, J.M. : Transversally isotropic cylinders under band loads, Proc. of ASCE, Vol.93, No.EM3, pp.157~174, 1967.
- 5) Atsumi, A. and Itou, S. : Stresses in a transversely isotropic slab having a spherical cavity, J. of Appl. Mech., Vol.40, No.3, pp.752~758, 1973.
- 6) Atsumi, A. and Itou, S. : Stresses in a transversely isotropic circular cylinder having a spherical cavity, J. of Appl. Mech., Vol.41, No.2, pp.507~511, 1974.
- 7) 笠野英秋・土屋博幸・松本浩之・中原一郎 : 円周に沿って線荷重をうける横等方性円筒, 日本機械学会論文集(A編), 47巻418号, pp.635~641, 1981.
- 8) Mirsky, I. : Wave propagation in transversely isotropic circular cylinders, Part I, J. of the Acoust. Soc. of America, Vol.37, No.6, pp.1016~1021, 1965.
- 9) Chen, W.T. : On some problems in transversely isotropic elastic materials, J. of Appl. Mech., Vol.33, No.2, pp.347~355, 1966.
- 10) Chandrashekhar, K. and Gopalakrishnan, P. : Elasticity solution for a multilayered transversely isotropic circular cylindrical shell, J. of Appl. Mech., Vol.49, No.1, pp.108~114, 1982.
- 11) Okumura, J.A. : Generalization of Elliott's solution to transversely isotropic solids and its application, 土木学会論文集, No.386/ I-8, pp.185~195, 1987.
- 12) Huntington, H.B. : The elastic constants of crystals, Solid State Physics, edited by Seitz, F. and Turnbull, D., Vol.7, p.213, Academic Press, 1957.