

I-14 曲線形状Tendonを有するPC梁部材の有限要素解析

北海道大学工学部 正会員 上 田 正 生
東急建設札幌支店 正会員 広 瀬 雅 明

1. はじめに

著者の一人は、先に「補強筋の付着すべりを考慮した曲線形状配筋を有するRC梁部材のための、新しい有限要素解析法」について報告¹⁾したが、この度、この方法を、ポストテンションPC梁の解析のために拡張し、「Tendonとシースとの摩擦によるPC力の減衰をも考慮したプレストレス導入時から、緊張定着完了後の挙動までを、一貫して解析可能」なように発展させたので、本報では、その手法の概要と若干の数値計算例について報告する。

2. プレストレス導入時のPC梁の解析の概要

2.1 基本手法

Tendonが滑らかな曲線形を描いて配置されているポストテンションPC梁の、プレストレス導入時の変形挙動解析の基礎となるのは、先に述べた既報¹⁾の「曲線形状配筋を有するRC梁の補強筋の付着すべりを考慮した場合の、“有限要素解析法”」である。この手法の有限要素方程式を、Tendonの緊張解析のために使用するには、要素の節点すべり変位 Δs に対応する外荷重ベクトルの項に、緊張力導入荷重に相応するベクトル P_s を追加するだけでよく、従って、この場合の有限要素方程式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} K_{uu} & K_{uw} & K_{us} \\ K_{uw}^T & K_{ww} & K_{ws} \\ K_{us}^T & K_{ws}^T & K_{ss} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_u \\ P_w \\ P_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

但し、 $\Delta u, \Delta w, \Delta s$ ：それぞれ梁の軸方向変位、曲げ変位、および各Tendonの配置曲線に沿うすべり変位に係るPC梁要素の節点変位ベクトル
 P_u, P_w, P_s ：それぞれ節点変位 $\Delta u, \Delta w, \Delta s$ に対応する外荷重ベクトル

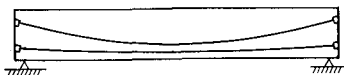


図1 曲線Tendonを有するPC梁

$[K_{uu}][K_{uw}][K_{us}][K_{ww}][K_{ws}][K_{ss}]$ ：部分剛性マトリックス

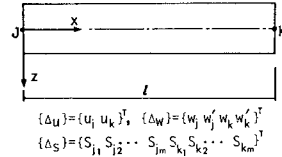


図2 Tendonの付着滑りを考慮したPC梁要素

2.2 プレストレスの減衰量の評価とその算入

補強筋の付着係数の違いが曲線配筋を有するRC梁の変形・力学的性状におよぼす影響については、(1)式の原式を用いて既に検討済み¹⁾であり、付着係数 K_b が 10 kg/cm^2 より小さければ、実質的には付着すべり自由の“ほぼ完全アンボンド状態”と見なし得ることが分かっている。従って、シースとTendon Steel間の滑りに、何等の抵抗もない「付着すべり自由」を仮定し得るPC梁の場合には、プレストレス導入時の変形挙動は、(1)式の有限要素方程式のみで十分事足り、特別な処置を講ずる必要性は全くないことになる。

然しながら、実際には、シースとSteel間の摩擦と、施工時に生ずるシース自身の波打ちによって、導入されたプレストレスは、Tendon曲線に沿って徐々に減衰していくことになる。ここでは、このTendonのプレストレスの減衰の評価とその算入法について記述することにする。

(1) 摩擦力とプレストレス減衰曲線の算定

a) 梁の撓みの影響を無視した場合

図3に示すように、PC梁の材端(必ずしも緊張端である必要はなく、各有限要素ごとの材端でもよい)に原点Oをとるものとし、これから材軸に沿ってxなる点の、ある任意のi層のTendonの曲線形 h_{si} が、次式

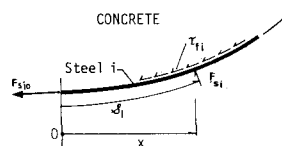


図3 Tendonに働く接線方向摩擦力 T_{fi}

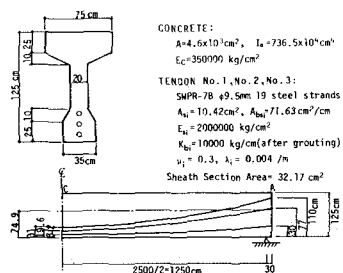


図 4 モデル P C 梁の概要

のような 2 次曲線で配置されているものとする。

$$h_{si} = a_i + b_i x + c_i x^2 \quad (2)$$

但し、 a_i, b_i, c_i : Tendon 層 i の曲

線形を決定するための係数

周知のように、梁の撓みの Tendon 曲線形に及ぼす影響を無視し得るものとすれば、材端から x なる任意点における Tendon 層 i のプレストレス力 F_{si} は、下式で与えられる。^{2), 3)}

$$F_{si} = F_{sio} e^{-\mu_i (\theta_{ix} + B_i L_i)} \quad (3)$$

但し、 F_{sio} : 材端の P C 力

μ_i : i 層の Tendon の摩擦係数

L_i : i 層の Tendon の単位長さ

当りの摩擦係数

また、 θ_i は i 層の Tendon の材端から x 点までの Tendon 曲線に沿った長さで、次式で求められる。

$$\theta_i = \int_0^x \sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2} dx \quad (4)$$

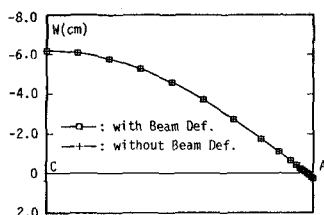
この点における Tendon 層 i の曲線の接線方向に働く単位長さ当りの摩擦力 τ_{fi} は、 θ_i に沿うプレストレス力の変化率であるから、下式で与えられる。

$$\tau_{fi} = dF_{si} / d\theta_i \quad (5)$$

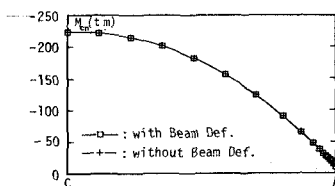
b) 梁の撓みの影響を考慮する場合

前項 a) では、「梁の撓みの Tendon の曲線形におよぼす影響を、無視し得る」ものとして取り扱ったが、実際にはプレストレスの導入によって梁自身に変形が生ずることになるから、厳密には、Tendon の曲線形への梁の撓みの効果を考慮することが必要となる。

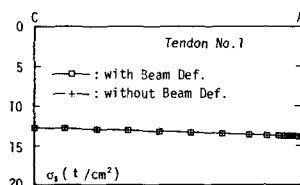
この影響は、梁の変形後の Tendon 曲線 $\bar{h}_{si}$ を、各要素ごとに、変形前の h_{si} と梁の撓み w との和として表し、



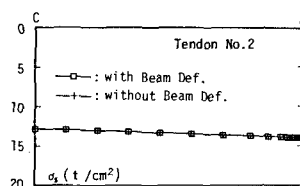
(a) 撓み曲線



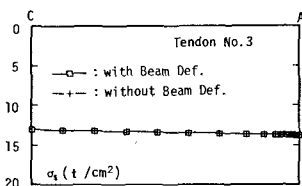
(b) 曲げモーメント曲線



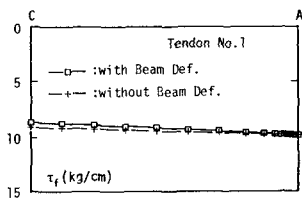
(c) Tendon No.1 の応力曲線



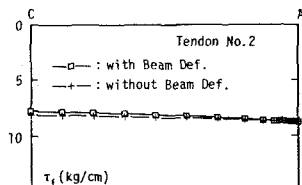
(d) Tendon No.2 の応力曲線



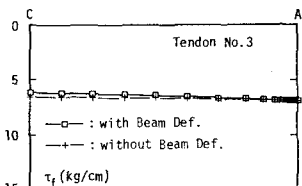
(e) Tendon No.3 の応力曲線



(f) Tendon No.1 の摩擦力曲線



(g) Tendon No.2 の摩擦力曲線



(h) Tendon No.3 の摩擦力曲線

図 5 Prestress 導入時の解析結果 (①と②の解の比較)

$$\bar{h}_{si} = h_{si} + w \quad (6)$$

これを下式に示す新たな 2 次曲線でシミュレートし、

$$\bar{h}_{si} = \bar{a}_i + \bar{b}_i x + \bar{c}_i x^2 \quad (7)$$

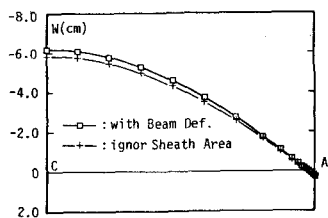
但し、 $\bar{a}_i, \bar{b}_i, \bar{c}_i$: 梁の撓みを考慮した Tendon 層 i の曲線形をシミュレートするための係数

前項 a) と同様の手順を踏むことによって、容易に考慮することが可能になる。

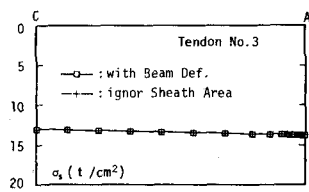
(2) 摩擦によるプレストレス減衰効果の算入手法

a) 梁の撓みの影響を考慮せぬ場合

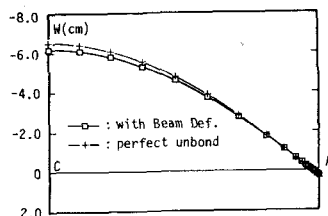
前項 (1) の a) で得た摩擦力 τ_{fi} 分布を初期応力とみなし、これを構造系に強制することによって、摩擦に起因するプレストレスの減衰が考慮される。即ち、初期応力 τ_{fi} が要素内で線形変化するものとし、これを仮想働の原理に基づく次式によって、これと等価な節点



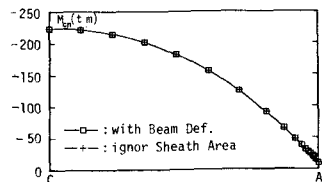
(a) 撓み曲線



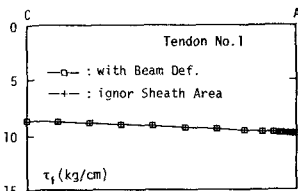
(e) Tendon No.3の応力曲線



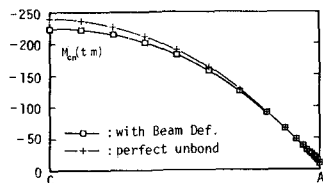
(a) 撓み曲線



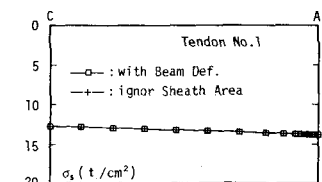
(b) 曲げモーメント曲線



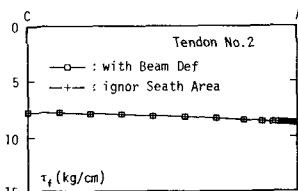
(f) Tendon No.1の摩擦曲線



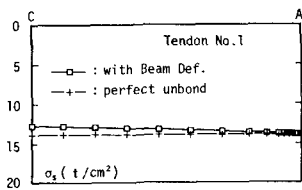
(b) 曲げモーメント曲線



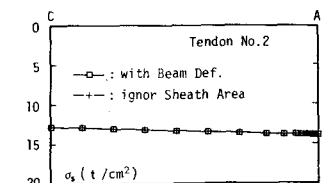
(c) Tendon No.1の応力曲線



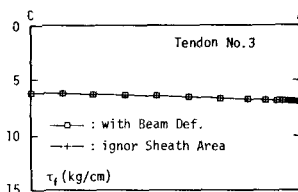
(g) Tendon No.2の摩擦曲線



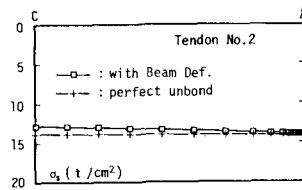
(c) Tendon No.1の応力曲線



(d) Tendon No.2の応力曲線



(h) Tendon No.3の摩擦曲線



(d) Tendon No.2の応力曲線

図 6 Prestress 導入時の解析結果 (①と③の解の比較)

図 7 Prestress 導入時の解析結果 (①と④の解の比較)

荷重 $\{\Delta P_{si}\}$ に変換し、

$$\{\Delta P_{si}\} = [C_s^{-1}]^T \int_0^L \frac{1}{\sqrt{1+(dh_{si}/dx)^2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \end{Bmatrix} dx [C_s^{-1}] \begin{Bmatrix} \tau_{ii} \\ \tau_{ik} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

更に、 $\{P_u\} = \{P_w\} = 0$ と置き、 $\{P_s\}$ に対応する各 P C Tendon の緊張荷重を等置し、これに(8)式で得た等価節点荷重 $\{\Delta P_{si}\}$ を加算した荷重ベクトルを用い、(1)式の有限要素方程式を解くことによって求められる。

b) 梁の撓みの影響を考慮する場合

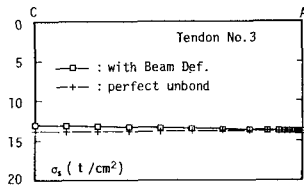
Tendon 曲線形におよぼす梁の撓みの影響を考慮する場合には、以下に述べるような繰り返し計算手法が必要になる。即ち、繰り返し計算ステップ数のカウンターを n とすると、

- ① 最初の繰り返し計算ステップ ($n=1$) では、「梁の撓みを考慮せぬ」場合と全く同一の解析をおこなう。
- ② 前ステップの計算で得た梁の撓み w と(6)、(7)式を用

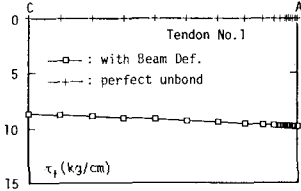
いて Tendon 曲線 h_{si} を修正し直し、(3)～(5)式の関係より新たな Tendon のプレストレス分布 $n P_{si}$ と摩擦力分布 $n \tau_{fi}$ を求める。この $n \tau_{fi}$ と前ステップの $n-1 \tau_{fi}$ の差 $\Delta n \tau_{fi}$ を、修正さるべき初期応力として、先の(8)式を用いて等価節点荷重に変換する。

③ $n=n+1$ とし、(1)式を用いて②で求めた等価節点荷重 $\{\Delta P_{si}\}$ に対する解析を行い、梁の付加変形ならびに付加応力を計算し、これらを前ステップで得られた対応する全体量に加算して個々の新たな全体量を求める。ここで新たに得られた Tendon の摩擦力分布を前ステップのそれと比較し、許容し得る精度内にあれば、収束したものを見なして計算を終了し、所望の精度外であれば収束するまで②、③の計算を繰り返す。

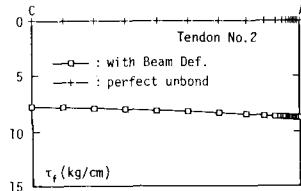
但し、プレストレス導入時の解析には、付着係数は全ステップを通して $K_b \leq 10$ を用いる。



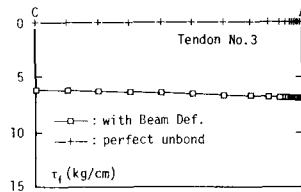
(e) Tendon No. 3の応力曲線



(f) Tendon No. 1の摩擦力曲線



(g) Tendon No. 2の摩擦力曲線



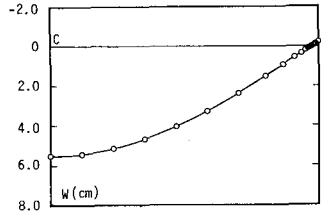
(h) Tendon No. 3の摩擦力曲線

図 7 つづき

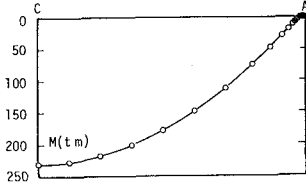
3. 数値計算例

本解析法による計算例を示すために、図4に示すような「3本のTendonを有するモデルP C梁²⁾」を対象にして解析を行ってみる。この梁は、純スパン25m、永久荷重0.2t/m、等分布変動荷重1.6 t/m、を想定して設計されたもので、Tendonは両引きでジャッキアップされ、各Tendonには、緊張端において、それぞれ144tonのP C力が導入されるものとする。

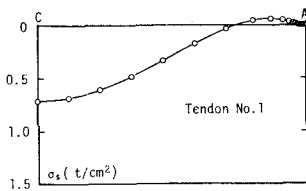
図5～7に、プレストレス導入時の解析結果を掲げる。これらの図には、摩擦によるプレストレスの減衰を考慮した場合の解のうちの、①梁の変位のTendon曲線形への影響を考慮した解、②無視した解、③梁の鉛直変位のTendon曲線形への影響は考慮(①の解と同様)するが、Sheathによるコンクリート断面の欠損を無視したときの解(①、②の解ではこれを考慮している)、



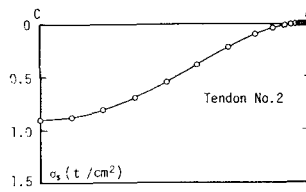
(a) 撓み曲線



(b) 曲げモーメント曲線

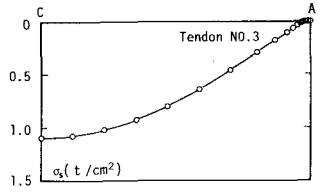


(c) Tendon No. 1の応力曲線

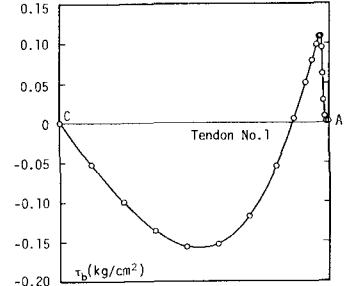


(d) Tendon No. 2の応力曲線

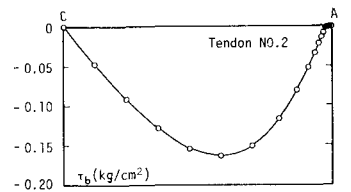
図 8 グラウティング後の外荷重による解析結果



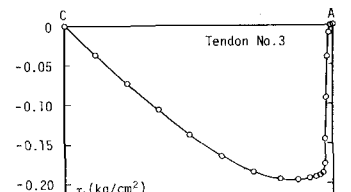
(e) Tendon No. 3の応力曲線



(f) Tendon No. 1の付着応力曲線



(g) Tendon No. 2の付着応力曲線



(h) Tendon No. 3の付着応力曲線

図 8 つづき

および、④摩擦によるプレストレスの減衰を無視した

“完全アンボンド”の解(Sheathによるコンクリート断面の欠損は考慮)、の4種の解の内の何れか二つの解を比較して図示した。即ち、図5は①と②の解を、図6は①と③の解を、図7は①と④の解を、それぞれ対比して図示したものである。また、図8には参考のため、グラウティング完了後(付着係数 $k_b=10000\text{kg/cm}^3$ を仮定)の、外荷重(自重+永久荷重+等分布変動荷重)による、このP C梁の解析結果を掲げた。

[参考文献]

- 1) 上田正生: 補強筋の付着すべりを考慮した曲線形状配筋を有する鉄筋コンクリート梁部材の曲げについて その2, 土木学会北海道支部論報 第44号, 1988, 2
- 2) 猪股俊司: プレストレストコンクリートの設計・施工, 技報堂, 1985, 8
- 3) 横道英雄 監訳: レバレッジのコンクリート講座5 プレストレストコンクリート, 鹿島出版会, 1983