

I-13 補強筋の付着すべりを考慮した曲線形状配筋を有するRC梁部材の曲げについて (その2. 数値計算例の訂正と考察)

北海道大学工学部 正会員 上田 正 生

1. はじめに

前年度(昭和61年度)の本論文報告集第43号に発表した著者の論文¹⁾の一部に誤りがあったので、本報ではこれを訂正し、新たな計算例を掲げて若干の考察を加え、本編をもって同名の論文の完結としたい。

2. 有限要素解析の概要

前報では¹⁾1)全ポテンシャル・エネルギー原理に基づき、曲線形状配筋を有するRC梁の補強筋の付着すべりを考慮した場合の曲げを支配する基礎微分方程式を導き、更に、2)有限要素法への定式化を行って、二、三の数値計算例を示したが、この二つの部分のうち、1)の「基礎微分方程式の誘導」までの部分は、そのまま有効であり、本報で訂正する箇所は、2)の「有限要素法への適用」以降に関する部分である。

即ち、前報¹⁾の第3節「有限要素解析」では、先ず、①基礎微分方程式を導くために用いたエネルギー汎関数に基づいて有限要素法への定式化を行い、次いで、②先の汎関数には、「補強筋が曲率を有することによる“曲げ上げの効果”が含まれぬ」ものとして、初期応力法を用いて別途に、この“曲げ上げの効果”を算入する方法を採った。然しその後の検討の結果、この①のエネルギー汎関数には、既に「補強筋による曲げ上げの効果が含まれている」ことが判明したので、前報第3節の②の部分は不要であり、その結果として数値計算例に訂正の要を生じたものである。

以下では後日の混乱を避けるため、敢えて前報との重複を厭わず、有限要素展開の概要を記述することとする。

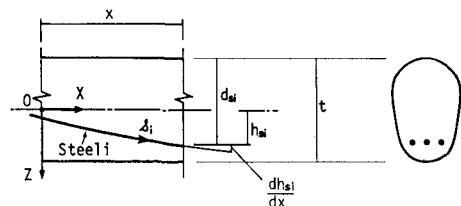


図1 曲線配筋を有するRC梁の断面記号と
任意の鉄筋層iの配置形状

(1) 全ポテンシャル・エネルギー汎関数

補強筋の付着すべりを考慮した曲線形状配筋を有するRC梁の全ポテンシャル・エネルギー汎関数は、次式で与えられる¹⁾。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ [A E_c + \sum_{i=1}^m \{ A_{si}^* E_{si} \sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2} \}] \left(\frac{du}{dx} \right)^2 \right. \\ & - 2 \left[\sum_{i=1}^m \{ A_{si}^* E_{si} h_{si} \sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2} \} \right] \frac{du}{dx} \frac{d^2 w}{dx^2} + 2 \sum_{i=1}^m \{ A_{si} E_{si} \left(\frac{du}{dx} \frac{dS_i}{dx} \right. \\ & \left. \left. - h_{si} \frac{d^2 w}{dx^2} \frac{dS_i}{dx} \right) \right] + [I_0 E_c + \sum_{i=1}^m \{ A_{si}^* E_{si} h_{si} \sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2} \}] \left(\frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 \\ & \left. + \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{A_{si} E_{si}}{\sqrt{1 + (dh_{si}/dx)^2}} \left(\frac{dS_i}{dx} \right)^2 + \sum_{j=1}^m \{ A_{bsi} K_{bi} S_j^2 \sqrt{1 + (dh_{sj}/dx)^2} \} \right\} dx \right. \\ & \left. - \int_0^L \{ P_u (du/dx) + q_z w \} dx \right\} \quad (1) \end{aligned}$$

但し、 u, w : RC梁の材軸(基準軸=中立軸)の方向 x と鉛直 z 方向の変位、 S_i : i 層の鉄筋の配筋方向の相対すべり、 A : 梁の断面積、 I_0 : 無筋梁の断面2次モーメント、 h_{si} : i 層の鉄筋の基準軸からの鉛直距離、 E_c : コンクリートのヤング係数、 E_{si} : i 層の鉄筋のヤング係数、 K_{bi} : i 層の鉄筋の付着係数、 A_{si} : i 層の鉄筋の断面積、 A_{si}^* : i 層の鉄筋の換算断面積、 m : 鉄筋の配筋総数、 P_u : 軸方向の荷重、 q_z : 鉛直方向の分布荷重

(2) 配筋曲線

各鉄筋の配筋形状が、材軸に沿ってとられた x に関する2次曲線で与えられるものとする、任意位置における i 層の鉄筋の x 軸からの鉛直距離 h_{si} は、下式で表示される。

$$h_{si} = a_i + b_i x + c_i x^2 \quad (2)$$

但し、 a_i, b_i, c_i : 曲線形状を規定する係数

ここで留意すべきは、「有限要素解析の場合、各層の配筋曲線は、梁の全部材長を通じて同一の2次曲線である必要は全く無く、各曲線が、分割された個々の隣接する要素間で、滑らかに連続しておりさえすれば、各要素ごとに異なった曲線形状を設定することが可能」なことである。

(3) 変位関数

各変位 u, w, S_i をそれぞれ次のように設定する。

$$u = [1 \ x] \{ \alpha_{u1} \ \alpha_{u2} \}^T = [f_u] \{ \alpha_u \} \quad (3)$$

$$w = [1 \ x \ x^2 \ x^3] \{ \alpha_{w1} \ \alpha_{w2} \ \alpha_{w3} \ \alpha_{w4} \}^T = [f_w] \{ \alpha_w \} \quad (4)$$

$$S_i = [1 \ x] \{ \alpha_{si} \alpha_{si}^T \}^T = [f_s] \{ \alpha_{si} \} \quad (5)$$

但し, $[f_u], [f_w], [f_s]$: 変位 u, w, S_i の各形状関数

$\{ \alpha_u \}, \{ \alpha_w \}, \{ \alpha_{si} \}$: 変位 u, w, S_i の各一般化変位

従って, これらの各変位 u, w, S_i の歪 (導関数) は,

$$u' = du/dx = [0 \ 1] \{ \alpha_u \} = [f_u'] \{ \alpha_u \} \quad (6)$$

$$w' = dw/dx = [0 \ 1 \ 2x \ 3x^2] \{ \alpha_w \} = [f_w'] \{ \alpha_w \} \quad (7)$$

$$w'' = d^2w/dx^2 = [0 \ 0 \ 2 \ 6x] \{ \alpha_w \} = [f_w''] \{ \alpha_w \} \quad (8)$$

$$S_i' = dS_i/dx = [0 \ 1] \{ \alpha_{si} \} = [f_s'] \{ \alpha_{si} \} \quad (9)$$

この梁要素の節点変位ベクトルは, 次のようになる。

$$\{ \Delta_u \} = \{ u_j \ u_k \} = [C_u] \{ \alpha_u \} \quad (10)$$

$$\{ \Delta_w \} = \{ w_j \ w_k \ w_k' \} = [C_w] \{ \alpha_w \} \quad (11)$$

$$\{ \Delta_{si} \} = \{ S_{ij} \ S_{ik} \} = [C_s] \{ \alpha_{si} \} \quad (12)$$

(4) 有限要素方程式

(2)~(12)式と汎関数(1)式の関係より, 「補強筋の付着すりを考慮した曲線形状配筋を有する R C 梁」の曲げ解析のための有限要素方程式は, 下式のように求められる。

$$\begin{Bmatrix} K_{uu} & K_{uw} & K_{us} \\ K_{uw}^T & K_{ww} & K_{ws} \\ K_{us}^T & K_{ws}^T & K_{ss} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_u \\ \Delta_w \\ \Delta_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_u \\ P_w \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここに,

$$[K_{uu}] = [C_u]^T \left\{ A E_c \int_0^L [f_u']^T [f_u'] dx + \int_0^L [f_u']^T [A_s^* F_{su} \sqrt{1+b_1^2+4b_1c_1x+4c_1^2x^2}] [f_u'] dx \right\} [C_u]$$

$$[K_{uw}] = -[C_u]^T \left\{ \int_0^L (A_s^* F_{su} (a_1+b_1x+c_1x^2) \sqrt{1+b_1^2+4b_1c_1x+4c_1^2x^2}) [f_u'] [f_w'] dx \right\} [C_w]$$

$$[K_{us}] = [C_u]^T \left\{ \int_0^L E_c [f_u']^T [f_s'] dx + \int_0^L A_s^* F_{su} (a_1+b_1x+c_1x^2) \sqrt{1+b_1^2+4b_1c_1x+4c_1^2x^2} [f_u'] [f_s'] dx \right\} [C_s]$$

$$[K_{ww}] = [C_w]^T \left\{ \int_0^L A_s F_{su} [f_w']^T [f_w'] dx \right\} [C_w]$$

$$[K_{ws}] = [C_w]^T \left\{ \int_0^L A_s F_{su} (1+b_1^2+4b_1c_1x+4c_1^2x^2)^{1/2} [f_w']^T [f_s'] dx + \int_0^L A_s^* K_{su} \sqrt{1+b_1^2+4b_1c_1x+4c_1^2x^2} [f_w'] [f_s'] dx \right\} [C_s]$$

$$[K_{ss}] = -[C_s]^T \left\{ \int_0^L A_s F_{su} (a_1+b_1x+c_1x^2) [f_s']^T [f_s'] dx \right\} [C_s]$$

3. 数値計算例と考察

前報告の計算例と同じ図2に示すような, 等分布荷重下にある曲線単配筋を有するモデル R C 梁を対象にして, 補強筋の曲線形状ならびに付着係数の違いが, 梁全体の力学性状に如何様な影響を及ぼすかを調べる

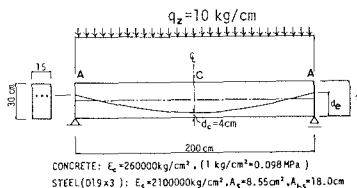


図2 等分布荷重のモデル R C 梁の概要

こととする。

この計算例では,

梁の外形寸法,

コンクリートの

物理的性質およ

び使用鉄筋を同

一とし, 7種類の

配筋曲線 (梁全

長に亘って単一

の 2 次曲線とす

る) 形状 ($d_o = 4$,

7, 11, 15, 19, 23,

27 cm, 但し $d_o =$

4 cm = const. で,

$d_o = 4$ cm は直線配

筋梁である) を

設定し, さらに,

各配筋曲線形状

ごとに鉄筋の付

着係数 K_b を 7 段

階 ($K_b = 1.0$,

$10^2, 10^3, 10^4$,

$10^5, 10^6$ kg/cm²)

に変化させて計

算を行ってみる。

但し, 鉄筋は梁

の両端で完全に

定着されている

ものとする。尚,

このモデル梁の解析条件は, 前報告¹⁾の計算例と全く同

一である。

図3~9に, それぞれ $d_o = 4$ cm から $d_o = 27$ cm までの各配

筋曲線 ($d_o = 4$ cm の梁のみ直線配筋²⁾) ことの解析結果

を掲げる。これらの各図の(a),(b)は, ここで設定した

付着係数の両極の値に対する, 梁の撓み曲線と曲げモ

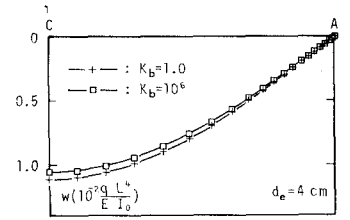
ーメント曲線を, また(c),(d)には, 7段階すべての付

着係数に対応する, 補強筋の応力曲線と付着応力曲線を,

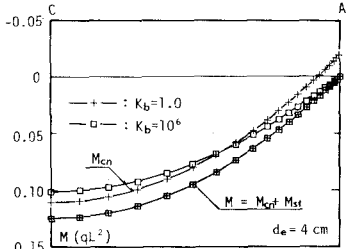
それぞれ対比して図示したものである。以下では,

解析結果の概要を, 図3~9の各図に共通の, これらの

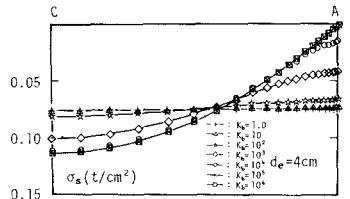
図(a)~(d)の各項目ごとに, 略述することとする。



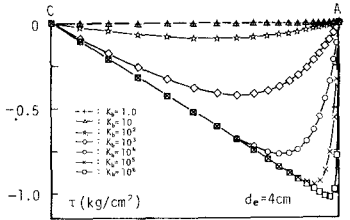
(a) 撓み曲線



(b) 曲げモーメント曲線

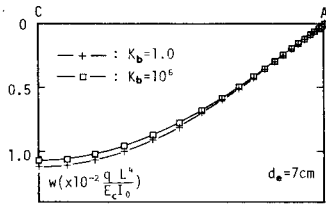


(c) 補強筋の応力曲線

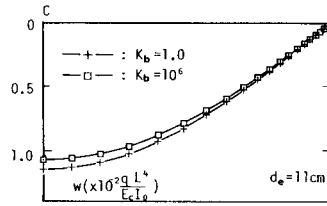


(d) 補強筋の付着応力曲線

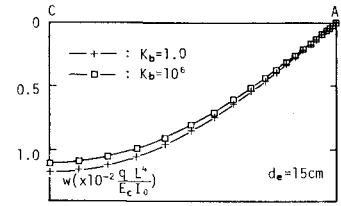
図3 $d_o = 4$ cm の梁の解析結果



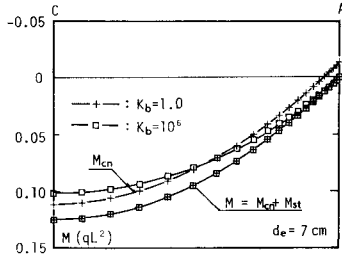
(a) 撓み曲線



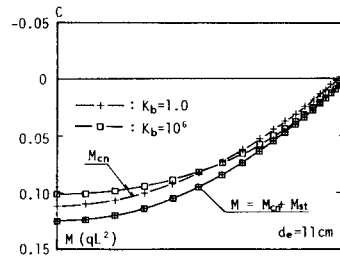
(a) 撓み曲線



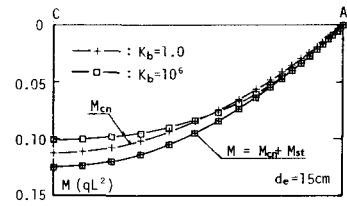
(a) 撓み曲線



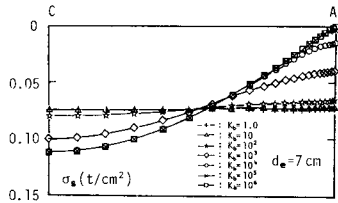
(b) 曲げモーメント曲線



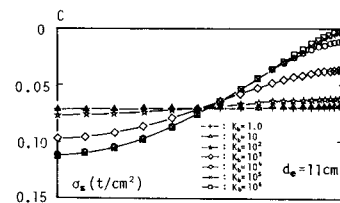
(b) 曲げモーメント曲線



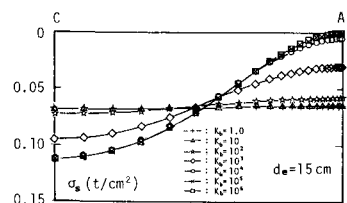
(b) 曲げモーメント曲線



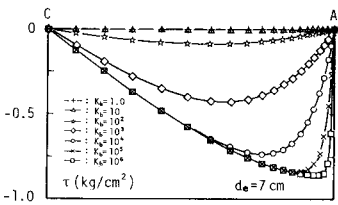
(c) 補強筋の応力曲線



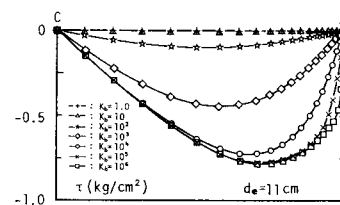
(c) 補強筋の応力曲線



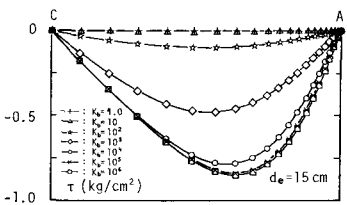
(c) 補強筋の応力曲線



(d) 補強筋の付着応力曲線



(d) 補強筋の付着応力曲線



(d) 補強筋の付着応力曲線

図 4 $d_e=7\text{cm}$ の梁の解析結果

図 5 $d_e=11\text{cm}$ の梁の解析結果

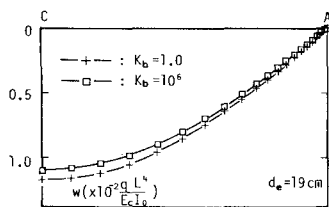
図 6 $d_e=15\text{cm}$ の梁の解析結果

【撓み曲線について】：各図の(a)図を相互に比較すると明かなように、撓み曲線は、 d_e の値が4～27cmと増加するに従って、次第に大きくなっており、各梁の $K_b=1.0$ と $K_b=10^6$ の曲線間の差も増大している。図10は、この関係をより明瞭に表示するため、梁中央点の撓みの、付着係数の変動に伴う推移の様相を、各配筋曲線別に整理して図示したものである。

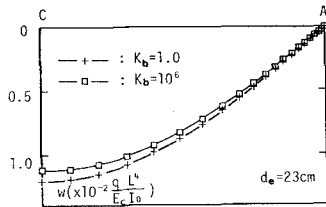
【曲げモーメント曲線について】：(b)の各図には、 $K_b=1.0$ と $K_b=10^6$ の場合に対する、内力から計算される梁のトータルモーメント M ($M=M_c+M_{st}$)の他に、 M の内、コンクリートによる負担分 M_c と、鉄筋による負担

分 M_{st} の内訳を明確にするため、コンクリートの分担モーメント M_c 曲線も併記されている。これらの解析結果より、「トータルモーメント M は、全ての場合について不変である」こと、また「 M_c は(従って M_{st} も)、付着係数の値に依存して変化し、なおかつ配筋曲線の形状の違いに対応して可成り大きく変化する」ことが判る。

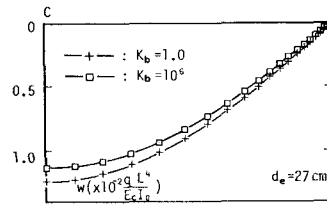
【鉄筋応力曲線について】：各図(c)には、 $K_b=1.0\sim 10^6\text{kg/cm}^3$ までの全解析曲線を示したが、これらの各図は「付着係数 K_b の変化と共に、鉄筋の応力分布曲線は、順次変化して行き、配筋曲線形状の違いに拘らず、 $d_e=4\text{cm}$ の直線配筋²の場合と同様、付着係数 K_b が10以下で



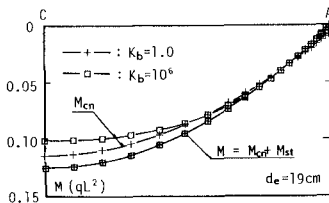
(a) 撓み曲線



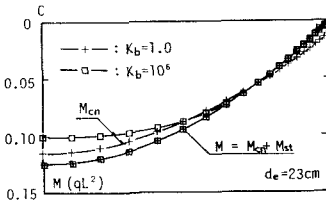
(a) 撓み曲線



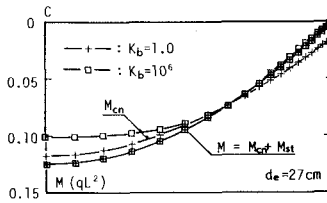
(a) 撓み曲線



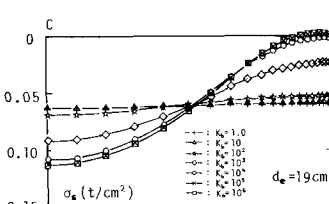
(b) 曲げモーメント曲線



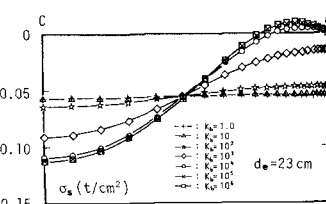
(b) 曲げモーメント曲線



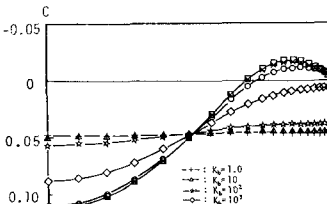
(b) 曲げモーメント曲線



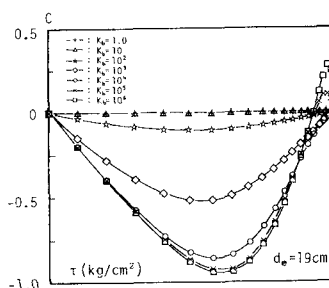
(c) 補強筋の応力曲線



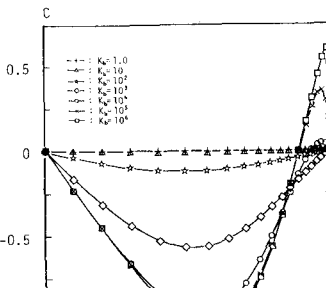
(c) 補強筋の応力曲線



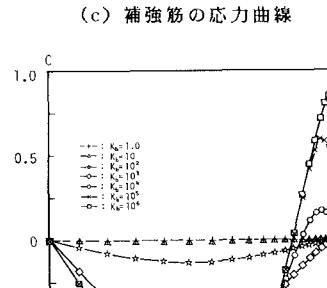
(c) 補強筋の応力曲線



(d) 補強筋の付着応力曲線



(d) 補強筋の付着応力曲線



(d) 補強筋の付着応力曲線

図 7 $d_e=19\text{cm}$ の梁の解析結果

図 8 $d_e=23\text{cm}$ の梁の解析結果

図 9 $d_e=27\text{cm}$ の梁の解析結果

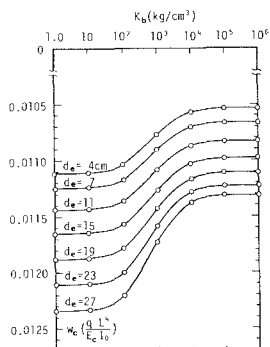


図10 梁の中央点撓み w_o の推移状況 [付着応力曲線に

は、鉄筋応力は梁全長にわたってほぼ一定のアンボンドとして、また $K_b=10^4$ 以上では、完全付着状態と見なし得る」ことを示している。

ついて]：各図

(d)の付着応力の

場合にも、7段階全ての付着係数に対する解析結果を掲げた。これらの図には、各配筋曲線ごとに、アンボンドからほぼ完全付着とみなし得る状態に至るまでの付着応力分布曲線の推移状況が、明瞭に示されている。

[参考文献]

- 1) 上田正生：補強筋の付着滑りを考慮した曲線形状配筋を有するRC梁の曲げについて、土木学会論文報告集・第43号、1987.2
- 2) 上田正生、土橋由造：補強筋の付着すべりを考慮した鉄筋コンクリートはり部材の曲げ変形解析、土木学会論文集 第372号/V-5、1986.8