

II—18 流水による粘土分を含む砂れきの初期移動について

北見工業大学工学部 正会員 内島邦秀
北見工業大学工学部 正会員 早川 博

1. はじめに

砂れきのような非粘着性河床材料の流水による初期移動については、これまでに数多くの研究が行われ十分に解明されている。粘着性河床材料を粘土分の存在状態によって①底泥②液性限界以下の粘土、シルト③粘土、シルトを含む砂れきに分類すると、実際河川の河岸や堤防、あるいは山地河川の河道を構成しているのは③の場合が多い。このような粘土分を含む砂れきの流砂現象については、芦田・田中¹⁾、芦田・江頭ら²⁾によって実験的・理論的研究が手掛けられている。しかし、砂れきに含まれる粘土の粘着力をどう評価するのが難しく、実際河川の流路変動や河岸侵食に適用する上でまだ不十分な点が多いのが現状である。本研究は、この粘着力を評価する手がかりとして、粘土を含む砂れきの土質試験から求めた粘着力を砂れきの移動限界に適用可能か検討したものである。

2. 粘土分を含む砂れきの初期移動

本研究の対象とする粘土と砂れきの存在状態は、芦田・江頭ら²⁾と同様に粘土が砂粒子の空隙を埋めているだけで、粘土を取り除いても砂粒子が静的に安定している状態としている。この状態の砂粒子の移動は次のように考えられる。まず、流れに接する砂粒子表層の粘土が侵食され、砂粒子の配置にもよるが砂粒子同士の接点までが露出するようになる。このとき接点以下の砂粒子下部と粘土の間に粘着力(せん断力)が働き、この粘着抵抗と重力による抵抗の和を超える掃流力が作用した時に砂粒子は移動し始める。この時の砂粒子の初期移動は、転動、滑動およびリフトオフの複合形式であるが、本研究では中川・辻本³⁾が転動過程を表現した運動方程式中に粘着力を考慮して移動限界を求めた。

(1) 砂粒子の転動離脱モデル

図-1のように置かれた剛体球Aが、下流側隣接球Bに沿って転動離脱するものとする。球Aには水中重量 W 、坑力 D 、揚力 L が作用し、その作用線はすべて重心を通るものとする。また、球A、球Bの接線と平均河床面とのなす角を θ とし、AB間の摩擦力 F は粘土の有無に関係なく同じとする。さらに、移動限界時に球の回りに粘着力 F_c が作用するが、一旦動き出すと粘着力は無視されるものとする。簡単のために河床が水平であるとすると、球Aの重心回りの回転に対する運動方程式は次式で表される。

$$M d \ddot{\theta} = (L - W) \sin \theta + D \cos \theta - F \quad \dots (1)$$

ここに、 d ：砂粒子径、 M ：球の仮想質量である。

また、球Aの重心回りの回転に関するモーメント式は、

$$M k^2 \dot{\omega} = F d / 2 - F_c \cdot d / 2 \quad \dots (2)$$

である。ここに、 k ：球Aの重心に関する回転半径、 ω ：転動の回転角速度である。

完全転動を仮定すると、 $\dot{\theta} = \omega / 2$ であるので、式(2)に代入すると、

$$F = F_c + 4 M k^2 \ddot{\theta} / d$$

となり、これを式(1)に代入し、 $\ddot{\theta}$ について解くと、

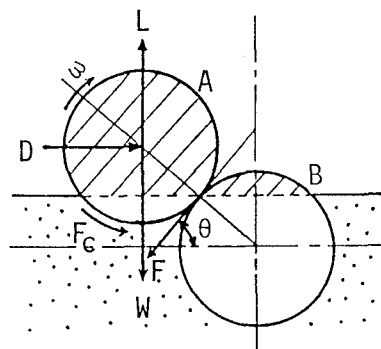


図-1 転動離脱モデル

$$\ddot{\theta} = \{ (L - W) \sin \theta + D \cos \theta - F_c \} / \{ M d (1 + 4 k^2 / d^2) \} \quad \dots \dots \dots (3)$$

となる。ところで

$$\left. \begin{aligned} M &= \rho (\sigma / \rho + C_H) A_3 d^3 \\ W &= (\sigma - \rho) g A_3 d^3 \\ D &= C_D \rho u^2 A_2 d^2 / 2 \\ L &= C_L \rho u^2 A_2 d^2 / 2 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (4)$$

と表される。ここに、 σ, ρ ：砂粒子および流体の密度、 A_2, A_3 ：面積、体積に関する形状係数で球の場合 $A_2 = \pi/4, A_3 = \pi/6, C_H$ ：付加質量係数、 C_D ：抗力係数、 C_L ：揚力係数および u ：球A近傍の局所代表流速である。

式(4)を式(3)に代入し、 $L/D = k_1, u/u_* = A$ とおき、初期角加速度 $\ddot{\theta}_0$ を求めると、 $\theta = \beta$ (β は河床に停止している時の下流側隣接砂粒子との接線と平均河床面とのなす角) において、

$$\ddot{\theta}_0 d / g = B \cdot C \cdot (k_1 \sin \beta + \cos \beta) (\tau_* - \tau_{*c0} - \Delta \tau_{*cc}) \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。ここで、

$$B = (\sigma / \rho - 1) / \{ (\sigma / \rho + C_H) (1 + \frac{4 k^2}{d^2}) \} \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$C = \frac{A_2}{2 A_3} A_*^2 C_D \quad \dots \dots \dots (7)$$

とする。また、 τ_* は無次元掃流力で、

$$\tau_* = u_*^2 / \{ (\sigma / \rho - 1) g d \} \quad \dots \dots \dots (8)$$

τ_{*c0} は粘土分がない砂粒子の無次元限界掃流力で、球A、Bの接点回りのモーメントの釣合いから、

$$\tau_{*c0} = 2 \frac{A_3}{A_2} \tan \beta / \{ A_*^2 C_D (k_1 \tan \beta + 1) \} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$\Delta \tau_{*cc}$ は粘着力 F_c によって増えた無次元掃流力の増分で、

$$\Delta \tau_{*cc} = \frac{A_*^2 d^2 f_c}{(\sigma - \rho) g A_3 d^3 \tan \beta} \tau_{*c0} \quad \dots \dots \dots (10)$$

となる。ここに、 f_c ：単位面積当りの粘土の粘着力、 $A_*^2 d^2$ ：粘土と球との粘着面積とおくと、粘着力は

$$F_c = f_c A_*^2 d^2 \quad \dots \dots \dots (11)$$

である。

したがって、粘土を含んだ砂粒子の無次元限界掃流力 τ_{*cc} は、式(5)から $\ddot{\theta}_0 = 0$ として、

$$\tau_{*cc} = \tau_{*c0} + \Delta \tau_{*cc} \quad \dots \dots \dots (12)$$

となる。

(2) 粘着面積と粘着力の評価

式(10)から $\Delta \tau_{*cc}$ を推定するには、粘着面積 $A_*^2 d^2$ と粘着力 f_c を知る必要がある。粘着力 f_c は一般に w の減少関数で、土質試験から求めた粘着力 C を適用してみる。また、粘着面積は、次のように考える。図-1において球A、Bの接点より上の斜線部分は流れによって粘土が侵食され、砂粒子と粘土の粘着面は接点以下の部分だけを考えることにする。砂粒子の実質部分以外を全て空隙と見なしたときの空隙率を λ 、砂、粘土および水の重量をそれぞれ w_s, w_c および w_w とすると、粘土の含有率 p_r と粘土の含水比 w は $p_r = w_c / (w_s + w_c)$ 、 $w = w_w / w_c$ と定義できる。砂粒子の空隙が全て粘土で飽和された場合、粘着面積 S は、

$$S = \frac{\pi d^2}{2} (1 - \cos \beta) \quad \dots \dots \dots (13)$$

である。いま、空隙に占める含有率 p_f で含水比 w の粘土の飽和度 α が、粘着面積に比例すると仮定すれば、粘着面積 $A_2 d^2$ は以下になる。

$$A_2 d^2 = \alpha S = \frac{1 - \lambda}{\lambda} \frac{p_f}{1 - p_f} \left(1 + \frac{\sigma}{\rho} w\right) \frac{\pi d^2}{2} (1 - \cos \beta) \quad \dots \dots \dots (14)$$

上式を式(10)に代入して整理すると次式が得られる。

$$\Delta \tau_{cc} = \frac{3 f_o}{(\sigma - \rho) g d} \frac{1 - \lambda}{\lambda} \frac{p_f}{1 - p_f} \left(1 + \frac{\sigma}{\rho} w\right) (1 - \cos \beta) \frac{\tau_{cc0}}{\tan \beta} \quad \dots \dots (15)$$

式(15)から $\Delta \tau_{cc}$ は p_f 、 w の増加関数であるが、後で述べるように f_o が w の減少関数であることを考えると p_f が一定のときにある含水比で極大値をとることになる。

3. 実験的検討

2. のモデルを使い粘土の粘着力を検討するために、粘土分を含んだ砂粒子の移動限界実験と土質試験を行った。実験には、砂粒子としてのガラスビーズと、粘土材料としてベントナイトを混合したものをを用いた（これ以降、混合砂と呼ぶ）。ガラスビーズは直径 $d = 5\text{mm}$ 、比重 $\sigma/\rho = 2.53$ 、空隙率 $\lambda = 0.388$ および水中安息角 $\beta \approx 30^\circ$ 、ベントナイトは比重 $\sigma/\rho = 2.40$ 、液性限界 $LL = 200$ および塑性限界 $PL = 40$ で、ベントナイトの含有率は $p_f = 9.1\%$ と 7.0% の二通りである。

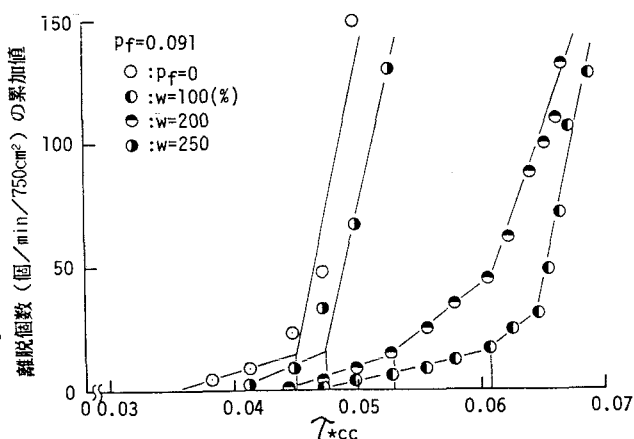


図-2 離脱累加個数と無次元掃流力 ($p_f = 0.091$)

(1) 移動限界実験

実験は全長6m、幅20cmで片面ガラス張りの木製勾配可変水路を用いた。水路底はガラスビーズを張り付けて固定床とし、上流端から3.6m地点に幅15cm長さ50cm深さ4cmの移動床区間を設けた。ここにガラスビーズとベントナイトを所定に配合し、水を加えた試料を敷きつめて実験を行った。実験条件は表-1に示す。流量はガラスビーズの移動限界以下から通水し、水位、河床位およびガラスビーズの移動個数を測定した。測定後、流量を少しずつ増加させ同様の測定を繰り返した。なお、河床の基面をガラスビーズの頂部か2mm下方にとると、流速分布に対数則を適用して求めた摩擦速度 u_* はこの基準面からの測定水深 h

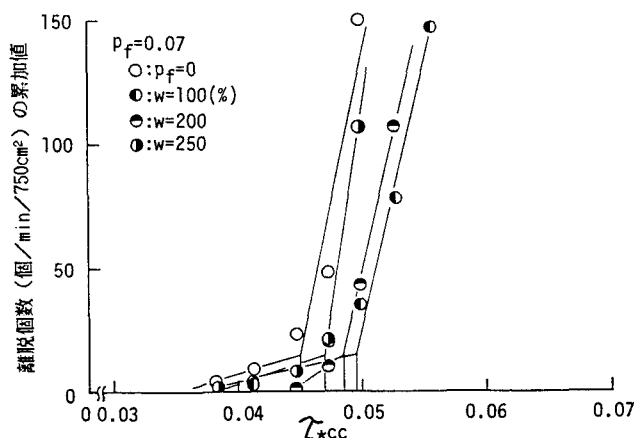


図-3 離脱累加個数と無次元掃流力 ($p_f = 0.07$)

表-1 実験条件と計算値

Run No.	p_f	$w(\%)$	I	τ_{coc}	$\Delta \tau_{coc}^{e)}$	$\Delta \tau_{coc}^{t1)}$	$\Delta \tau_{coc}^{t2)}$	$\Delta \tau_{coc}^{t3)}$
1	0.0	---	1/50	0.0450	-----	-----	-----	-----
2	0.070	100	"	0.0496	0.0046	2.386	13.849	2.797
3	"	200	"	0.0485	0.0035	0.153	0.754	1.108
4	"	250	"	0.0470	0.0020	0.036	0.164	0.697
5	0.091	100	"	0.0608	0.0153	3.174	17.039	3.889
6	"	200	"	0.0530	0.0080	0.203	0.897	1.813
7	"	250	"	0.0475	0.0025	0.047	0.192	1.238

e): 実験値 t1): 計算値 (式(15)より) t2): 計算値 (芦田・江頭²⁾) t3): 計算値 (式(10)より)

を用いた $\sqrt{ghI}$ に良く一致するということが検証された。 τ_c の算出には h を用いている。図-2,3は w をパラメータにして、移動床部分(750cm²)から一分間当りに移動したガラスビーズの累加個数 N と無次元掃流力 τ_c をプロットしたものである。ガラスビーズの無次元限界掃流力は岩垣式から求めると $\tau_{c0}=0.05$ となるが、実験ではすでにかなり移動しており、本研究では移動個数が急増する地点を移動限界と定義して、 $\tau_{c0}=0.045$ とした。混合砂も同様にして無次元限界掃流力 τ_{coc} を求め、 $\Delta \tau_{coc}$ を算出した。

(2) 土質試験から求めた粘着力

ベントナイトの粘着力 C_0 は、自由落方式によるコーン試験を行い、コーンの貫入量と載荷強さの関係から求めた⁴⁾。混合砂の粘着力 C は一軸圧縮試験から、次式を用いて求めた⁵⁾。(ただし、 $p_f=7.0\%$ 、 $w=250\%$ の条件は一軸圧縮試験が不可)

$$C = \frac{q_u (1 - \sin \phi)}{2 \cos \phi} \quad \dots (16)$$

ここで、 q_u :一軸圧縮強さ、 ϕ :内部摩擦角(ガラスビーズの場合、 $\phi=40^\circ$ とした)である。粘着力と含水比 w との関係を図-4に示すと、これからベントナイトの粘着力は含水比の増大にともなって急激に減少し、液性・塑性限界では100倍の違いがある。混合砂の粘着力は実験条件が限られているが、 p_f が一定の場合、粘着力は w が増大すると減少し、 w が一定の場合には p_f の増大とともに増加している。ベントナイトの粘着力と比較すると、液性限界まではベントナイトの方が大きく、それ以降は混合砂の粘着力の方が大きい。これは液性限界までの混合砂の粘着力が粘土の空隙に対する飽和度に比例するため、飽和されるとベントナイトの粘着力に近づく。式(14)から飽和時の w は $\alpha=1$ として、 $p_f=7.0\%$ 、 9.1% に対しそれぞれ210%、290%となり、図-4からベントナイトの

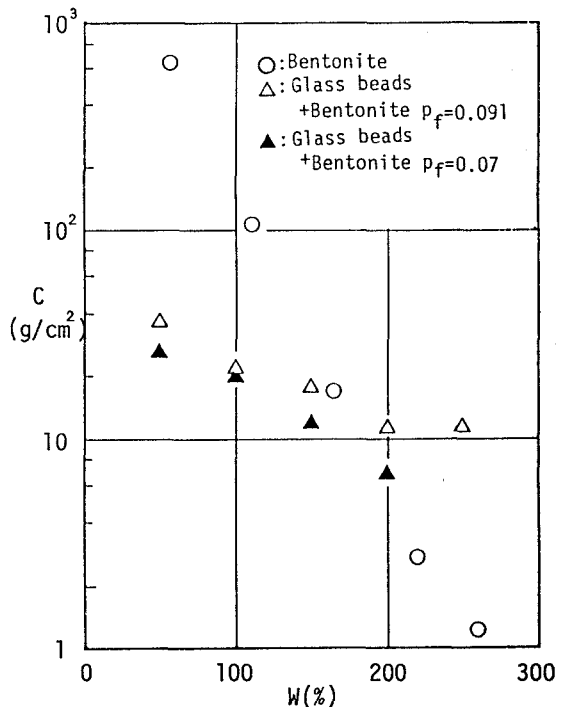


図-4 粘着力と含水比の関係

粘着力にほぼ等しいことが分かる。液性限界を越えると混合砂の粘着力は、ガラスビーズの内部摩擦角を考慮しているにもかかわらずベントナイトより大きくなる傾向がある。

(3) 粘着力の評価

図-5は $\Delta \tau_{cc}$ と p_f の関係を w をパラメータに、図-6は τ_{cc} と w の関係を p_f をパラメータにして示した。両図から $\Delta \tau_{cc}$ は p_f が增大するにともない増大しているが、 w が増えた場合逆に小さくなり、液性限界付近では p_f が増えても $\Delta \tau_{cc}$ はほとんど増大していない。これは液性限界を過ぎると前述したようにベントナイトの粘着力 C_0 が急激に小さくなるために、粘着面積の増加の効果が追いつかないと考えられる。芦田・江頭らの実験では液性限界後に τ_{cc} の極大値が表れているが、著者らの実験条件が少ないために、極大値がどこに表れるのか知ることができなかった。

次に、式(15)による計算値と実験値とを比較してみる。

表-1に基づいて、まず実験結果と粘着力 f_c にベントナイトの粘着力 C_0 を適用した計算結果を比較する。実験値と比べると計算値の方がかなり大きな値になっている。例えば、粘着力がかなり小さい $w=250\%$ のときでも実験値は計算値の僅か5%以下である。もしこの粘着力が妥当な値であると仮定したときの粘着面積を

逆算してみると、砂粒子の表面積の僅か 0.03%以下でほとんど点で接触していることになる。実験を見る限り、ガラスビーズの移動直後の粘着面はこのように小さいとは考え難い。また、芦田・江頭らのモデルに適用しても同様な結果であった。したがって、このようなモデルの粘着力 f_c には、実際に流水中を砂粒子が移動するときの粘土の含水比に対応する粘着力 C_0 を精度よく知る必要があると考えられる。そこで次に、混合砂の粘着力 C を適用してみる。混合砂の粘着力 C は前述したように p_f が増えると増加することから空隙に占める粘土の飽和度、即ち粘着面積に関係している。つまり一軸圧縮試験から求められる粘着力 C は、ある破壊面に作用するベントナイトの粘着力(せん断応力) C_0 とその破壊面に占める粘土の粘着面積 S_0 の積 $C_0 S_0$ をその破壊面の断面積 A で除した $C_0 S_0 / A$ に等しい。破壊面内の砂粒子一個の破壊面への投影面積 a に占める粘着面積 s_0 の比 s_0 / a が S_0 / A に等しいので、 $C = C_0 S_0 / A = C_0 s_0 / a$ となる。したがって、式(15)の f_c に C を直接代入できない。そこで、式(10)において、 $A \frac{1}{2} d^2 = s_0$ であることから、 $f_c \cdot A \frac{1}{2} d^2 = C \cdot \pi d^2 / 4$ と置き換えれば良いことになる。これから計算した値と実験値を比べると、ベントナイトの粘着力 C_0 を直接用いた場合よりも補正係数 γ (=実験値/計算値) の値はほぼ一定となる。したがって、 γ が与えられれば、粘土自体の粘着力とその粘着面積が推定できなくても一軸圧縮試験によって求められた混合砂の粘着力 C と砂粒子一個の投影面積 a から概略の粘着抵抗力 F_c を知ることができる。

4. おわりに

粘土分を含む砂れきの初期移動を解明するために、中川・辻本のモデルに粘着力を付加したモデルを考え、土質試験から求めた粘土の粘着力をそれに適用して粘土分を含むの砂れきの移動限界について検討した。実

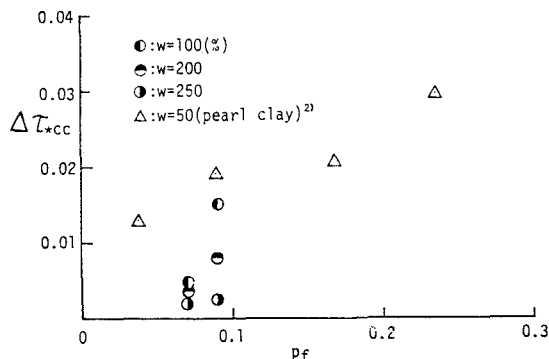


図-5 無次元掃流力の増分と含有率の関係

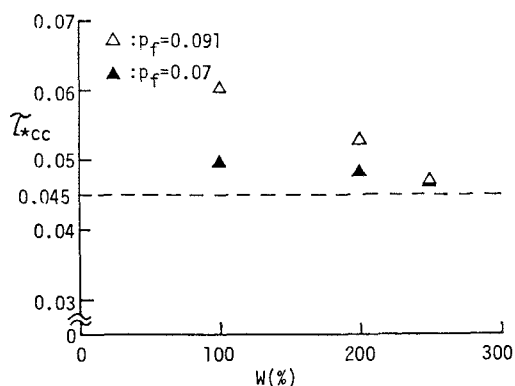


図-6 無次元掃流力と含水比の関係

験との比較では、土質試験から求めた粘着力をモデルに直接適用することができないことが分かった。しかし、粘土自体の粘着力とその接着面積が分からなくても一軸圧縮試験から粘着力を精度良く算定することにより、概略の粘着抵抗力を推定する事ができる。今後、実際に則した材料を用いた範囲の広い条件の実験を行って、 γ を見積るべく更に研究を進めていく予定である。

最後に、土質試験に際し、本学土木工学科鈴木輝之助教授から試験装置並びに試験結果について貴重な御討議をいただいた。ここに記して謝意を表します。

【参考文献】

- 1) 芦田和男・田中健二：粘土分を含有する砂れき床の侵食と流砂機構に関する研究，京大防災研究所年報，第17号B，pp.571-584，1974.
- 2) 芦田和男・江頭進治・加本 実：山地流域における侵食と流路変動に関する研究（1）——粘着性材料を含む砂れきの移動限界と流砂量——，京大防災研究所年報，第25号B-2，pp.349-360，1982.
- 3) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，pp.71-80，1975.
- 4) 北郷 繁：液性限界測定法に関する実験，土と基礎，Vol.13 No.9，pp.13-18，1965.
- 5) 例えば，河上房義：新編土質力学，森北出版，p89，1978.