

## II—10 山腹斜面域における不飽和—飽和浸透流の数値解析

室蘭工業大学 正会員 藤間 聡  
同 上 学生員 熊谷 英範

### 1. はじめに

降雨とその浸透流出過程の中で観測されるのは、雨量強度と河川のハイドログラフだけの場合が多く、現在これらに基づいて利水計画、防災計画が立てられている。そして雨量から流出量を推定する方法は、線形現象における重ね合わせの原理を応用した、シャーマンの単位図法が広く用いられている<sup>1)</sup>。しかし、本来、浸透能が低い流域における流出量の時間分布算定法として作られた方法であり、森林で覆われているわが国の山腹斜面域のように、落葉などの腐蝕質の浸透能の高い地層が堆積した土壌では、通常の降雨は全て浸透させてしまい、地下水面あるいは不浸透層まで到達して川に流出されるまでに、大きな貯留作用を受けて非線形となるような現象に対して適用するのは疑問である。また、単位図法は流域をひとつのシステムとしてマクロに捉えており、ある意味では非常にブラックボックス的で流域内部における雨水の挙動は考慮されていない。本研究の目的は、降雨流出モデルの確立のために、ブラックボックスのような方法ではなく、土壌水分の消長と地下水帯の挙動や地下水流出の様子を考慮し、その対象領域として理想的条件を持つ簡単な山腹斜面域を仮定して、差分法で解析することによる妥当性を調べることである。

### 2. 基本方程式<sup>2), 3)</sup>

一般に土壌水の動きは、飽和領域と不飽和領域とに分けることができるが、本研究に用いる方程式は、飽和不飽和両領域を同一の式で取り扱うことのできるリチャーズの式を用いる。

不飽和領域まで拡張されたダルシー則は、

$$\begin{aligned} q &= -kI \\ &= -K_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} - K_z(\psi) \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \end{aligned} \quad \dots(1)$$

ここに、 $q$  : 流量、 $k$  : 透水係数、 $I$  : 動水勾配、 $K_x$  : 水平方向の透水係数、 $K_z$  : 鉛直方向の透水係数、 $\psi$  : 圧力水頭。

連続の式より、

$$\frac{\partial (\rho \theta)}{\partial t} = -\nabla \rho q \quad \dots(2)$$

ここに、 $\rho$  : 流体密度、 $\theta$  : 土壌水分量。

ここで、水、土粒子の圧縮、土壌の間隙比の変化が生じないと仮定すると、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad \dots(3)$$

ここに、 $C$  : 比水分容量。

(2) 式、(3) 式から、

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\nabla q \quad \dots(4)$$

(1) 式、(4) 式から、

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z(\psi) \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right) \right\} \quad \dots(5)$$

本研究では(5)式を用いる。この式を差分化することにより、次式を得る。

$$\begin{aligned}
& C(\psi_{i,j}^{t-\Delta t/2}) \left( \frac{\psi_{i,j}^t - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{\Delta t} \right) \\
&= \frac{1}{\Delta X} \left\{ K \times (\psi_{i+\Delta X/2,j}^{t-\Delta t/2}) \left( \frac{\psi_{i+1,j}^t + \psi_{i+1,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^t - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{2\Delta X} \right) \right. \\
&\quad \left. - K \times (\psi_{i-\Delta X/2,j}^{t-\Delta t/2}) \left( \frac{\psi_{i,j}^t + \psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i-1,j}^t - \psi_{i-1,j}^{t-\Delta t}}{2\Delta X} \right) \right\} \\
&+ \frac{1}{\Delta Z} \left\{ K_z (\psi_{i,j+\Delta Z/2}^{t-\Delta t/2}) \left( \frac{\psi_{i,j+1}^t + \psi_{i,j+1}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j}^t - \psi_{i,j}^{t-\Delta t}}{2\Delta Z} + 1 \right) \right. \\
&\quad \left. - K_z (\psi_{i,j-\Delta Z/2}^{t-\Delta t/2}) \left( \frac{\psi_{i,j}^t + \psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i,j-1}^t - \psi_{i,j-1}^{t-\Delta t}}{2\Delta Z} + 1 \right) \right\} \dots (6)
\end{aligned}$$

ここに、 $\Delta t$  : 時間間隔、 $\Delta X$  : 水平方向間隔、 $\Delta Z$  : 鉛直方向間隔。

### 3. 境界条件及び初期条件<sup>2)</sup>

解析領域を図1のようにとる。境界条件は次のとおりである。

不浸透層及び対称軸 : AB、BC、CD、DEでは、

$$q_n = 0 \quad \dots (7)$$

土壌表面 : AEでは、土壌表面の状態によって降雨時には、

$$q_n = -R \text{ (不飽和時)} \quad \dots (8)$$

$$\phi_{sur} = 0 \text{ (飽和時)} \quad \dots (9)$$

ここに、 $R$  : 降雨強度。

河床部 : ABでは、

$$\phi = H - Z \quad \dots (10)$$

ここに、 $H$  : 河川水深。

初期条件は次式で与えた。

$$\phi = H - Z \quad \dots (11)$$

ただし、不飽和領域で $\phi < \phi_a$ となった場合には、 $\phi = \phi_a$ とした。ここに、 $\phi_a$ は適当に定められる定数である。

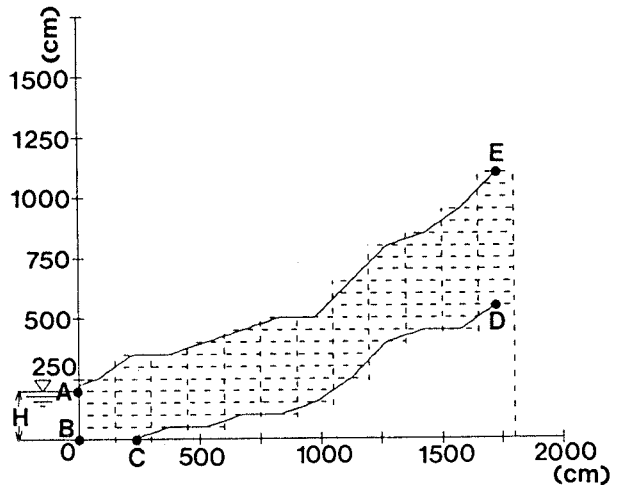


図1 解析領域図 (格子点数92)

### 4. 解析手順<sup>2), 4)</sup>

(1) 求める $\phi_{i,j}^*$ の第0次近似値に、 $\Delta t$ 前の値 $\phi_{i,j}^{t-\Delta t}$ を与える。ただし、計算最初の $t=0$ においては初期値を与える。

(2) 近似した $\phi_{i,j}^*$ を用いて、前もって与えられた $K-\phi$ 曲線、 $C-\phi$ 曲線から係数 $K(\phi)$ 、 $C(\phi)$ を算出する。

(3)  $\phi_{i,j}^*$ 、 $K(\phi)$ 、 $C(\phi)$ を用いて、差分式から $\phi_{i,j}^*$ の高次近似値を計算する。この近似値を計算するにあたり、加速緩和法(SOR法)を用いる。まず残差RAを下式から求める。

$$RA = (\phi_{i,j}^*) - (\phi_{i,j}^*)^m \quad \dots (12)$$

ここに、 $(\phi_{i,j}^*)$  : 差分式から求めた $\phi_{i,j}^*$ 、 $(\phi_{i,j}^*)^m$  :  $(\phi_{i,j}^*)$ の $m$ 次近似値。

次に、上式のRAを用いて $(\phi_{i,j}^*)^{m+1}$ を求める。

$$(\psi_{i,j})^{m+1} = (\psi_{i,j})^m + \omega \cdot RA \quad \dots(13)$$

ここに、 $\omega$ ：加速係数。

(4) ここまでの手順を全格子点上で行い、収束判定をする。収束判定式は下式を用いる。

$$\varepsilon \geq \sum |RA| \quad \dots(14)$$

ここに、 $\varepsilon$ ：あらかじめ定める許容残差。

求めた残差の総和が、設定した許容残差より小さい場合には収束したものととして、次の手順を行う。大きい場合には  $(\psi_{i,j})^{m+1}$  を  $(\psi_{i,j})^m$  として前記の(2)～(4)の手順を再び繰り返す。

(5) 地下水流出力  $Q_{gr}$  を、左側境界に接する水面下の格子点からの左側への流出量として求める。したがって、計算式は下式ようになる。

$$Q_{gr} = Kx(\psi_{i-\Delta X/2,j}^{t-\Delta t/2}) \left( \frac{\psi_{i,j}^t + \psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i-1,j}^t - \psi_{i-1,j}^{t-\Delta t}}{2\Delta X} \right) \\ \times \{ (\psi_{i,j}^t - \psi_{i-1,j}^t) + (\psi_{i,j}^{t-\Delta t} - \psi_{i-1,j}^{t-\Delta t}) \} \times \Delta Z \quad \dots(15)$$

(6) 最後に、収束した  $\psi_{i,j}$  を用いて、あらかじめ与えられた  $\theta - \psi$  曲線から、全格子点の  $\theta$  ( $\psi$ ) を求める。そして、計算時間を  $\Delta t$  進めて、再び以上の手順を繰り返す。

## 5. 解析条件<sup>2)</sup>

解析対象領域は図1の斜面域とする。全計算時間120時間、 $\Delta t$ を30分、 $\Delta X$ を150cm、 $\Delta Z$ を50cm、 $H$ を200cm、 $\phi_a$ を-150cm、 $\omega$ を1.0、 $\varepsilon$ を1.0(1格子点当たり0.011)とした。また降雨については、強度5mm/hr、継続時間24時間の矩形降雨とした。土壌は砂質シルトとし、等方性を仮定して  $K_x = K_z = K$  とした。以下に採用した土壌特性曲線を示す。浸潤過程と排水過程のヒステリシス現象については、簡単のため考慮していない。

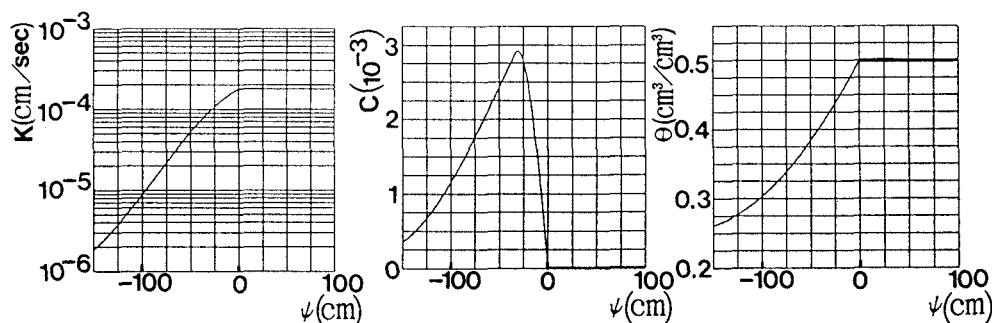


図2 土壌特性曲線図

## 6. 結果と考察

得られた土壌水分分布図を次頁に示す。本計算は室蘭工業大学情報処理センターで行い、CPU-TIMEは約2分であり、収束回数は最多9回であった。表層は飽和することなく、地下水流出力のピークはグラフより降雨開始から約36時間後であることがわかる。この時、左側の格子点において土壌水分量が増大しており、この部分の流出成分がピーク形成に大きく関与していると考えられる。また右側の格子点では、土壌水分量の変化が緩慢であることから、低減部の形成に関与していると考えられる。

差分法の適用については、 $\Delta X$ 、 $\Delta Z$ 、 $\Delta t$ の取り方によって収束回数が大きく変化し、発散する場合があることから試行錯誤が必要であること、要素が格子であり実際の対象領域と合わないこと、特に斜面に

においては階段状になり結果にもその影響が出ることから、手数のかかる割には必ずしも正確な値が期待できない。したがって、精度を要求されるような場合には不適當であると考えられる。また、降雨強度が大きいなど急激な変化が起こる場合には、やはり収束回数が多くなるか発散するので、実際の降雨現象に適用するためには改良が必要であると考えられる。

## GROUNDWATER RUNOFF

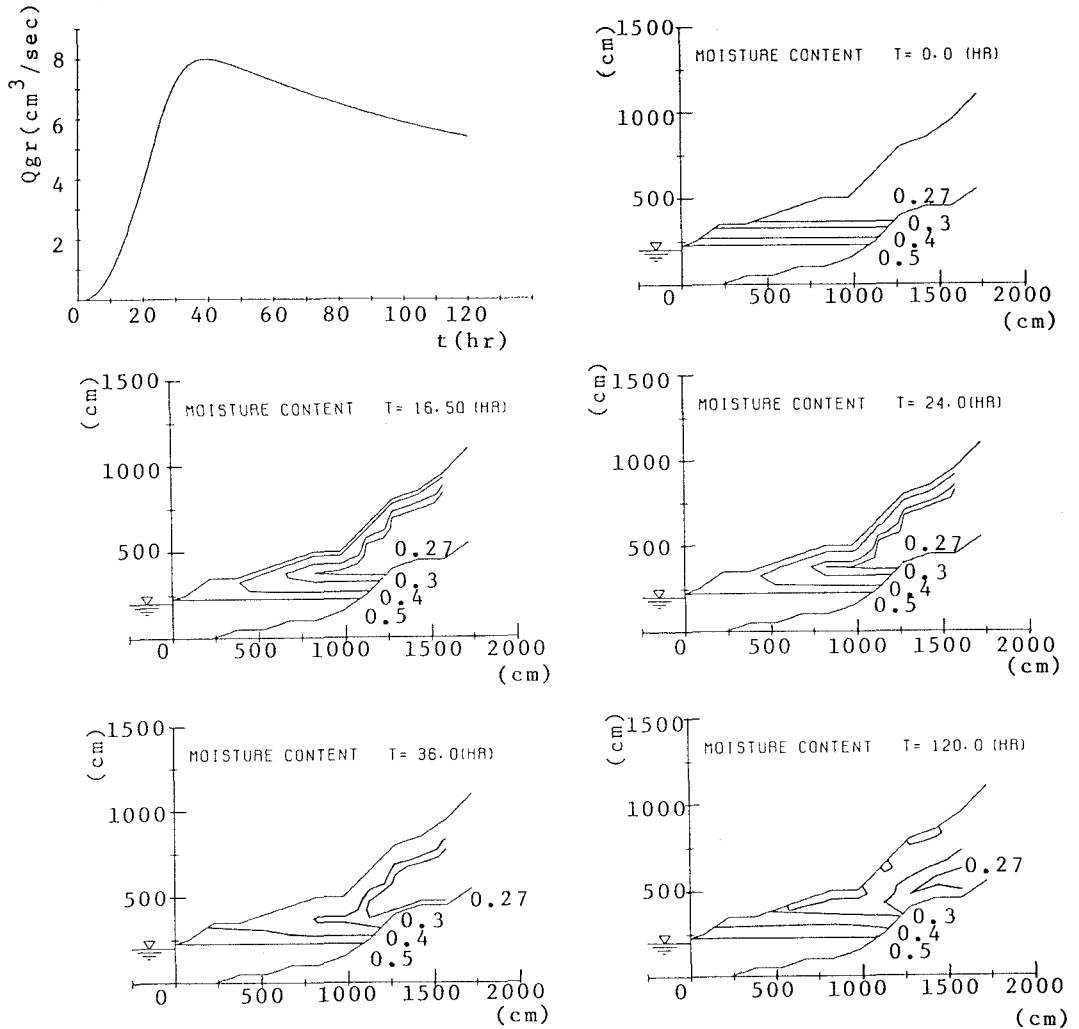


図3 地下水流出量図及び土壌水分分布図

### 【参考文献】

- 1) 高瀬信忠：河川水文学、森北出版、1978
- 2) 岡太郎：裸地斜面域における土壌水の流動解析、京都大学防災研究所年報第21号B-2、1978
- 3) カークビー：新しい水文学、朝倉書店、1983
- 4) 嵯峨浩：二次元不飽和浸透流の数値解析について、土木学会北海道支部論文報告集、1985