

II-7 時間雨量の確率分布特性について

北海道開発局土木試験所 正員 七 沢 馨
同 上 正員 星 清

1. は じ め に

降雨は大気中から地表あるいは海への水の循環の一過程であり、河川流は地表から海へ到る水の循環の一過程である。この降雨と河川流の間には密接な関係があり、その関係は流出機構として位置付けられる。しかしながら、降雨の生起や特性について考えてみると、その生起は間欠的であり、ピーク雨量と総雨量、降雨継続時間等の特性も降雨毎に変化し、降雨の生起や特性を決定論的に予測することは困難である。したがって、降雨過程の変換系としての流出過程も決定論的に予測することが困難となる。しかしながら、治水計画や利水計画あるいは河川管理やダム管理においては、降雨や流量の決定論的に予測できない生起や特性が基本的かつ重要な因子である。そこで、計画や管理においては、これらの因子を確率論によって取り扱っている。

確率論により解析する場合、標本の属する母集団の性質を考えなければならない。母集団の異なる標本を同一の母集団からの標本として取り扱うことはできない。ここで、降雨あるいは流量に関する特性量の母集団について考えてみる。ある地点における降雨は、気候が変化する程の長時間を考えなければ、同一の母集団に属すると考えられる。一方、流量は、降雨から河川流へ到る途中に流出機構を通るため、地被の状況の影響を受ける。その具体例として、近年の流域の開発・都市化に伴う流出形態の著しい変化があげられる。このため、流量標本は、その標本が得られた時点での地被状況に基づく母集団に属するものと考えられる。換言すれば、流量標本は異なる母集団に属する確率が高くなる。したがって、流量の時系列特性が定常過程でない限り、一括して確率論を適用することはできない。

以上のことから、著者らは計画や管理において重要な因子であり、かつ確率論の適用が容易な降雨を対象とすることにした。解析例において、札幌と旭川で観測された降雨の時間雨量資料を収集し、降雨の特性量としてピーク雨量、総雨量、降雨継続時間、ピーク生起位置について、確率分布形と相関構造を検討した。

2. 時間降雨確率分布特性の適用例

現在、降雨への確率分布形のあてはめによる生起確率は、各種の計画における計画降雨の規模の決定や、管理を行う場合に生起した降雨の確率評価に用いられている。本報告では上記以外の時間降雨確率分布特性の適用例を以下に2, 3紹介する。

(1) 模擬降雨の発生

各降雨特性量の確率分布形と各降雨特性量間の相関構造が得られていれば、任意の生起確率に対する各降雨特性量を変量間の相関構造を考慮した上で決定することができる。すなわち、設定した任意の生起確率を、各降雨特性量の同時生起確率として位置付けることができる。今、このようにして任意の生起確率に対するピーク雨量、総雨量、ピーク生起位置が得られたと仮定しよう。また、降雨波形が三角形に近似できると仮定するならば、得られた降雨特性量により任意の生起確率に対する降雨波形を模擬発生させることができる。

(2) 計画・管理対象降雨の設定

計画あるいは管理の対象となる生起確率に対して、模擬降雨を多数発生させ、その模擬降雨のそれぞれについて適当な流出計算（たとえば、星ら¹⁾のモデル）を行い洪水波形を求める。このようにして、同一の生起確率に対して多数得られた洪水波形の中から最も危険側となる場合を選び出し、それを与える模擬降雨をもって計画あるいは管理の対象とすることが考えられる。

(3) 地被変化の影響の検討

流域の開発・都市化に伴う森林の減少や不浸透面の増大等の地被状況の変化は、流出形態を変化させ洪水ピーク
の先鋭化や流量の増大を招いている。このような地被変化の影響は、流出計算における流出率や地被状況に関する
パラメータを変化させることにより、検討することができる。種々の生起確率に対する模擬降雨について、パラメー
タを変化させながら流出計算を行えば、地被変化の影響が明らかとなり計画や管理における重要な資料となる。

(4) 洪水演習用シミュレータ

近年、流域内の資産が増加し、洪水が発生した場合には被害が増大する傾向にある。また、社会の複雑化に伴い
洪水時の対応も複雑化している。そこで、洪水時に管理者が迅速かつ適確に洪水に対応できるように、その能力を
高めておくことが重要である。洪水演習用シミュレータは、大型計算機を利用し管理者に洪水を擬似体験させ、洪
水への対応能力を訓練するシステムであり、現在このシステムの開発が望まれている。このシステムの中で、各降
雨特性量の確率分布特性および相関構造は、模擬洪水の発生部の基本的なデータとなるものである。

(5) 等危険度線

洪水は、河道の流下能力を超え、かつ流域の貯留能力を超えるような降雨が生起した場合に発生する。降雨が流
下能力を超えるか否かは降雨のピーク雨量に依存し、貯留能力を超えるか否かは総雨量に依存している。したがっ
て、治水安全度を評価する場合には、流下能力と貯留能力を結合して評価しなければならない。江藤ら^{2), 3)}は、ピー
ク雨量が流下能力を超える条件のもとで、総雨量が貯留能力を超える結合確率分布を用いて、治水安全度を評価す
る等危険度線を提案している。(1)式は等危険度線の近似式であり、図-1は(1)式において $s=3$ とした場合の種々の
生起確率に対する等危険度線図である。

$$\frac{z}{z_0} = \left(1 - \frac{y}{y_0}\right)^s \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 y ：流下能力、 z ：貯留能力、 s ：ピーク雨量と降雨継続時間
との関係で決まる定数($s=2\sim 3$)、 y_0 、 z_0 ：任意の生起確率に対して
周辺分布より求めたピーク雨量、総雨量で、それぞれ y 軸、 z 軸の切片
となる(後述の図-7、8で対象超過確率に対応した確率水量)。

種々の確率に対する等危険度線図を作成しておけば、現状、計画、
現状から計画へ到る経路等について、治水安全度や治水安全度の変
化を評価することができる。現状の施設規模(図-1中で白丸)、
計画の施設規模(黒丸)を通る等危険度線が、それぞれの段階にお
ける治水安全度を示している。また、現状から計画へ到る経路によ
り、どのように治水安全度が変化するかを検討することで治水事業
の進め方を評価できる。さらに、模擬降雨に対して、流出率や地被
状況のパラメータを変化させながら流出計算を行い、降雨の場合と同様に等危険度線を求めれば、流域開発による
治水安全度の変化を検討することも可能である。

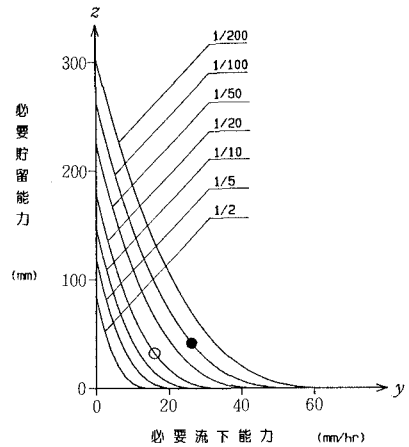


図-1 等危険度線

3. 解析対象降雨の抽出

札幌および旭川で観測された降雨の中から、比較的大きな降雨を年間1～5個選び、降雨の前後に24時間程度の
無降雨期間があるように前期・後期降雨を含んだ時間雨量資料を収集した。次に、収集した降雨を以下に示す基準
により前期降雨、降雨最盛期、後期降雨に分離する。さらに、分離した各降雨に対して、ピーク雨量、降雨継続時
間に関する選定基準をあてはめ解析対象降雨を抽出した。分離および抽出の基準は以下の i), ii) であり、それを
模式的に示したものが図-2である。

- i) 無降雨が6時間以上継続し、その後に降雨があった場合、その系列を別の一雨降雨とする。
- ii) i) で得られた一雨降雨のうち、降雨継続時間が3時間以上、かつピーク雨量が2 mm/hr 以上の一雨降雨を

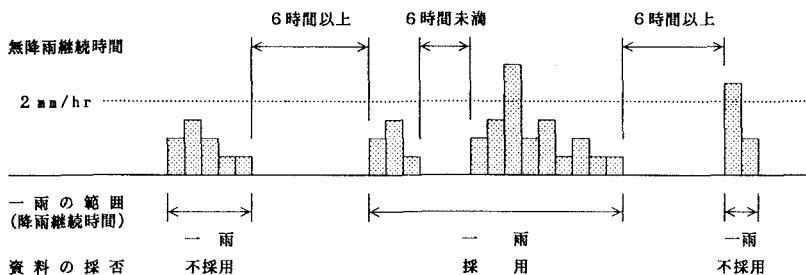


図-2 解析対象降雨の抽出方法

表-1 解析対象降雨の収集・抽出結果

観測地点	観測期間	観測年数	収集降雨数	抽出降雨数	年平均抽出数
札幌	1889～1985	93	298	353	3.8
旭川	1908～1985	78	152	214	2.7

注) 札幌の1935～1938年は4時間観測なので収集降雨資料から削除する

抽出する。

資料の収集・抽出結果をまとめたものが表-1であり、解析対象降雨は札幌で353個、旭川で214個得られた。これらの対象降雨には、分離・抽出の結果として、ピーク雨量や総雨量の小さな降雨も含まれており、頻度解析や確率分布形のあてはめにおいて、その影響が出てくることが予想される。

4. 降雨特性量の分布特性

対象降雨について、ピーク雨量、総雨量、降雨継続時間、ピーク生起位置の4つの降雨特性量を求め、それらのヒストグラムを作成した。ここで、ピーク生起位置は降雨開始からピーク生起までの時間を降雨継続時間で除した無次元量で表現することにした。

札幌と旭川における抽出資料の標本統計量を表-2に示す。また、図-3はピーク雨量の、図-4は総雨量の、図-5は降雨継続時間の、図-6はピーク生起位置のヒストグラムであり、それぞれの図の左側が札幌、右側が旭川のものである。標本特性値とヒストグラム結果をみると、各降雨統計量とも旭川の方が幾分バラツキが大きいのが両地点の降雨には顕著な差異はない。その原因として、札幌と旭川が比較的近距离にあり、対象降雨の多くが同一の原因による降雨であることが考えられる。

次に、個々の降雨特性量の分布特性について考察を加えると、降雨継続時間の分布が正規分布に近い形をしている。一般的には、降雨継続時間は指数分布に従うと言われている。この相違は、対象降雨の抽出方法に依存していることが考えられる。すなわち、資料収集の段階で降雨継続時間の短い小さな降雨が欠落していること、また、対象降雨抽出の段階で降雨継続時間が3時間未満の降雨が除去されているため、全体として降雨継続時間の短い資料の多くが抽出されなかったためと考えられる。ピーク雨量や総雨量についても、対象降雨の抽出の際の影響が考えられるが、表-2にも示したようにピーク雨量や総雨量の小さな降雨も対象降雨の中に含まれている。また、表-

表-2 抽出資料の標本統計量

特性量 統計値	ピーク雨量 (mm/hr)		総雨量 (mm)		降雨継続時間 (hr)		ピーク生起位置	
	札幌	旭川	札幌	旭川	札幌	旭川	札幌	旭川
最大値	50.2	57.3	293.0	297.0	72	59	0.98	0.98
最小値	2.0	2.0	2.9	2.9	3	3	0.03	0.01
平均値	9.48	10.62	48.3	44.7	21.1	19.5	0.47	0.48
標準偏差	6.48	9.14	35.9	36.2	11.8	11.7	0.24	0.25
変動係数	0.68	0.86	0.74	0.81	0.56	0.60	0.50	0.53
ひずみ係数	2.12	2.33	2.36	2.74	0.99	0.90	0.15	0.25

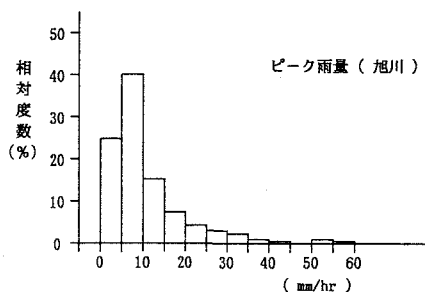
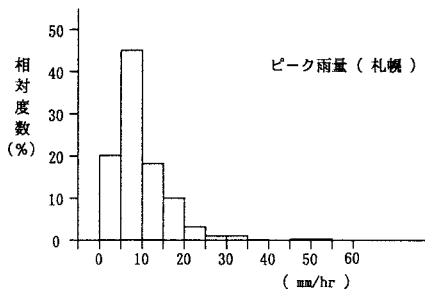


図-3 ピーク雨量ヒストグラム

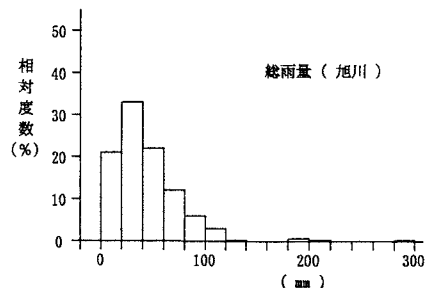
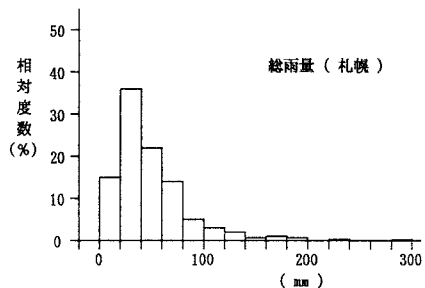


図-4 総雨量ヒストグラム

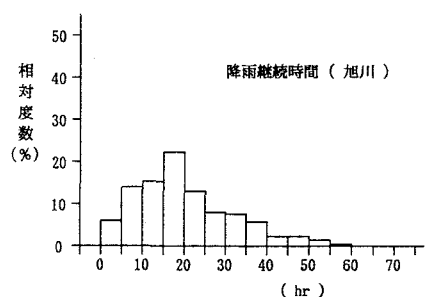
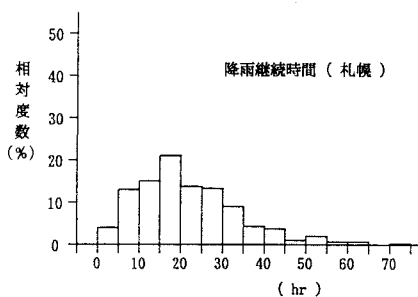


図-5 降雨継続時間ヒストグラム

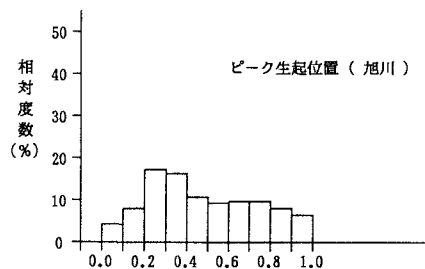
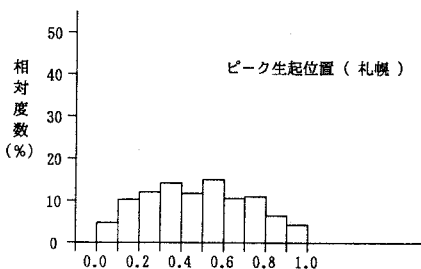


図-6 ピーク生起位置ヒストグラム

1で収集資料数と抽出資料数の差の部分の降雨の多くは、ピーク雨量や総雨量の小さな降雨によって占められている。したがって、ピーク雨量や総雨量については、資料を抽出する際の影響が緩和されていると考えられる。

5. 確率分布形のあてはめ

各降雨特性量の標本特性の検討から、対象降雨を抽出する際の影響が比較的小さいと考えられるピーク雨量と総雨量について確率分布形のあてはめを行う。分布形のあてはめを行う場合、適当な確率分布形を決めなければな

らないが、図-3、4に示したピーク雨量と総雨量のヒストグラムから、次の(2)式に示す3母数の対数正規分布形を採用した⁴⁾。

$$F(x)=\int_{-\infty}^y\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y}\exp\left\{-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right\}dy\left.\vphantom{\int_{-\infty}^y}\right\}.....(2)$$

$$y=\ln(x-a)$$

ここで、 x ：原水文学量、 $F(x)$ ：分布関数、 y ：平均値 μ_y と分散 σ_y^2 を持つ正規変量、 a, μ_y, σ_y ：分布母数。

(2)式における3つの母数は、クオンタイル法（岩井法）と最尤法を併用して、それぞれ(3)、(4)、(5)式により推定される。

$$a=\frac{x_{(1)}x_{(N)}-x_{(m)}^2}{x_{(1)}+x_{(N)}-2x_{(m)}}.....(3)$$

$$\mu_y=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N\ln(x_i-a).....(4)$$

$$\sigma_y^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N\left\{\ln(x_i-a)-\mu_y\right\}^2.....(5)$$

ここで、 $x_{(1)}, x_{(N)}, x_{(m)}$ ：それぞれ標本最小値、最大値、メジアン、 x_i ：標本系列、 N ：標本数。

(3)～(5)式により、札幌および旭川におけるそれぞれの対象降雨のピーク雨量と総雨量について、(2)式の3母数を推定した結果を表-3に示す。札幌と旭川における2つの降雨特性量（ピーク雨量と総雨量）の分布母数の推定値はほぼ同じと言える。そこで、札幌におけるピーク雨量と総雨量の標本値を対数確率紙にプロットした結果をそれぞれ図-7、8に示す。なお、標本値をプロットする際のプロットング・ポジションにはカナン公式⁵⁾を用いた。また、図中の直線は、 $y=\ln(x-a)$ が平均値 μ_y と分散 σ_y^2 を持つとした場合の、正規分布の理論線である。

表-3 分布母数の推定値

特性量 母数	ピーク雨量		総雨量	
	札幌	旭川	札幌	旭川
a	1.187	1.317	-3.004	-2.823
μ_y	1.838	1.851	3.729	3.611
σ_y	0.782	0.882	0.665	0.741

(2)式の対数正規分布の標本値へのあてはめ結果をみると、各降雨特性量とも全体的に良く適合している。若干、降雨特性量の値の小さなところで、理論直線からのバラツキが大きくなっている。しかし、各種の計画や管理において実際に用いるのは大きな降雨であり、その点を考慮すると、本報告における対数正規分布のあてはめには実用上十分な精度があると言える。また、値の小さな部分でのバラツキの原因としては、対象降雨を抽出する際の影響が考えられる。この点について検討するためには全降雨資料を用いての解析が必要である。

対象降雨を抽出する際の影響が大きいと考えられるので、本報告では確率分布形のあてはめを行わなかった降雨

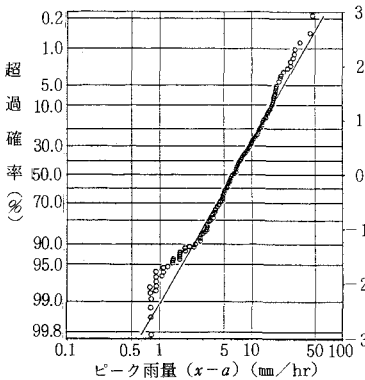


図-7 ピーク雨量への対数正規分布のあてはめ（札幌）

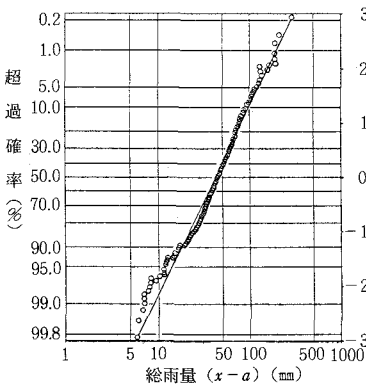


図-8 総雨量への対数正規分布のあてはめ（札幌）

継続時間やピーク生起位置についても、全降雨資料による検討が必要であろう。すなわち、降雨継続時間とピーク生起位置は降雨波形を規定する重要な因子であり、降雨波形が得られなければ流出計算を行うことが不可能となり、ピーク雨量や総雨量の確率分布形の利用価値が半減してしまう。

6. 降雨特性量間の相関特性

本報告で解析対象とした4つの降雨特性量間の関係をみるために、各変量間の相関係数を求めた結果を表-4に示す。表-4によると、ピーク雨量と総雨量、総雨量と降雨継続時間の間には、0.5～0.6とかなり高い相関性がみられる。これに対して、上記以外の組み合わせについては、大きくても相関係数が0.1であり、相関関係は認められない。すなわち、ピーク雨量と総雨量あるいは総雨量と降雨継続時間の間には従属関係があるが、それ以外の降雨特性量はほぼ完全独立とみなすことができる。

表-4 降雨特性量間の相関係数

特性量	ピーク雨量		総雨量		降雨継続時間		ピーク生起位置	
	札幌	旭川	札幌	旭川	札幌	旭川	札幌	旭川
ピーク雨量	1.000							
総雨量	0.596	0.608	1.000					
降雨継続時間	0.009	0.033	0.509	0.536	1.000			
ピーク生起位置	0.046	-0.002	0.065	-0.043	-0.053	-0.102	1.000	

ピーク雨量と総雨量の高い相関性は、水工計画上どのような意味を持つか考察してみる。端野ら⁶⁾は、大阪、徳島など4地点における24時間雨量データに基づき、ピーク雨量と総雨量の相関構造を検討している。その結果、大阪においては、0.2と比較的小さいが、他の3地点については0.4～0.7と比較的大きい。表-4に示されるように札幌、旭川とも相関係数が0.6とかなり高いことは注目すべきである。従来、計画ハイエトグラフの策定にあたっては、実績降雨引き伸ばし法による降雨波形を想定していることが多い。端野らの結果によると、ピーク雨量と総雨量の相関性を無視する（すなわち、2変数が完全独立）とすると、実績降雨引き伸ばし法による計画ピーク雨量の再現期間（リターン・ペリオド）は千年以上となって、非現実的なピーク時間雨量となってしまう。このことは計画ハイエトグラフを策定する場合にピーク雨量と総雨量の相関性を考慮する必要があることを示唆している。

7. おわりに

本報告では、札幌と旭川における時間雨量のピーク雨量と総雨量について確率分布形のあてはめを行ったが、降雨継続時間やピーク生起位置も重要な因子であり、今後これらの諸量にも確率分布形をあてはめ、確率分布特性を把握していきたい。長期間にわたる時間雨量を収集することはかなりの時間と費用を要するが、札幌や旭川以外の地点についても資料を蓄積して地域毎の確率分布特性についても考察していきたいと考えている。

最後に、収集した降雨資料のうち1966年以前のは北海道大学工学部土木工学科防災研究室で収集されたもので、その資料を提供していただいた。ここに記して、謝意を表するものである。

<参考文献>

1) 星 清, 山岡 勲: 雨水流出と貯留関数法との相互関係, 第26回水理講演会論文集, 1982.
2) 江藤剛治, 室田 明: 一雨降雨の1確率模型, 土木学会論文集, 第345号/Ⅱ-1, 1984.
3) 江藤剛治, 室田 明, 柳本速雄: 貯留施設と排水施設を併用した高水計画の安全性, 第28回水理講演会論文集 1984.
4) 水理公式集, 水文編, 土木学会, 1985.
5) 前出4)
6) 端野道夫, 土井正吉: 二変数指数分布による計画降雨波形の確率論的決定法, 第41回土木学会年次学術講演会 概要集Ⅱ, 1986.