

II — 4 一点係留された水中物体の波による運動について

室蘭工業大学 正会員 近藤 俊郎  
 室蘭工業大学 学生員 松岡 功

1. まえがき

一点係留された水中物体は、石油などの貯蔵タンク、養殖漁業施設、海・潮流エネルギー取得施設など、用途の広い海洋構造物である。しかしながら、水中に係留された物体の運動に関する研究は、水中の物体が波長に対して極めて小さい物体についてであり<sup>1),2)</sup>、波長と同程度から、その 1/2 程度の長さを有する物体の運動に関しては研究がなされていない。そこで本論文では、物体の長さが波長に対して 0.3 ~ 1.2 倍までの状態における物体の基本的な運動を知るために矩形物体を用い、矩形物体の運動に関して実験と数値解析によって、それらの水中に一点係留された物体の運動を実験により明らかにするものである。

2. 基本方程式

図-1 に示すように、流体中に係留索により係留されている物体の波による運動について考える。物体は、静止時に深さ  $d$  にあり、水深  $h$  は常に一定で、流体は非圧縮性、非粘性の完全流体とする。座標軸は、静水面に座標原点  $0$ 、水平および鉛直上方にそれぞれ  $x$  軸と  $z$  軸を取り、物体は波によって、水平、鉛直、回転の 3 つ運動を行うものである。

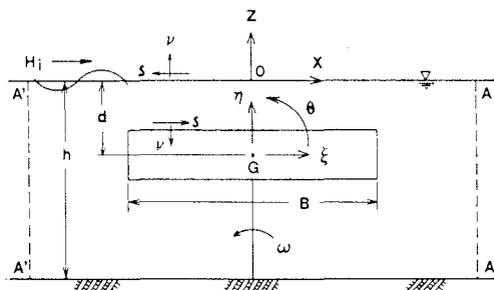


図-1

(1) 基本方程式

流体の速度ポテンシャルを  $\Phi(x, z; t)$  とすると、速度ポテンシャルは次のラプラス方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots (1)$$

さらに

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad \frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - gz \quad \dots (2)$$

ここで、 $u$  は水平流速、 $w$  は鉛直流速、 $p$  は流体圧力

(2) 境界条件

a) 自由表面条件

水面での圧力一定の条件と運動学的条件から、表面の境界条件は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \dots (3)$$

b) 水底での条件

$$\Phi_{,z} = 0 \quad (\nu \text{ は法線方向微分}) \quad \dots (4)$$

c) 物体表面での条件

この座標系において、物体は水平、鉛直、回転の運動を行う。静止時の物体重心の座標を  $(x_G, z_G)$ 、物体表面上の点の座標を  $(x_0, z_0)$ 、運動中の座標を  $(x_s, z_s)$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} x_s &= x_G + \xi + (x_0 - x_G) \cos \theta - (z_0 - z_G) \sin \theta \\ z_s &= z_G + \eta + (x_0 - x_G) \sin \theta + (z_0 - z_G) \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots(5)$$

ここで、 $\xi$  は物体の水平変位、 $\eta$  は物体の鉛直変位、 $\theta$  は物体の反時計まわりの回転変位である。物体表面 ( $x_s, z_s$ ) において

$$\phi_v = 0 \quad \dots(6)$$

### (3) 物体の運動方程式

物体の運動方程式は、物体の質量を  $M$ 、重心 ( $x + \xi, z + \eta$ ) に関する慣性モーメントを  $I$ 、物体に作用する流体圧力の水平、鉛直合力、および重心に関する回転モーメントを  $P_x, P_z, T_\theta$ 、水平と鉛直方向の係留力、および、その重心に関するモーメントを  $F_x, F_z, M_\theta$  とすると次式となる。

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} = P_x + F_x \quad M \frac{d^2 \eta}{dt^2} = P_z + F_z \quad \dots(7)$$

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = T_\theta + M_\theta$$

ここで

$$P_x = \int p dz_s, \quad P_z = \int p dx_s$$

$$T_\theta = \int p [(x_s - x_G - \xi) dx_s + (z_s - z_G - \eta) dz_s] \quad \dots(8)$$

$$F_x = -F_0 \xi / \ell_m, \quad F_z = F_0 \eta / \ell_m$$

$$M_\theta = F_0 \ell_G [-\sin \theta (1 + \eta / \ell_m) - \cos \theta \xi / \ell]$$

$F_0$  は初期張力、 $\ell_m$  は係留索の長さ、 $\ell_G$  は物体の重心から係留索取付部までの距離

### (4) グリーンの公式

2次元平面内の閉曲線によって囲まれる閉領域内 (流体域) の境界上の点 ( $x, z$ ) において速度ポテンシャル  $\phi(x, z)$  は、境界線を  $N$  個の微小要素に分割し各要素の中点を ( $x_j, z_j$ ) ( $j = 1 \sim N$ )、線分の長さ  $\Delta \ell$ 、外向き法線を  $\nu$  とすると、 $i$  番目の要素に対して次のグリーンの公式を満足する。

$$\phi(i) = \sum_{j=1}^N G_{ij} \phi_v(j) - \sum_{j=1}^N H_{ij} \phi(j) \quad \dots(9)$$

ここで、 $R$  は ( $x_i, z_i$ ) と ( $x_j, z_j$ ) との距離であり、

$$H_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta s_j} \frac{\partial \ell \log R}{\partial \nu} ds, \quad G_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta s_j} \ell \log R ds$$

(9) 式を  $\phi = U, \phi_v = Q, H = \delta_{ij} + H_{ij}$  ( $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ)、 $G = G_{ij}$  としてマトリックス表示すると、

$$[H] \{U\} = [G] \{Q\} \quad \dots(10)$$

上式中の未知の  $U$  または  $Q$  を左辺へ既知の  $U$  または  $H$  を右辺へ移項して次のマトリックスを得る。

$$[A] \{X\} = [B] \quad \dots(11)$$

ここで、 $A$  は全体マトリックス、 $X$  は未知項、 $B$  は既知項であり、上式をガウスの消去法を用いて解くと、未知の  $U$  または  $H$  が得られる。したがって、物体のまわりのポテンシャル  $\phi$  を求めることができ、さらに流体圧力を知るうえで必要な時間微分を時間間隔  $\Delta t$  を用いて前進差分により得、これより運動方程式を解くものである。

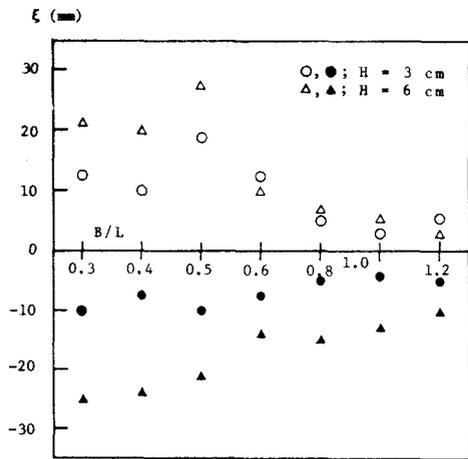


图-2

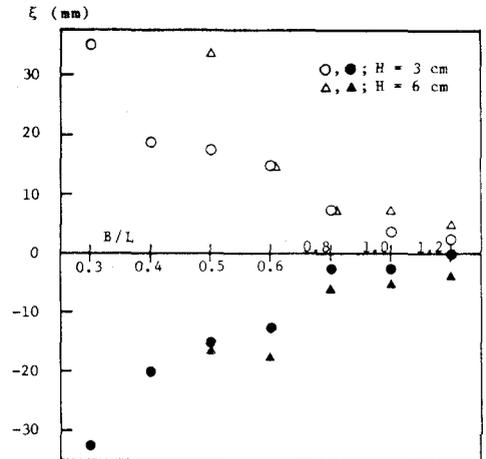


图-5

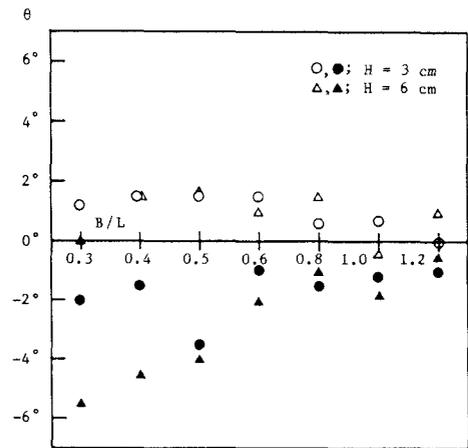


图-3

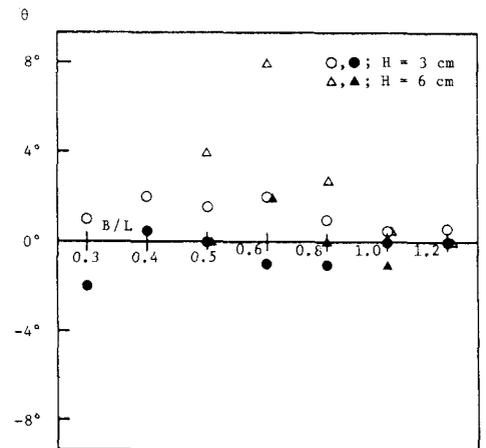


图-6

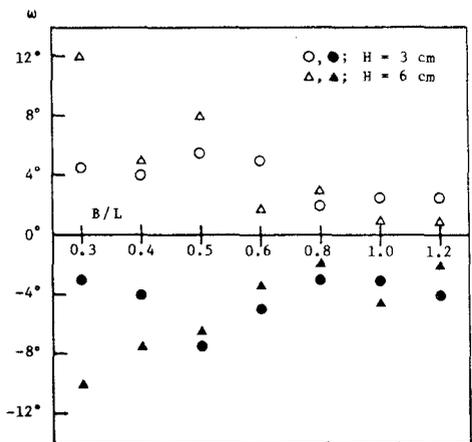


图-4

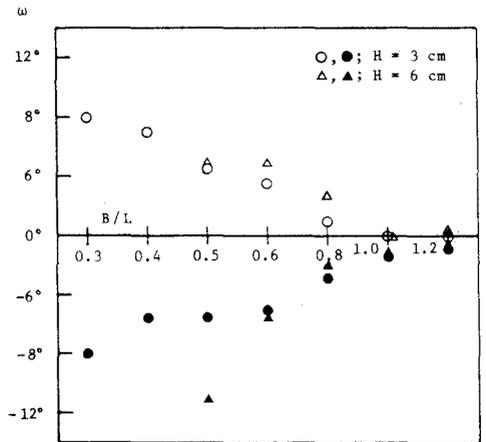


图-7

### 3. 実験

実験は、水深  $h = 40\text{cm}$ 、静水時の水面から物体重心までの深さ  $d = 15\text{cm}$ 、物体は、長さ  $B = 75\text{cm}$ 、高さ  $10\text{cm}$ 、幅  $35\text{cm}$  であり、矩形物体をタイプ1、ならびに図-8に示すような中空矩形物体をタイプ2として、合わせて実験を行うものである。また、タイプ2の諸元を図-8に示す。入射波の波高は  $3\text{cm}$ 、 $6\text{cm}$  であり、周期は波長  $L$  が  $B/L = 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2$  となるような波長  $L$  に対応する周期とした。

物体の運動は、ビデオカメラを用いて測定を行った。また、タイプ1、タイプ2ともアクリル製で内部に発泡スチロールを充填し、係留索は保湿状態で破断強度  $46\text{kg}$  のテトロン道糸を用いた。

### 4. 結果および考察

図-2から図-4までがタイプ1、図-5から図-7までがタイプ2の  $\xi, \theta, \omega$  の  $B/L$  による変化を示したものであり、図中の  $\circ, \Delta$  は変位の最大値で  $\bullet, \blacktriangle$  は最小値で符号は図-1で定めた座標系に対応する。また、 $\eta$  は波高  $6\text{cm}$ 、 $B/L$  が  $0.3 \sim 0.5$  以外では実験値が微小であり読み取りができなかった。タイプ1では  $\xi, \theta, \omega$  とも  $B/L$  が  $0.8 \sim 1.2$  では変位量も小さく著しい変化も見られない。波高  $3\text{cm}$  では、 $B/L$  が  $0.5$  の時、 $\xi, \theta, \omega$  の変位量が他の  $B/L$  での値より大きい。波高  $6\text{cm}$  では、 $B/L$  が小さく負方向での  $\xi, \theta, \omega$  の変位量は波高  $3\text{cm}$  の場合と違う傾向を示している。タイプ2では、波高  $3\text{cm}$  の時、 $B/L$  が  $0.3$  から  $1.2$  へ大きくなるにつれて  $\xi, \theta, \omega$  の変位量は徐々に減少していく傾向が見られる。波高  $6\text{cm}$  の時、 $B/L$  が  $0.6$  から  $1.2$  では  $\xi, \theta, \omega$  の変位量が波高  $3\text{cm}$  の場合よりも若干大きい、 $B/L$  が  $0.5$  より小さくなると変位量がかなり大きくなり、それ以外の時には、物体は負の方向へ大きく傾き ( $\theta$  が約  $-18^\circ$  程度)、物体の一部が水面上に出るという現象が起った。このため、この時の  $\xi, \theta, \omega$  は図に示されていない。タイプ1とタイプ2を比較すると、 $B/L$  が  $0.5$  以下の場合、上述のようにタイプ2にはタイプ1では見られない現象が起り、 $\theta$  も不安定になっている。これは形状の違いによるものと思われるが、今後、タイプ2をさらに研究する必要があると思われる。図-9、図-10はそれぞれ波高  $6\text{cm}$ 、 $B/L = 0.5$  (周期  $0.97\text{sec}$ ) の場合のタイプ1、タイプ2の時系列の変位量である。タイプ1では、各変位の周期 ( $\eta$  以外) が波の周期とほぼ一致しており、タイプ2では  $\xi, \omega$  で同様のことが言え、特に正方向への水平変位、係留索の負方向への回転変位が大きい。

本研究にあたり、実験に関して協力を頂いた本学土木工学科4年目平田佳嗣、野村勝利両君に感謝します。また、本研究は昭和61年度北海道科学研究費によるものであることを付記する。

- 1) 吉原・上原：海中係留球に作用する規則波波力、第25回海岸工学講演会論文集、pp.387-391、1978
- 2) 井島・永田・小山：水中係留物体の非定常有限振幅運動の解析、第29回海岸工学講演会論文集 pp.525-529、1982

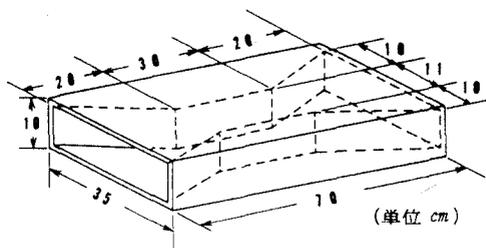


図-8

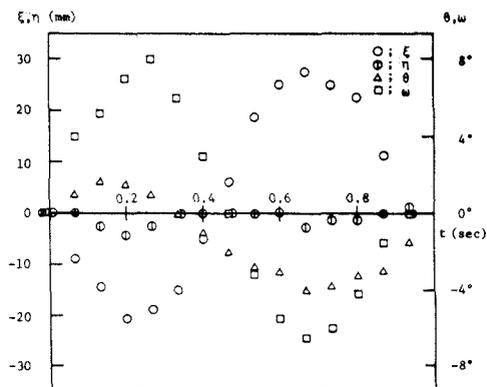


図-9

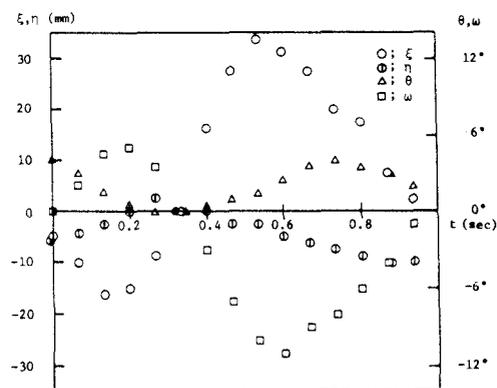


図-10