

II — 4 一点係留された水中物体の波による運動について

室蘭工業大学 正会員 近藤 俊郎

室蘭工業大学 学生員 松岡 功

1. まえがき

一点係留された水中物体は、石油などの貯蔵タンク、養殖漁業施設、海・潮流エネルギー取得施設など、用途の広い海洋構造物である。しかしながら、水中に係留された物体の運動に関する研究は、水中の物体が波長に対して極めて小さい物体についてであり^{1),2)}、波長と同程度から、その 1/2 程度の長さを有する物体の運動に関しては研究がなされていない。そこで本論文では、物体の長さが波長に対して 0.3 ~ 1.2 倍までの状態における物体の基本的な運動を知るために矩形物体を用い、矩形物体の運動に関して実験と数値解析によって、それらの水中に一点係留された物体の運動を実験により明らかにするものである。

2. 基本方程式

図-1 に示すように、流体中に係留索により係留されている物体の波による運動について考える。物体は、静止時に深さ d にあり、水深 h は常に一定で、流体は非圧縮性、非粘性の完全流体とする。座標軸は、静水面に座標原点 O 、水平および鉛直上方にそれぞれ x 軸と z 軸を取り、物体は波によって、水平、鉛直、回転の 3 つ運動を行うものである。

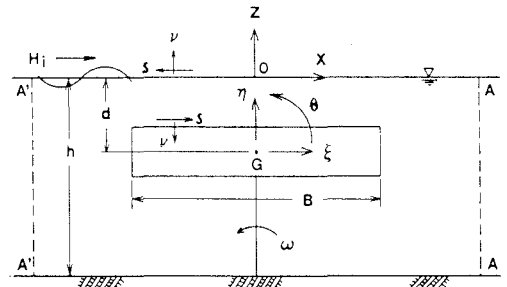


図-1

(1) 基本方程式

流体の速度ポテンシャルを $\Phi(x, z; t)$ とすると、速度ポテンシャルは次のラプラス方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots (1)$$

さらに

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad \frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - gz \quad \dots (2)$$

ここで、 u は水平流速、 w は鉛直流速、 p は流体圧力

(2) 境界条件

a) 自由表面条件

水面での圧力一定の条件と運動学的条件から、表面の境界条件は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \dots (3)$$

b) 水底での条件

$$\Phi_{, \nu} = 0 \quad (\nu \text{ は法線方向微分}) \quad \dots (4)$$

c) 物体表面での条件

この座標系において、物体は水平、鉛直、回転の運動を行う。静止時の物体重心の座標を (x_G, z_G) 、物体表面上の点の座標を (x_0, z_0) 、運動中の座標を (x_s, z_s) とすると、

$$\left. \begin{aligned} x_s &= x_G + \xi + (x_0 - x_G) \cos \theta - (z_0 - z_G) \sin \theta \\ z_s &= z_G + \eta + (x_0 - x_G) \sin \theta + (z_0 - z_G) \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots(5)$$

ここで、 ξ は物体の水平変位、 η は物体の鉛直変位、 θ は物体の反時計まわりの回転変位である。物体表面(x_s, z_s)において

$$\Phi_v = 0 \quad \dots(6)$$

(3) 物体の運動方程式

物体の運動方程式は、物体の質量を M 、重心($x + \xi, z + \eta$)に関する慣性モーメントを I 、物体に作用する流体圧力の水平、鉛直合力、および重心に関する回転モーメントを P_x, P_z, T_θ 、水平と鉛直方向の係留力、および、その重心に関するモーメントを F_x, F_z, M_θ とすると次式となる。

$$\begin{aligned} M \frac{d^2 \xi}{dt^2} &= P_x + F_x & M \frac{d^2 \eta}{dt^2} &= P_z + F_z \\ I \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= T_\theta + M_\theta \end{aligned} \quad \dots(7)$$

ここで

$$\begin{aligned} P_x &= \int p dz_s, & P_z &= \int p dx_s \\ T_\theta &= \int p [(x_s - x_G - \xi) dx_s + (z_s - z_G - \eta) dz_s] \end{aligned} \quad \dots(8)$$

$$F_x = -F_0 \xi / \ell_m, \quad F_z = F_0 \eta / \ell_m$$

$$M_\theta = F_0 \ell_G [-\sin \theta (1 + \eta / \ell_m) - \cos \theta \xi / \ell]$$

F_0 は初期張力、 ℓ_m は係留索の長さ、 ℓ_G は物体の重心から係留索取付部までの距離

(4) グリーンの公式

2次元平面内の閉曲線によって囲まれる閉領域内(流体域)の境界上の点(x, z)において速度ポテンシャル $\phi(x, z)$ は、境界線を N 個の微少要素に分割し各要素の中点を(x_j, z_j)($j = 1 \sim N$)、線分の長さ $\Delta \ell$ 、外向き法線を ν とすると、 i 番目の要素に対して次のグリーンの公式を満足する。

$$\phi(i) = \sum_{j=1}^N G_{ij} \phi_v(j) - \sum_{j=1}^N H_{ij} \phi(j) \quad \dots(9)$$

ここで、 R は(x_i, z_i)と(x_j, z_j)との距離であり、

$$H_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta s_j} \frac{\partial \ell \log R}{\partial \nu} ds, \quad G_{ij} = \frac{1}{\pi} \int_{\Delta s_j} \ell \log R ds$$

(9)式を $\phi = U, \phi_v = Q, H = \delta_{ij} + H_{ij}$ (δ_{ij} はクロネッカーのデルタ)、 $G = G_{ij}$ としてマトリックス表示すると、

$$[H] \{U\} = [G] \{Q\} \quad \dots(10)$$

上式中の未知の U または Q を左辺へ既知の U または H を右辺へ移項して次のマトリックスを得る。

$$[A] \{X\} = [B] \quad \dots(11)$$

ここで、 A は全体マトリックス、 X は未知項、 B は既知項であり、上式をガウスの消去法を用いて解くと、未知の U または H が得られる。したがって、物体のまわりのポテンシャル ϕ を求めることができ、さらに流体圧力を知るうえで必要な時間微分を時間間隔 Δt を用いて前進差分により得、これより運動方程式を解くものである。

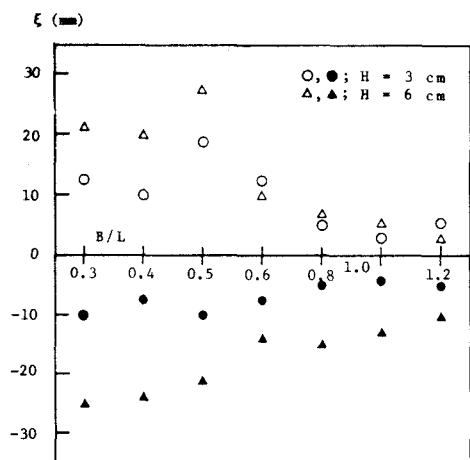


图-2

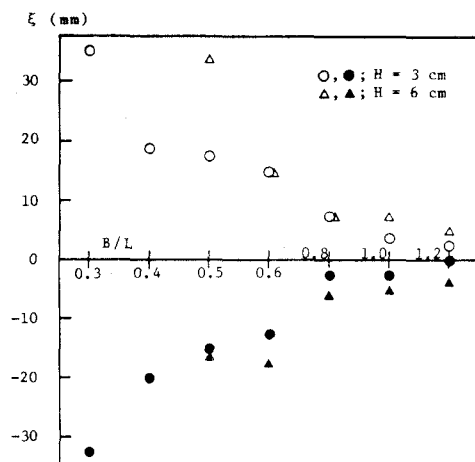


图-5

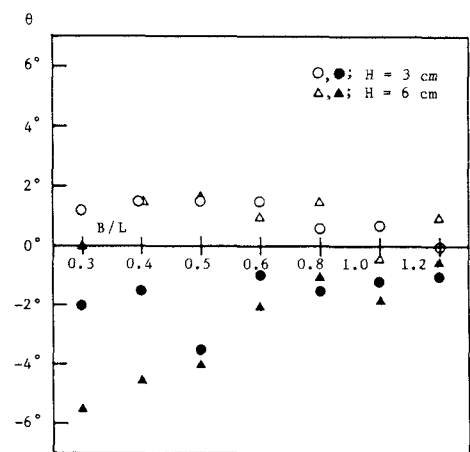


图-3

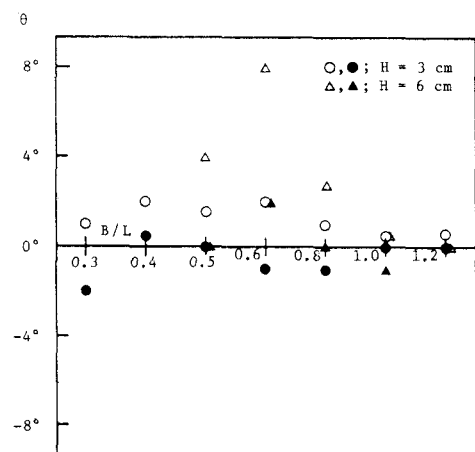


图-6

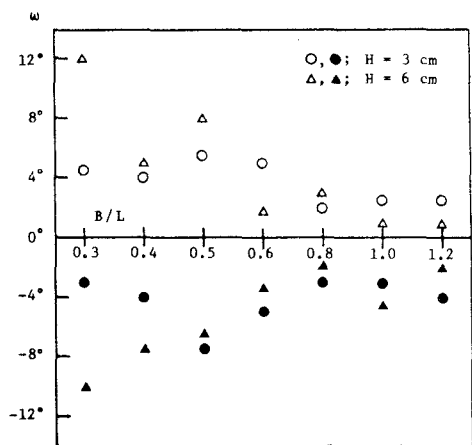


图-4

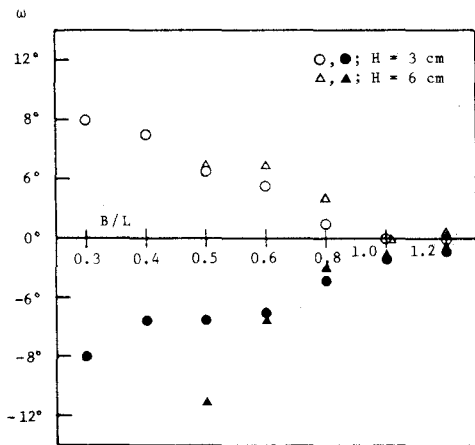


图-7

