

II-2 規則波による流速分布の適用限界について

北見工業大学工学部 正会員 鰐目 淑範
北見工業大学工学部 正会員 佐藤 幸雄

1. はじめに

筆者らは以前、熱線流速計を用いて波動の流速分布を測定した。その際、水架方向の流速分布形状が、比水架 h/L 、波形高配 H/L によって種々異なることがわかった。また、流速分布の形状と波形の適用限界に、多少の差異がある可能性が認められた。

本実験においては、熱線流速計に比して取扱いが非常に簡単な電磁流速計を用いて、流速分布形状の分類を計るとともに、流速分布式においても波形的の場合と同様に h/L 、 H/L による適用限界を定めることが可能かどうかを、微小振幅波、有限振幅波の波形の適用限界との比較を行ない考えてみた。

2. 実験装置ならびに実験方法

実験にあたっては、図-1のような片面ガラス張りの鋼板製の2次元水槽を用いた。波高の測定には容量式波高計を、流速計は電磁流速計(ACM-250)を用い、図-1のように配置した。流速の測定は、水架 h に対して $z = (2.5 - h)$ から $z = -10 \text{ cm}$ までは 2 cm 毎、 $z = -10 \text{ cm}$ から波谷付近までは 1 cm 毎に行なった。

実験は、起波後定常状態になってから5~7波の波を採用し、その各々の波について水平方向最大流速値を求め、その平均値をその測定点の水平方向最大流速 u とした。波高は波高計1の平均波高を、周期 T 、波速 C は波高計1,2の記録を用いて算出し、波長 L は $L = CT$ として求めた。各実験波の諸元は表-1に示した。

なお、測定値の処理にあたっては、データレコーダに記録した実験データをAD変換器を用いてFDに再集録したデータを使用した。サンプリングタイムは T により異なるが $0.003 \sim 0.005 \text{ sec}$ である。

3. 波形の適用限界と実験波の特性

波形および波高による各種波動理論の適用限界は、大概では $0.1 < h/L < 0.5$ では微小振幅波理論が適用できるとされているが、種々提案されている。

$$\text{オ3次近似ストークス波の2次波発生限界は } HL^2/h^3 \leq 48 \quad (1)$$

$$\text{オ2次近似ストークス波の2次波発生限界は } HL^2/h^3 \leq 8\pi^2/3 \quad (\text{ただし } H/L < 0.0796) \quad (2)$$

微小振幅波の適用限界は、オ2次近似ストークス波の適用限界に比較して、波高が $1/10$ 程度とされている。

$$\text{したがって、} HL^2/h^3 \leq 8\pi^2/30 \quad (\text{ただし } H/L < 0.0080) \quad (3)$$

Iversen による、緩傾斜面上での波高変化を伴う微小振幅波の適用限界は、

$$h/L \geq 0.50 (H/L)^{1/2.38} \quad (4)$$

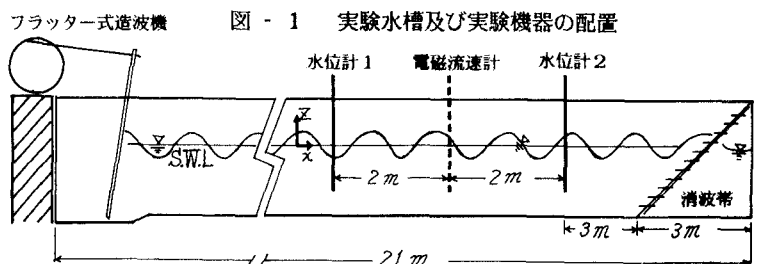
Wilson らは、静水面上の波峰

の高さ η_0 を用いて次のように分類した。

$$\frac{\eta_0 L^2}{h^3} < 1 \quad \text{なら}$$

Airy やストークス波

(5)



$$1 < \frac{\eta_0 L^2}{h^3} < 10 \text{ ならクノイド波} \text{ --- (6)}$$

$$10 < \frac{\eta_0 L^2}{h^3} < 40 \text{ なら孤立波} \text{ --- (7)}$$

$$40 < \frac{\eta_0 L^2}{h^3} \text{ なら伝達に伴ない変形する波} \text{ --- (8)}$$

上記の(1)から(7)式まで、 $\eta_0 = H/2$ として、図の最大側を示したのが、図-4、図-5の(1)~(7)の曲線である。(たゞ(2)は省略)

本実験波は表-1、図-4、図-5より分るように、大抵では微小振幅波が適用可能であり、(4)式の適用範囲にある。また、Wilson らの分類では、(6)式の適用範囲にある。

実験波の特性を考へてみるため、波長と波高の関係について調べてみた。

微小振幅波の波長の式に波高 H を導入すると、

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \text{ より } \frac{H}{L} = \frac{2\pi}{gT^2} \tanh(2\pi h/L) \text{ --- (9)}$$

実験波の T , H に対する L を用いて(9)式の形で整理すると図-2の様になる。(図中の各線は、 $h=30\text{cm}$ の場合の理論値である)

図から分るように、波高変化による影響はほとんどなく、実験波の波長と波高の関係は微小振幅波理論によく合っていると言える。

4. 流速分布の測定結果と考察

1). 理論式の無次元化

静水面上を z 軸にとり、水深方向に負とする(底面で $z=-h$)、 z 点の水平方向の最大流速(正の)は微小振幅浅水波では、

$$u_b = \frac{\pi H}{T} \cdot \frac{\cosh 2\pi(z+h)/L}{\sinh(2\pi h/L)} \text{ --- (10)}$$

(10) 式に(9)式を代入し $\sqrt{gL}$ で無次元化すると、

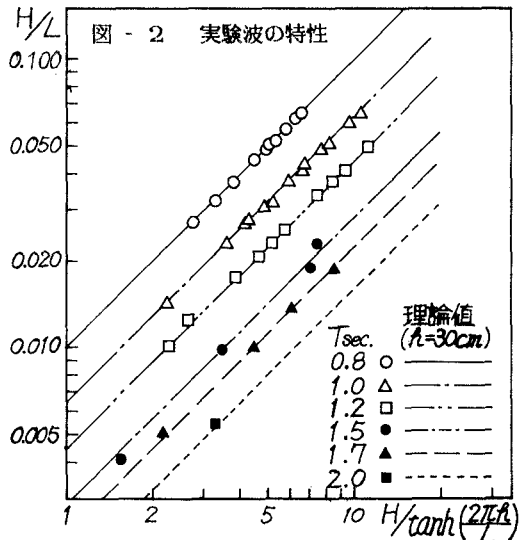
$$\frac{u_b}{\sqrt{gL}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \frac{H}{L} \left(\tanh \frac{2\pi h}{L} \right) \cdot \frac{\cosh 2\pi(z+h)/L}{\sinh 2\pi h/L} \text{ --- (11)}$$

有限振幅浅水波では

$$u_s = \frac{L}{2T} \cdot F_1^2 \cosh \frac{4\pi(h+z)}{L} + \frac{L}{T} F_1 \cosh \frac{2\pi(h+z)}{L} + \frac{L}{T} F_2 \cosh \frac{4\pi(h+z)}{L} + \frac{L}{T} F_3 \cosh \frac{6\pi(h+z)}{L} \text{ --- (12)}$$

表 - 1 実験波諸元

NO	T	h	H	h/L	H/L
1	0.800	35.0	4.89	0.3559	0.0508
2	0.800	35.0	5.93	0.3547	0.0633
3	0.800	32.5	2.88	0.3353	0.0331
4	0.800	32.5	3.41	0.3334	0.0373
5	0.800	30.0	4.00	0.3082	0.0491
6	0.800	30.0	5.03	0.3082	0.0574
7	0.800	30.0	6.06	0.3068	0.0637
8	0.800	27.5	2.40	0.2905	0.0268
9	0.800	27.5	2.93	0.2924	0.0323
10	0.800	27.5	3.46	0.2883	0.0371
11	0.800	25.0	3.80	0.2649	0.0451
12	0.800	25.0	4.79	0.2662	0.0518
13	1.000	25.0	8.24	0.1921	0.0610
14	1.000	25.0	6.94	0.2007	0.0480
15	1.000	27.5	5.63	0.2061	0.0426
16	1.000	27.5	4.81	0.2065	0.0382
17	1.000	27.5	4.10	0.2029	0.0318
18	1.000	27.5	1.79	0.2042	0.0140
19	1.000	30.0	2.79	0.2182	0.0226
20	1.000	30.0	3.50	0.2192	0.0266
21	1.000	30.0	8.18	0.2131	0.0592
22	1.000	32.5	4.24	0.2330	0.0306
23	1.000	32.5	4.97	0.2297	0.0376
24	1.000	32.5	5.70	0.2278	0.0414
25	1.000	32.5	7.13	0.2311	0.0514
26	1.000	35.0	2.82	0.2459	0.0226
27	1.000	35.0	3.56	0.2476	0.0278
28	1.000	35.0	8.82	0.2380	0.0645
29	1.200	35.0	1.86	0.1882	0.0101
30	1.200	35.0	2.82	0.1876	0.0173
31	1.200	35.0	3.80	0.1865	0.0207
32	1.200	30.0	1.79	0.1736	0.0121
33	1.200	30.0	2.68	0.1708	0.0174
34	1.200	30.0	3.61	0.1713	0.0229
35	1.200	27.5	4.35	0.1603	0.0256
36	1.200	27.5	8.81	0.1615	0.0497
37	1.200	25.0	5.07	0.1529	0.0335
38	1.200	25.0	5.91	0.1521	0.0379
39	1.200	25.0	6.76	0.1505	0.0409
40	1.500	25.0	5.08	0.1196	0.0230
41	1.500	27.5	2.15	0.1207	0.0096
42	1.500	27.5	4.44	0.1189	0.0192
43	1.500	35.0	1.27	0.1443	0.0046
44	1.700	30.0	1.34	0.1135	0.0050
45	1.700	25.0	2.45	0.1009	0.0100
46	1.700	25.0	3.61	0.1014	0.0138
47	1.700	25.0	4.81	0.0996	0.0186
48	2.000	25.0	1.52	0.0841	0.0055



$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } F_1 &= (2\pi a/L) \cdot \sinh^{-1}(2\pi R/L) \\ F_2 &= (3/4) \cdot (2\pi a/L)^2 \cdot \sinh^{-4}(2\pi R/L) \\ F_3 &= (3/64) \cdot (2\pi a/L)^3 \cdot \{11 - 2\cosh(4\pi R/L)\} \cdot \sinh^{-7}(2\pi R/L) \\ a &= (H/2) - (3/128) \cdot (\pi/L)^2 \cdot H^3 \cdot \{8\cosh^6(2\pi R/L) + 1\} \cdot \sinh^{-6}(2\pi R/L) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(12) 式を $\sqrt{gL}$ で無次元化すると

$$\begin{aligned} \frac{U_s}{\sqrt{gL}} &= \frac{1}{2} P_2 P_5 \cdot (2\pi P_1 P_4^2 \cosh \frac{4\pi(R+Z)}{L} + P_2 \cdot P_5 (2\pi P_1 P_4) \cosh \frac{2\pi(R+Z)}{L} + 3\pi^2 \cdot P_2 \cdot P_5 \cdot P_1^2 \cdot P_4^4 \cdot \cosh \frac{4\pi(R+Z)}{L} \\ &\quad + P_2 P_5 \cdot \frac{3\pi^2}{8} \cdot P_1^3 \cdot P_4^7 \cdot (11 - 2\cosh \frac{4\pi R}{L}) \cdot \cosh \frac{6\pi(R+Z)}{L}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで } P_1 &= \frac{H}{L} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{3}{128} \left(\frac{\pi H^2}{L} \right) \frac{8\cosh^6(2\pi R/L) + 1}{\sinh^6(2\pi R/L)} \right\}, \quad P_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \tanh \frac{2\pi R}{L} \right)^{\frac{1}{2}} \\ P_3 &= \frac{\cosh(8\pi R/L) + 8}{8\sinh^4(2\pi R/L)}, \quad P_4 = \frac{1}{\sinh(2\pi R/L)} \\ P_5 &= (1 + 4\pi^2 P_1^2 \cdot P_3)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

また、 $U_b/\sqrt{gL}$ 、 $U_s/\sqrt{gL}$ の底面から波谷までの平均値 $\bar{U}_b$ 、 $\bar{U}_s$ はそれぞれ

$$(11) \text{ 式より } \frac{U_b}{\sqrt{gL}} = f_b(Z) \text{ として } \bar{U}_b = \frac{1}{R - H/2} \int_{-R}^{-H/2} f_b(Z) \cdot dZ \quad (16)$$

$$(14) \text{ 式より } \frac{U_s}{\sqrt{gL}} = f_s(Z) \text{ として } \bar{U}_s = \frac{1}{R - H/2 + \delta} \int_{-R}^{-H/2 + \delta} f_s(Z) \cdot dZ \quad (17)$$

で求められる。ここで $\delta = (\pi H^2/4L) \cdot \coth(2\pi R/L)$ であり、静水面と波高中分面の距離を示す。

2). 分布形状の分類

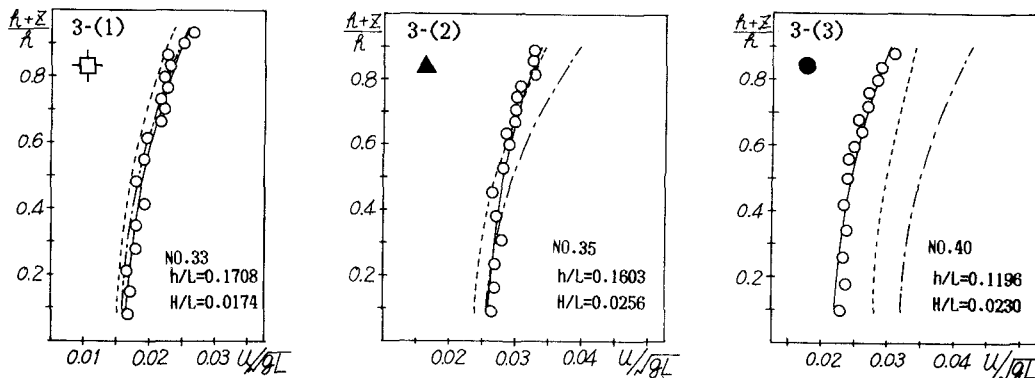
各実験波の測定結果を縦軸を $(R+Z)/R$ 、横軸を $U/\sqrt{gL}$ として整理すると図-3 のようになる。水深方向の分布形状を様式化すると図-4 の右端に示す形態に分類できる。図-3 の 3-(1) ~ 3-(9) はそれぞれの形態に対応している測定結果である。図-3 の図中の破線は (11) 式を、一卓鎖線は (14) 式を表わす。また、実線は、測定値を最小二乗法で (18) 式の形に近似させた場合の近似式の値を表わしている。

$$U_z/\sqrt{gL} = A \left\{ (R+Z)/L + B \right\}^{1/2} \quad (A, B \text{ は各波ごとの定数}) \quad (18)$$

測定値の分布形状を形態で分類して記号化し、 R/L 、 H/L で整理すると図-4 になる。

波形の適用限界を表わす (1) ~ (7) 式は、いずれも H/L が大きくなるにしたがい、また R/L が小さくなるにした

図-3 水平方向最大流速 U の分布状況



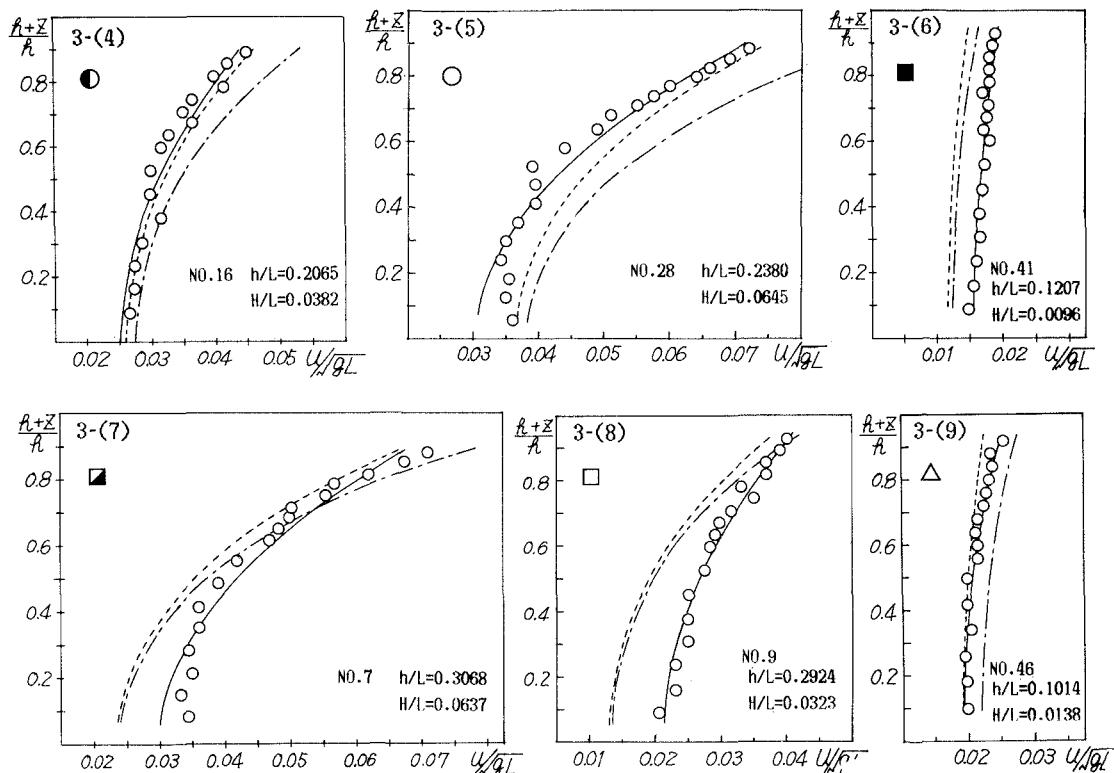
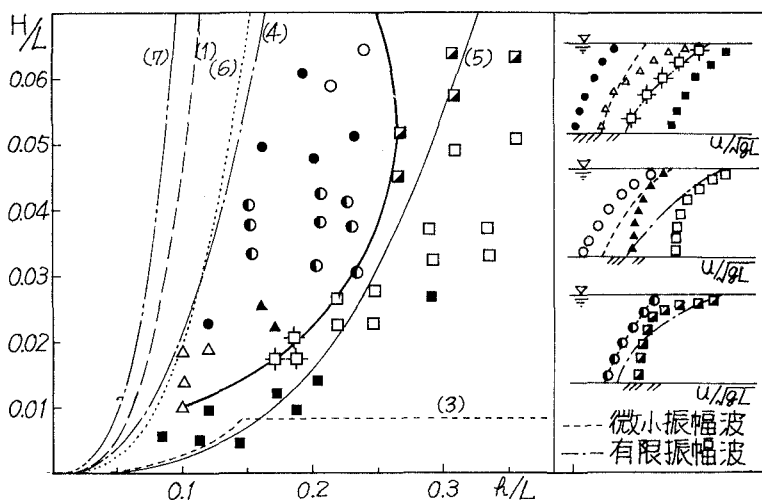


図 - 4 流速分布形状と h/L , H/L

たがって微小振幅波から有限振幅波の適用限界に移る形で表わされている。ところが、図-4では、同一 h/L では H/L が大きくなると、また同一の H/L では h/L が小さくなると、有限振幅波のような流速分布形状から微小振幅波のような流速分布形状に移る形で分類形態が見われている。ただし、 $h/L < 0.1$ の領域では、微小振幅波のような流速分布形状は現われない。この領域では、波形の適用限界と流速分布形状は合致して、ストークス波ならびにクノイド波の様な流速分布形状となっていると考えられる。



3). 平均流速 $\bar{u}_2, \bar{u}_b, \bar{u}_s$ による分類

(18) 式を (16) 式, (17) 式と同様に取扱うと次のようになる。

$$\frac{\bar{u}_2}{\sqrt{gL}} = f_2(z) \text{ として } \quad \bar{u}_2 = \frac{1}{h - \frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}} f_2(z) \cdot dz \quad (19)$$

(16), (17), (19) 式はそれぞれ $U_b/\sqrt{gL}$, $U_s/\sqrt{gL}$, $U_2/\sqrt{gL}$ の底面から波谷までの平均値を表わしている。 $\bar{U}_b$, $\bar{U}_s$, $\bar{U}_2$ の関係を記号で表わし、 k/L , H/L で整理すると図-5になる。

実際には (16), (17), (19) 式を用いると計算が煩雑になるため、ここでは、(11), (14), (18) 式を用いて、規定点と同一の位置の $U_b/\sqrt{gL}$, $U_s/\sqrt{gL}$, $U_2/\sqrt{gL}$ を求め、それらを算術平均した値を $\bar{U}_b$, $\bar{U}_s$, $\bar{U}_2$ として使用したが、(16), (17), (19) 式を用いた値とはほとんど変わらない。

図-5においても図-4と同様に、 k/L , H/L による傾向が現われており、同一の k/L では、 H/L が小さい場合は $\bar{U}_s < \bar{U}_2$ の関係を示しているが、 H/L が大きくなるにつれ $\bar{U}_b < \bar{U}_2 < \bar{U}_s$ の関係になりさらに H/L が大きくなると $\bar{U}_2 < \bar{U}_b$ の関係になる。一般に $\bar{U}_2 < \bar{U}_b$ の関係は長波に見られるが、長波の適用限界は $k/L < 0.04$ であり、本実験波の k/L の領域とは重ならない。また、 k/L が大きな領域においては、 $\bar{U}_s < \bar{U}_2$ の関係が現われているが、波形の適用限界ではこの領域では微小振幅波の領域と考えられる。平均流速 $\bar{U}_2$, $\bar{U}_b$, $\bar{U}_s$ を用いて考えた場合、波形の適用限界と流速分布の適用限界に大きな差異が生じている。

図-6は、(11) 式の右边で、 $\bar{U}$ によらない部分すなわち各波においては k/L , H/L による部分を

$$G = \sqrt{\pi/2} \cdot (H/L) \cdot \tanh(2\pi k/L) / \sinh(2\pi k/L) \quad (20)$$

として、各実験波の G を求め、 G と H/L を用いて $\bar{U}_2$, $\bar{U}_b$, $\bar{U}_s$ の関係を図示したものである。図から明らかなように $\bar{U}_s < \bar{U}_2$ の関係がある波では $1/G$ は大きく現われている。そこで、 $\bar{U}_b < \bar{U}_2 < \bar{U}_s$ の関係を示す波の $1/G$ が大きな点を結ぶと図-6の直線が得られる。この直線より $1/G$ が小さい場合は $\bar{U}_2 < \bar{U}_b$ の関係が、 $1/G$ が大きくなると $\bar{U}_s < \bar{U}_2$ の関係が現われ、この直線が、 $\bar{U}_2$, $\bar{U}_b$, $\bar{U}_s$ の関係の境界を示すと考えられる。

この直線を数式化すると、 $1/G = 78.3 - 733.3 H/L$ (21)

この (21) 式を満足するような k/L , H/L の組み合わせを求めると、図-4、図-5の太い実線となる。図-5では図-6と同様に境界を示すのは当然であるが、図-4においても k/L , H/L の大きな領域で多少合致しないが、分布形状の分類の境界を示しているのが認められる。

4). 流速分布の傾き変化率

3). の分布形状の分類は、あくまでも目視による分類である。そこで、客観的に分布形状を分類することが可能な指標のひとつとして、流速分布の傾きに注目し、傾き変化率 γ を考えてみた。

(11), (14), (18) のそれぞれの式は

$$\frac{h+z}{L} = f\left(\frac{u}{\sqrt{gL}}\right)$$

の形にできる。そこで、各々の式より

図-5 $\bar{U}_2, \bar{U}_b, \bar{U}_s$ と k/L , H/L

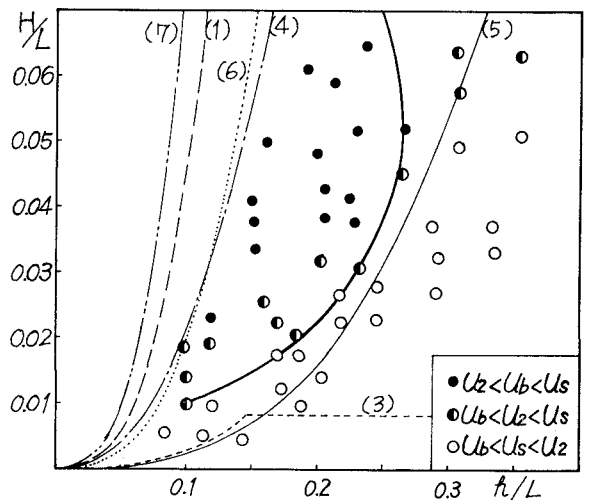


図-6 $\bar{U}_2, \bar{U}_b, \bar{U}_s$ と G

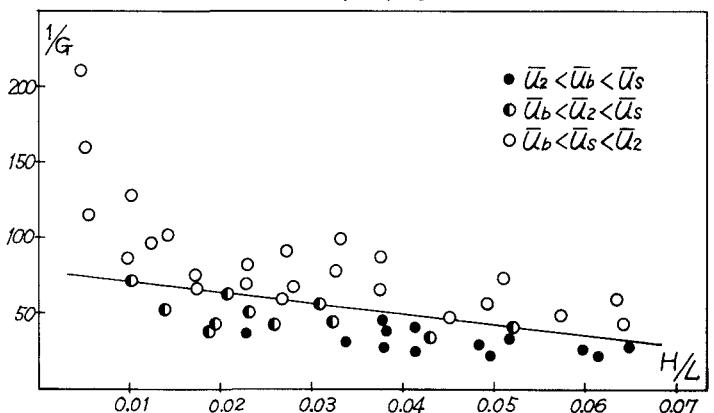
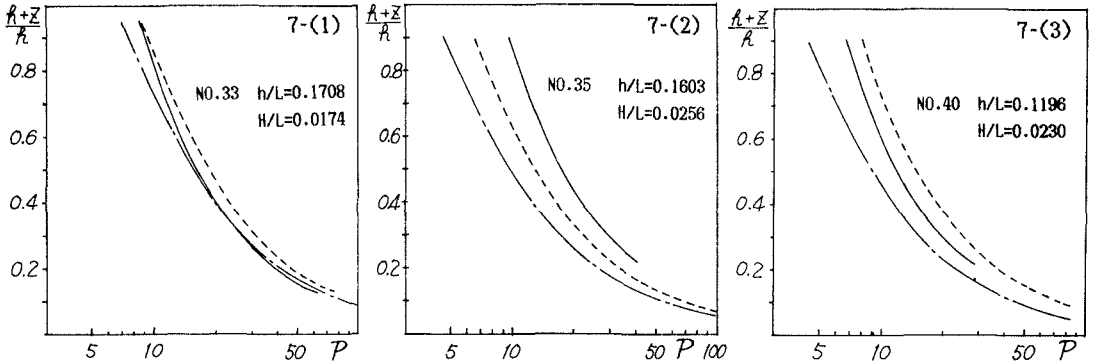


図 - 7 流速分布の傾き変化率



$P = d\{(u+z)/L\} / d(u/\sqrt{gL})$ を求め、 $(u+z)/u$ と P の関係を図示すると図-7になる。図中の破線一点鎖線、実線はそれぞれ(11),(14),(18)式より求めた P の値を示している。

図-7では、底面付近では微小振幅波と有限振幅波は同じような P の値をとるが、水面に近づくにつれ、 P の値は差異を生じてくるのが分る。実験波においては、水面付近で微小振幅波、有限振幅波より大きな P を示す傾向が波全般に認められる。これは、静水面付近では流速が理論式ほど増加しないことを示すものであり、筆者らが以前行なった波頂近傍の流速分布の測定結果と似ている。

図-7における実線の形状によつて、流速分布形状の分類を行なうと、平均流速についても考慮する必要があるが、図-4の分類と多少の差異は生じるが、ほぼ同様の分類形態を示す。

5. 結論

本実験においては、次の様なことが認められた。

- 1). 流速分布の形状も波形の適用限界と同様に h/L , H/L によつて分類が可能なること。
- 2). 流速分布の傾き変化率 P は、流速分布の形状を分類する際の指標になり得ること。
- 3). 流速分布の適用限界と波形の適用限界に多少の差異があること。
- 4). 平均流速について考えた場合、波形の適用限界と差異が生じ、(21)式が、微小振幅波と有限振幅波の一面の境界を示す。

6. あとがき

本実験においては流速分布の形状の分類化はある程度出来たが、より客観的な分類を行なうためには、 h/L , H/L による分類と同時に、流速分布の傾き変化率と平均流速の関係を指標化する方法やエネルギー量などから分類する方法も考えてみる必要がある。

また、本実験では、波形については H/L で代表させているが、Deanの流れ関数等を利用すると、 H/L , h/L のみではなく波の水面形状の値も考慮されるため、より明確な流速分布形状の分類化ができると思われる。

今後は、測定精度を向上させるとともに、上記の点に留意し、流速分布の適用限界の数値表現を考えていきたい。最後に、実験、データ処理に際して協力頂いた本学港湾実験室の学生諸君に謝意を表します。

参考文献

- 1). 土木学会編：水理公式集（昭和38年度版，昭和46年度版，昭和60年度版）
- 2). 佐藤幸雄・鎌田志純：「波頂付近の流速分布に関する研究」 オ28回海洋工学講演会論文集（1981年）
- 3). 佐藤幸雄・鎌田志純：「微小振幅波の波頂付近の流速分布について」 土木学会北海道支部論文報告集（昭和55年度）