

I—22 多層体表面上の円形基礎の動的特性について

北海道開発局土木試験所 正員 吉田紘一
 日本大学 生産工学部 正員 能町純雄

1. まえがき

弾性地盤表面上の円形基礎の動的相互作用については既に多くの研究がなされている。これらの研究のうち、半無限弾性体上の剛体基礎の動的応答については Luco et al.¹⁾の研究など各種の手法で検討されて来ている。これらは Arnold et al., Thomson et al. に見られるように基礎底面の圧力分布を仮定して変位を求めているものと、Luco et al. に見られるように基礎底面の圧力分布を未知関数にとり積分方程式を解いている場合に大別される。

成層地盤を考慮した、多層弾性体を対象とした研究では Warburton et al. が剛な基盤上の弾性体を取扱っているのを始として、小堀らが多層体表面の矩形基礎のコンプライアンスについて基礎底面の圧力分布を仮定して検討している。また、北村らは矩形基礎の場合を積分方程式を用いて検討している。

著者らも既に板の変位を厚さ方向に一次変化と仮定した平板要素を用いて、剛な基盤上の三次元多層体上の剛体円形基礎の複素コンプライアンスについて検討を行って来た。本文ではこれと異り板の厚さ方向にもフーリエ・ハンケル変換を用いて厳密解を求め、板の上下面での応力-変位の関係式を導き、これを多層体に適用して動的複素コンプライアンスを求めた。なを、ここでは円形基礎底面における圧力分布は静的接触問題の解を仮定し、変位は重みをつけた平均変位を用いた。

2. 基本式

図-1に示す様に、厚さ h の板に円柱座標 (r, θ, z) をとりそれぞれの方向の変位を u, v, w とする。この座標系の運動方程式に変位と応力の関係を考慮して z 方向にはフーリエ変換を利用して解を求め、 r, θ 方向にフーリエ・ハンケル変換を行うと、板の上下における力と変位に関する基本式(1)(2)が得られる。

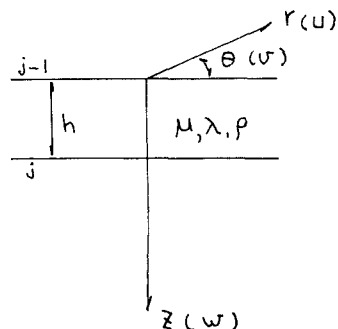


図-1. 座標系

$$[F_{m\xi}]_{j-1,j} = - [K_{1,1}] [D_{m\xi}]_{j-1} + [K_{1,2}] [D_{m\xi}]_j \quad (1)$$

$$[F_{m\xi}]_{j,j-1} = - [K_{2,1}] [D_{m\xi}]_{j-1} + [K_{2,2}] [D_{m\xi}]_j \quad (2)$$

ただし、 $[F_{m\xi}]$ 、 $[D_{m\xi}]$ は像空間での応力と変位ベクトルで

$$[F_{m\xi}] = [Q_{am} \quad Q_{bm} \quad Q_{zm}]^T$$

$$[D_{m\xi}] = [A_m \quad B_m \quad W_m]^T$$

$[K]$ は 3×3 の剛性マトリックスとなる。

また $Q_a, Q_b, Q_z, A_m, B_m, W_m$ は応力と変位のフーリエ・ハンケル変換したもので次式で表される。

$$\left. \begin{matrix} Q_{am} \\ Q_{bm} \end{matrix} \right\} = \int_0^\infty r \{ (C_m[\tau_{r2}] + S_m[\tau_{\theta 2}]) J_{H1}(\xi r) \pm (C_m[\tau_{r2}] - S_m[\tau_{\theta 2}]) J_{H-1}(\xi r) \} d r$$

$$Q_{zm} = \int_0^\infty r C_m[\sigma_z] J_H(\xi r) d r$$

$$\left. \begin{matrix} A_m \\ B_m \end{matrix} \right\} = \int_0^\infty r \{ (C_m[u] + S_m[v]) J_{H1}(\xi r) \pm (C_m[u] - S_m[v]) J_{H-1}(\xi r) \} d r$$

$$W_m = \int_0^\infty r C_m[w] J_H(\xi r) d r$$

ただし $C_m[]$, $S_m[]$ はそれぞれフーリエ・サイン変換、フーリエ・コサイン変換を表わし、 J_μ は第一種のベッセル関数を表す。

3. 多層体の場合

多層体の動的応答は、無限厚板各層の境界での力の釣合と変位の連続を満足するように重ね合わせるにより解析できる。いま多層体を図-2のようにとり、層の境界を表面から $0, 1, 2, \dots, j-1, j, j+1, \dots, n-1$ として、 $j-1, j$ 層の剛性マトリックス等にサフィックス j を付て表す。

層境界では各層が密着し、応力および変位が連続しているものとする、境界 j での力の釣合は次式で表わされる。

$$[F_{m\xi}]_{j,j-1} - [F_{m\xi}]_{j,j+1} = 0. \quad (3)$$

式(1)(2)を上式に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & -[K_{2,1}]_j [D_{m\xi}]_{j-1} + \{[K_{2,2}]_j + [K_{1,1}]_{j+1}\} [D_{m\xi}]_j \\ & - [K_{1,2}]_{j+1} [D_{m\xi}]_{j+1} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

この式を各境界に適用して表面の境界条件を考慮し $[D_{m\xi}]$ について解き、フーリエ・ハンケル逆変換を行うことにより多層体の動的応答を解析できる。なを、変位の逆変換は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \left. \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \right\} &= \frac{1}{\pi} \sum_m \int_0^\infty \xi \{ (A_{m\xi} + B_{m\xi}) J_{H+1}(\xi r) \pm (A_{m\xi} - B_{m\xi}) J_{H-1}(\xi r) \} d\xi \begin{cases} \cos(M\theta) \\ \sin(M\theta) \end{cases} \\ w &= \frac{1}{\pi} \sum_m \int_0^\infty \xi W_{m\xi} J_M(\xi r) d\xi \cos(M\theta). \end{aligned}$$

4. 円形基礎の複素コンプライアンス

円形基礎の複素コンプライアンスをBycroft らと同様に求める。この場合円形基礎底面の圧力分布に対して静的弾性体の接触問題における円形基礎の応力分布を仮定し、基礎の変位は重みを考慮した平均変位とする。したがって、複素コンプライアンスは次のように表される。

$$\begin{bmatrix} W \\ U_\alpha \\ \phi_\alpha \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{VV} & 0 & 0 \\ 0 & C_{HH} & C_{MH} \\ 0 & C_{HM} & C_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ H \\ M \end{bmatrix}. \quad (5)$$

5. 数値計算

ここでは半無限弾性体の基盤の上に一定厚の表層がある2層体と、同じく半無限弾性体の基盤上に等厚の層が3層ある4層体についての結果を示す。

2層体の計算は表層厚が円形基礎の半径と等しい場合 ($c = a$) について、ポアッソン比と密度を一定 ($\nu_1 = \nu_2 = 1/4, \rho = \rho_2$) として、表層に対する層の剛比 (μ_2/μ_1) を変化させて計算した複素コンプライアンスの実数部と虚数部を図-3、4にしめす。図に示すコンプライアンスは表層と同じ定数の半無限体の静的コンプライアンスを基準として表してある。

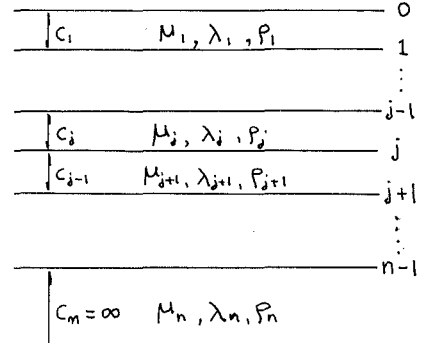


図-2. 多層体

図-3は鉛直方向のコンプライアンス C_{VV} であり、表層と基盤の剛比が等しい($\mu_2/\mu_1=1$)場合は半無限体であり、層剛比が大きくなるに従って表層の共振点が明確に表れて、剛な基盤上の表層の場合のコンプライアンスに近ずいてくる。

図-4は、図-3と同じ条件で求めた回転方向のコンプライアンス C_{MM} で、この場合も半無限体のコンプライアンスから剛な基盤をもつ2層体のコンプライアンスに変化する様子がわかる。

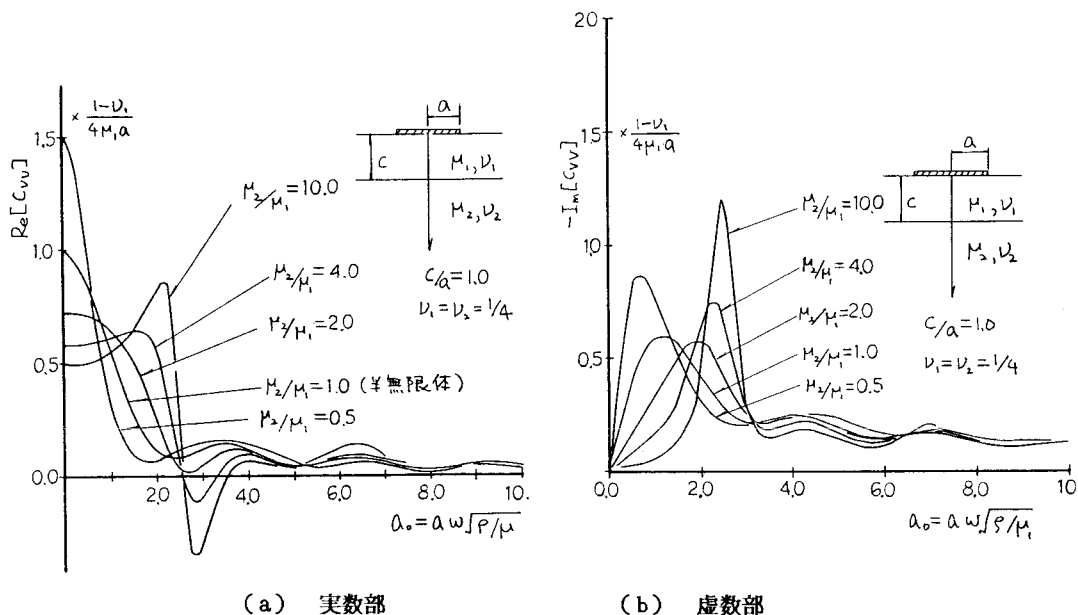


図-3. 層剛比を変化させた場合の鉛直方向のコンプライアンス

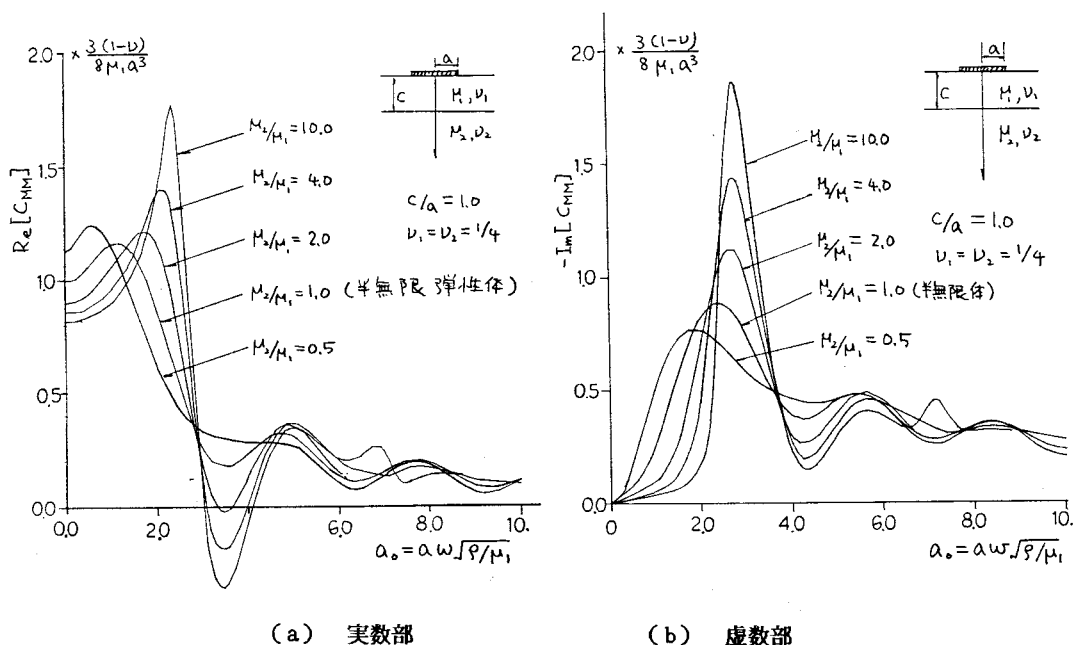


図-4. 層剛比を変化させた場合の回転方向のコンプライアンス

4層体の計算例を図-5に示す。ここで示した例は半無限体の基盤上の表層が3等分されており、この中間層の剛度を変化させた場合について計算したものである。計算に用いた定数は、2層体に用いたものと同じであり、表層に対する3層め、基盤の剛比はそれぞれ $\mu_3/\mu_1=1.0$ 、 $\mu_\infty/\mu_1=10$ 。で一定として2層目の剛比を $\mu_2/\mu_1=5.0 \sim 0.1$ で計算した。これを見ると μ が大きくなるに従いピークとなる振動数が大きくなり、剛な基盤上に厚さ $c=a$ の表層がある2層体に近づいていく。また、実数部のピーク値は $\mu_2/\mu_1=1$ の時に最も小さくなっており、虚数部についても似たような傾向となっている。なお、 $\mu_2/\mu_1=1$ 表層の厚さ $c=3a$ の2層体となる。

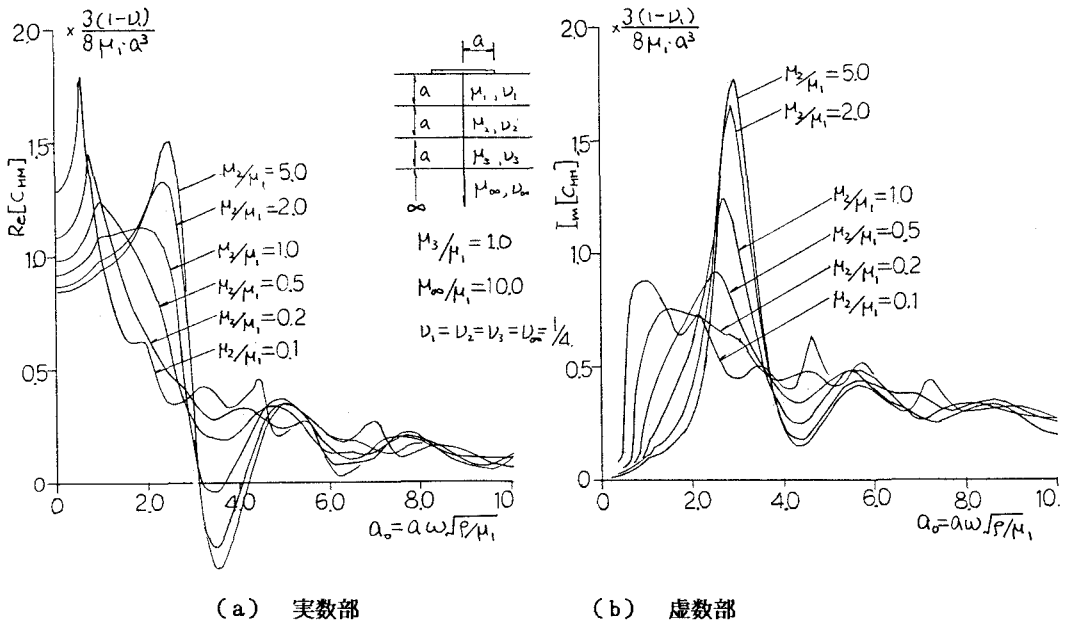


図-5. 4層体の2層目の剛比を変化させた場合の回転方向コンプライアンス

6. あとがき

多層体表面の円形基礎の動的特性に関して複素コンプライアンスを円形基礎底面の圧力分布を仮定して計算を行い、4層体の例を示した。

ただ、今回示したのは回転方向のみであり、限られた例であるので鉛直方向など他の例についても計算例を増やして検討していきたい。

参考文献

- 1) Luco, Westman: DYNAMIC RESPONSE OF CIRCULAR FOOTINGS : Proc. ASCE Vol 97, EM5, 1971
- 2) 小堀、南井、鈴木：成層構造をもつ基礎地盤の動特性、京都防災研究所年報、第19号B、1976。
- 3) 北村、桜井：二層弾性地盤上の長方形剛基礎底面の複素剛性：土木学会論文集、No 362/I-4、1985
- 4) 吉田、能町：有限平板法による3次元多層体上の円形基礎の動的応答について：土木学会北海道支部論文報告集、昭和56年
- 5) 吉田、能町：二層弾性体表面上の円形基礎の複素コンプライアンスについて：土木学会第41回年次講演会概要集、I-355、1986