

I-10 ラーメン隅角部の応力解析について

北海道開発コンサルタント(株) 正員 勝俣 征也
 北海道開発コンサルタント(株) 正員 大谷 諭
 北海道開発コンサルタント(株) 正員 東 泰宏

1. はじめに

北海道における鋼道路橋のなかでラーメン橋は¹⁾²⁾少なく、昭和61年迄に完成したものは10橋に満たない。また、全国的にも架設例は多くなく、設計する機会も少ない構造であったが、その景観性と解析方法の進歩が相まって今後ラーメン橋の架設が増えると予想される。

一般に、主桁断面形状がI形であるラーメン橋の場合、隅角部はBleichの理論式で求まる応力度によって設計されているが、箱形断面の場合は有効設計法が確立されていないのが現状である。したがって、本報告ではラーメン構造隅角部の設計に関連して、主桁断面形状が箱形である場合の曲面形状を有するフランジの応力度について、Bleichの理論値とFEM解析結果の比較、設計時における具体的計算方法などについて検討する。

2. Bleichの理論式³⁾

Bleichの理論式は、図2・1に示すような断面力の作用する面で曲がった部材の応力度を解析的に与えるものであり、フランジに対して2種類の応力度 σ_m (曲面フランジの垂直応力度)、 σ_b (曲面フランジでの板厚方向応力度) を求めることができる。

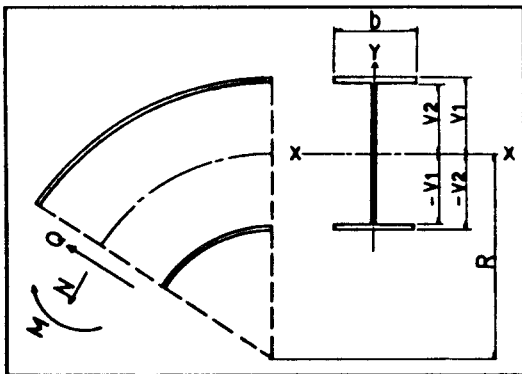


図2・1 Bleichの理論式に対する解説図⁴⁾

2-1 曲面フランジの垂直応力度 σ_m

図2・1に示す記号を用いて、断面に曲げモーメント(M)、軸力(N)、が作用する場合 σ_m は次式となる。

$$\sigma_m = \frac{N}{F} - \frac{M}{RF} - \frac{MV}{Z} \cdot \frac{R}{R+V}$$

$$Z = R^3 \Sigma B \log_e \frac{R+V_1}{R+V_2} - FR^2$$

ここで、F：全有効断面積

R：断面重心軸の曲率半径

V：重心軸から任意点までの距離

(符号は重心軸から外側を正とする。)

B：断面を構成する各板部材の幅

曲面フランジの有効幅(b')は次式となる。

$$b' = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\sin 2\alpha b + \sinh 2\alpha b}{2 + \cos 2\alpha b + \cosh 2\alpha b}$$

$$\alpha = \left(\frac{3}{r^2 \cdot d^2} \right)^{1/4}$$

ここで、b：フランジの全幅

b' ：フランジの有効幅

r：曲面フランジの曲率半径

d：曲面フランジの板厚

2-2 曲面フランジにおける板厚方向応力度 σ_b

σ_b は図2・2に示すように P_r が張出し梁に作用するような状態となって発生する。

$$\sigma_b = \sqrt{3} \cdot \frac{\cosh 2\alpha b - \cos 2\alpha b}{2 + \cos 2\alpha b + \cosh 2\alpha b} \cdot \sigma_m$$

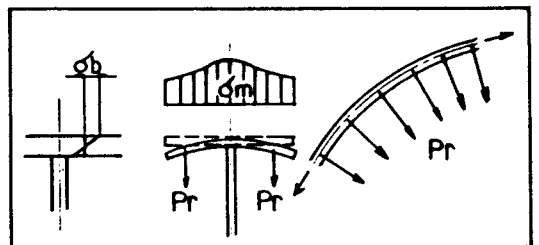


図2・2 フランジの応力度⁴⁾

3. 箱断面曲り梁の立体FEM解析

3-1 解析モデル

解析モデルは、図3・1に示すように桁高 $H=2.0$ m、フランジ幅 $B=1.6$ mの箱断面を考え、リブ無しモデルとリブ有りモデルの2ケースを想定した。また、曲り梁については、桁高 H と曲率半径 R の比率 R/H をパラメーターとして図3・2のように6ケースを選定した。なお、解析は表3・1に示すケースについて行った。

3-2 解析手法

解析にあたって、腹板については図3・3に示すような要素に分割し、外側フランジ（断面重心軸に対して円中心より外側のフランジ）及び内側フランジ（同、内側のフランジ）については、それぞれその幅を4等分及び8等分するとともに、円周方向には腹板の分割数に合わせた立体モデルを作成した。また、その立体モデルに対して電算機の容量も考慮し下記の条件を設けた。

- 1) 腹板については、面内方向の力のみが作用するものとして、面内の力に対してのみ剛性を持つ膜要素に置換する。（図3・4 FX, FY）
- 2) フランジは、面内及び面外両方向の力が作用するものとして、面内、面外両方向に対して剛性を持つ膜要素と板要素の混合要素に置換する。（図3・4 FX, FY, FZ, MX, MY）
- 3) リブ有りモデルの場合の縦リブ横リブは、軸方向の伸縮、軸まわりの捩れ及び2方向の曲げに対して剛性を持つバー要素に置換する。（FX, FY, FZ, MX, MY, MZ）なお、横リブ間隔は30~80cm程度とした。

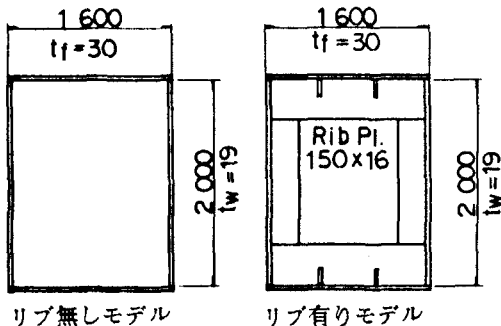


図3・1 解析モデル断面図

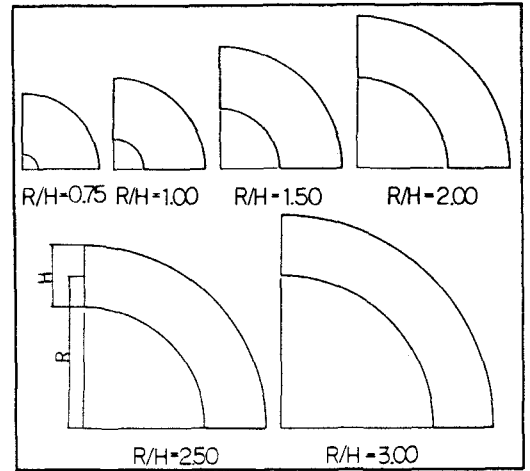


図3・2 解析モデルの形状

表3・1 解析ケース

R/H	リブ無しモデル	リブ有りモデル
0.75	○	○
1.00	○	
1.50	○	○
2.00	○	
2.50	○	○
3.00	○	

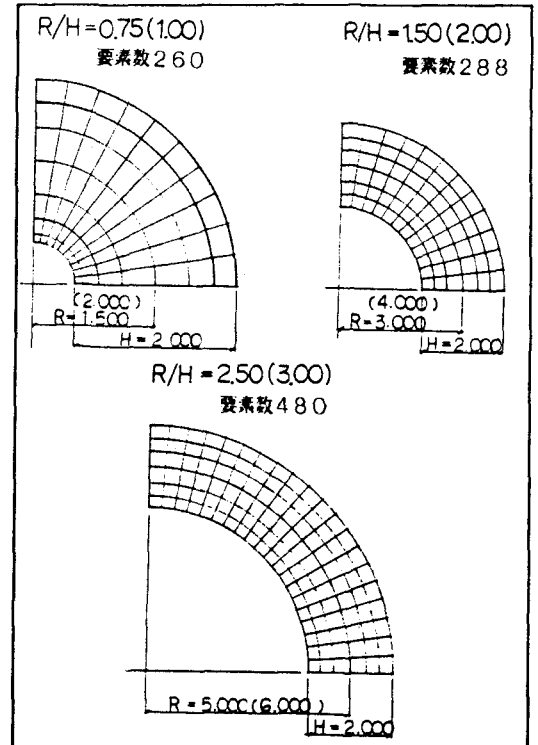


図3・3 解析モデルの要素図

解析手法⁵⁾は図3・5に示すように立体モデルの一端面を完全拘束し、他端面を回転方向に強制変位させることによって端面に断面力を導入した。なお、使用プログラムは、総合構造解析システムISAS II、使用電算機はHITAC M-180である。

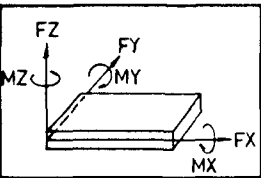


図3・4 自由度

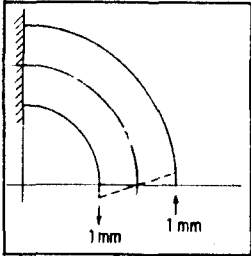


図3・5 解析方法

3-3 フランジ有効幅の比較

Bleichの曲り梁の理論式によれば、曲率を持ったフランジに軸方向応力が作用すると、そのフランジを面外方向に変位させようとする力が発生し、それによってフランジは変形しその軸方向応力の分布が一様でなくなる現象が起こるとしてフランジの有効幅を求める式を導いている。そこで、FEMによって得られたフランジの応力から有効幅を計算し、Bleichの有効幅との比較を行ったのが表3・2、図3・6である。

なお、フランジ有効幅は、図3・7に示すような応力分布状態に対して2次放物線を近似的に求め次式によって計算した。

$$b' = \frac{\int_0^b \sigma(y) dy}{\sigma_0}$$

3-4 フランジ軸方向応力度の比較

表3・3は、前項で求めた有効幅を用いてBleichの理論式によってフランジの軸方向応力度を計算し、FEMによって求められた応力度と比較したものである。図3・8に示す着目点での断面力(軸力、曲げモーメント)は次式により求める。

$$N = N_e$$

$$M = M_e - R(1 - \cos\Theta) \cdot N_e$$

表3・2 Bleichの理論式とFEM解析の有効幅の比較

R/H	フランジ曲率 (cm)	① Bleichの式 (b'/b)	F E M (b/b)			
			② Rib 無	②/①	③ Rib 有	③/①
0.75	50	0.115	0.113	0.98	0.273	2.37
1.00	100	0.163	0.130	0.80		
1.50	200	0.232	0.158	0.68	0.466	2.01
2.00	300	0.283	0.186	0.66		
2.50	400	0.324	0.210	0.65	0.691	2.13
3.00	500	0.357	0.229	0.64		

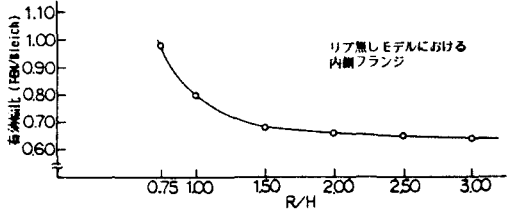


図3・6 Bleichの理論式とFEM解析の有効幅比

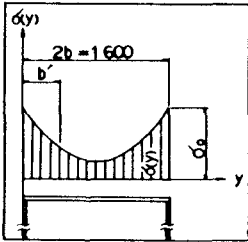


図3・7 フランジの有効幅

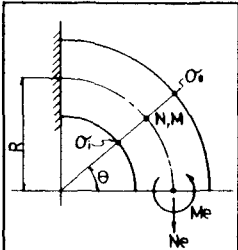


図3・8 フランジ応力の着目点

表3・3 Bleichの理論式とFEM解析の応力度の比較

R/H	着目点 Θ (度)	Bleichの有効幅による応力				R/H=1.00による応力				R/H=2.00による応力			
		σ ₀	σ ₁	σ ₂	σ ₃	σ ₀	σ ₁	σ ₂	σ ₃	σ ₀	σ ₁	σ ₂	σ ₃
0.75	76.5	-8	1,362	-8	1,369	-235	802	-39	1,380	-264	311		
	58.5	-214	1,990	-215	2,000	-426	1,558	-205	1,857	-382	1,218		
	40.5	-384	2,505	-385	2,518	-536	2,508	-343	2,250	-467	2,134		
	22.5	-501	2,860	-502	2,875	-652	2,940	-437	2,529	-518	2,336		
	76.5	32	614	29	654	-150	381						
1.00	58.5	-164	1,028	-177	1,103	-342	1,078						
	40.5	-326	1,367	-346	1,472	-484	1,593						
	22.5	-438	1,601	-463	1,725	-589	1,883						
	76.5	21	308	17	346	-89	281	-85	500	-154	327		
	48.75	-198	653	-225	749	-319	777	-274	801	-308	725		
1.50	33.75	-308	828	-348	954	-432	1,058	-370	964	-379	892		
	18.75	-383	946	-431	1,082	-515	1,203	-434	1,057	-419	989		
	76.5	47	158	48	177	-23	115						
	48.75	-160	444	-190	525	-255	533						
	33.75	-266	591	-311	702	-372	758						
2.00	18.75	-337	689	-383	821	-456	910						
	76.5	98	106	40	121	-8	68	-25	222	-71	159		
	51.75	-115	305	-141	386	-187	361	-173	417	-188	358		
	33.75	-235	459	-282	557	-325	584	-289	569	-278	512		
	15.75	-309	555	-369	675	-414	734	-359	682	-332	597		
2.50	76.5	41	65	44	73	8	23						
	51.75	-98	237	-123	280	-159	195						
	33.75	-208	371	-254	458	-289	326						
	15.75	-275	454	-334	562	-372	414						
3.00	76.5	41	65	44	73	8	23						
	51.75	-98	237	-123	280	-159	195						
	33.75	-208	371	-254	458	-289	326						
	15.75	-275	454	-334	562	-372	414						

3-5 板厚方向応力度について

Bleichによれば『フランジの面外方向の変位によって発生する応力度 σ_b は、曲率半径が大きい場合を除けば一般に最大垂直応力度 σ_m （軸方向）より大きくなる』と述べている。そこで、FEM解析結果について σ_m と σ_b を比較したものが表3・4である。なお、着目点は $\theta=45^\circ$ 付近である。

表3・4 FEM解析における σ_m と σ_b の比較
(単位: kg/cm²)

R/H	着目点	フランジ応力度 (腹板上)		
		① σ_m	② σ_b	②/①
リブ無	0.75	1,040	± 617	0.59
	1.00	757	± 463	0.61
	1.50	433	± 236	0.55
	2.00	327	± 160	0.49
	2.50	277	± 124	0.45
	3.00	231	± 96	0.42
リブ有	0.75	1,165	± 126	0.11
	1.50	523	± 72	0.14
	2.50	335	± 29	0.09

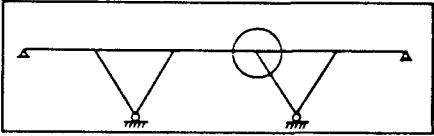


図4・1(a) V字橋脚ラーメン橋

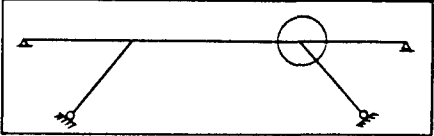


図4・1(b) π型ラーメン橋

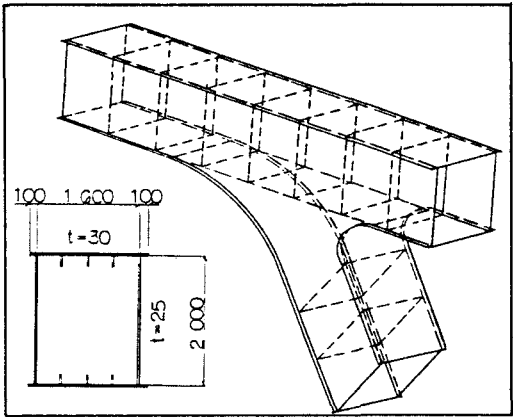


図4・2 実橋立体モデル

4. 実橋モデルの立体FEM解析

4-1 解析モデル

図4・1に示すようなπ型ラーメン橋及びV字橋脚ラーメン橋などのラーメン隅角部に着目し、図4・2に示すようなラーメン隅角部立体モデルを想定する。解析は、図4・1(a)について骨組構造解析（変形法）を行い、立体モデルの各端面に作用する断面力を求め、それを図4・3に示すような要素に分割した立体モデルに作用させた。なお、このモデルについては、道路橋示方書の規定を満足する縦リブ横リブを設け、曲面フランジ部での横リブ間隔は50cm程度とした。

4-2 フランジ有効幅

FEMによって得られたフランジの応力分布状態から3-3と同様に有効幅を計算し、Bleichの有効幅と比較したのが表4・1である。

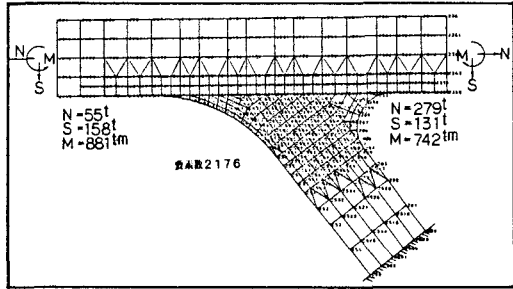


図4・3 実橋モデルの要素図

表4・1 実橋モデルにおける有効幅の比較

	① Bleichによる有効幅		② FEMによる有効幅		②/①
	有効幅 b' (cm)	b'/b	有効幅 b' (cm)	b'/b	
上フランジ ($R=\infty$)	—	—	75.2	0.940	—
鈍角側フランジ ($R=4.0$ m)	25.9	0.324	28.0	0.350	1.08
鋭角側フランジ ($R=0.9$ m)	12.5	0.156	17.6	0.220	1.41

FEM解析による有効幅はリブ有りの場合である

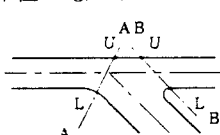
4-3 フランジ軸方向応力度

表4・2は、曲面フランジの軸方向応力度についてBleichの理論式による応力度（有効幅は、Bleichの計算式による）とFEMによる応力度とを比較したものである。なお、通常、ラーメン隅角部の設計においてBleichの理論式を適用する場合は図4・4(a)のような仮定を設けるのが一般的であるが、本検討では応力度の算出において次の仮定を設けた。

- 1) 上フランジは、曲率を持たないためその有効幅は道路橋示方書の規定による。
- 2) 作用曲げモーメントとしては、照査断面位置の値を用いる。図4・4(b)
- 3) 照査断面の腹板高は、円中心（法線）方向に取り上フランジとの交点までの高さとする。

図4・4(b)

表4・2 実橋モデルにおける応力度の比較

着目断面		Bleichの有効幅による応力度	FEMによる応力度	(単位: kg/cm ²)
A-A	U	836	524	
	L	-1,531	-756	
B-B	U	635	520	
	L	-1,558	-846	

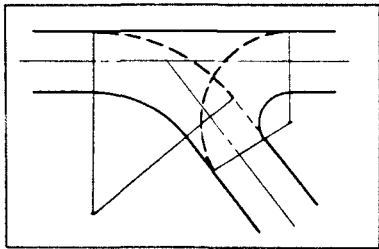


図4・4(a) Bleichの理論式に対する仮定

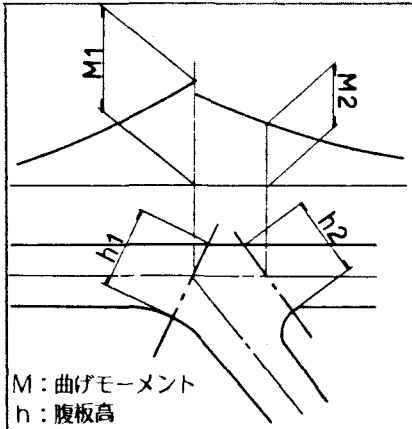


図4・4(b) 照査断面位置

5. 考 察

- 1) 箱断面曲り梁の曲面フランジの有効幅に関しては、表3・2にあるようにリブ無しモデルについては、 R/H が小さい場合にBleichの有効幅とよく一致するが、 R/H が大きくなるに従ってBleichの有効幅より暫減し、 $R/H=3.00$ では約65%程度となる。

一方リブ有りモデルについては、他の文献⁶⁾にもあるように有効幅はBleichのそれに比べて約2倍と著しく大きくなる。

- 2) 曲面フランジの応力度は、表3・3に見るようにBleichの有効幅を用いた応力度とFEM解析による応力度とはあまり一致しない。しかし、FEM解析より求めた有効幅を用いて計算した応力度とFEM解析による応力度とはリブの有無にかかわらず比較的一致する。

従って、有効幅を適正に把握（例えばBleichの有効幅にある係数を乗じる）すればBleichの曲り梁の理論式は、本検討モデルの箱断面の場合には十分適用できると思われる。

- 3) 曲面フランジの板厚方向応力度は、表3・4に見るように軸方向応力度に比してリブ無しモデルの場合で40~60%、リブ有りモデルの場合で10%前後である。この結果から、箱断面では、BleichがI断面の場合に述べているように板厚方向応力度が、軸方向応力度より大きくなることはないと思われる。

しかし、上記の2方向の応力がフランジに同時に2軸応力として作用することを考慮すると、リブ無しモデルの場合の板厚方向応力度は無視し得ないものであるが、一般的なリブを有する箱断面の場合のそれはほとんど無視して差し支えないと思われる。

- 4) 実橋モデルにおける曲面フランジの有効幅は、表4・1に示すようにリブ有りにもかかわらず表3・2の同結果は有効幅は大きくならずBleichのそれに比して1.10~1.40程度である。更に曲面フランジの応力度は、表4・2にあるように4-3で3項目の仮定を設けて応力度を計算したが、FEM解析による応力度は、それに比べて約50%程度しか発生していない。

以上のことから、今回の検討結果のみでは一概

に言えないと思うが、少なくとも同規模、同形状のラーメン隅角部の設計においては、前述の仮定を設けてBleichの理論式（有効幅は安全側を考えてそのまま用いる）によって断面計算を行えばFEM解析による照査を行わなくても安全な設計ができると思われる。

6. おわりに

ラーメン橋を設計する場合その構造特性上、キープポイントは支承部及び隅角部の詳細にあると考えられる。ここでは、隅角部の曲面フランジの有効幅、応力度についてBleichの理論値とFEM解析結果との比較について報告した。

構造物の規模が大型化し、主桁断面を箱桁で構成する必要がある場合に、Bleichの理論式の適用において、本検討で行った仮定を設けて断面決定を行うと、安全な設計とはなるが多少不経済な設計とも言える。しかしながら、コンピューターが発達したとは言え、要素数が2,000程度にもなるFEM解析を行うことは、モデルの設定、解析ケースの選定、解析結果の整理、工学的判断などの作業には相当の労力と費用が必要となる。したがって、構造規模に見合った設計手法を選定することが必要であると考えられる。

〈参考文献〉

- 1) 北海道土木技術会、鋼道路橋研究委員会：北海道における鋼道路橋の歴史，昭和61年7月
- 2) 北海道土木技術会、鋼道路橋研究委員会：北海道鋼道路橋写真集（昭和3～58年），昭和45～58年度
- 3) Bleich（池部他訳）：鉄骨構造（下），コロナ社，昭和28年
- 4) 宮本・上野・小林：中央道日吉川橋の設計，橋梁と基礎（1972.5）
- 5) 吉田・高橋・増田：有限要素法による部分構造の解析に際して断面力与えられる境界条件の一処理法，土木学会論文報告集（No.252・1976.8）
- 6) 中村・梶山・大西：鋼方杖ラーメン橋の隅角部形状の検討，橋梁と基礎（1982.7）