

I-9 ウェブアングル接合のM- θ 曲線の 評価式について

室蘭工大	学生員	伊藤 和久
室蘭工大	正 員	岸 徳光
室蘭工大	正 員	松岡 健一
日大生産工学部	正 員	能町 純雄
PURDUE.U		W. F. Chen

1. はじめに

今日、鋼構造物に関する弾塑性解析はより一般的なものとなってきた。しかしながら、梁あるいは柱部材の幾何学的、材料学的非線形性のみを考慮し、接合部を弾性解析と同様に完全固定あるいは完全回転自由と仮定して解析を行っているようである。実験結果によれば、必ずしもこれらの条件が満足されるものではなく、接合方式や接合のために用いられるアングル材あるいは板、締結材などのパラメーターによって接合点の曲げモーメントと回転角の関係は大きく変化する、非線形な性状を示すことが明らかになっている。

限界状態に基づいた設計思想に移行する方向にある現在、解析は構造物の耐荷力および使用限界の立場から全ての重要な要因を考慮して行なわなければならないものと考えられる。ここで示される接合部の剛性評価に関する問題も重要な項目の一つであると考えられる。

接合部の剛性評価に関する実験的研究は、1930年代から始められている。初期には、弾性的な半剛性接合を有する撓角撓度式において考慮される初期剛性を評価する目的で行なわれていたようである。その後、数値解析法の発達により、非線形な M- θ 特性を考慮した骨組構造物の極限耐力あるいは変形能についての検討が可能になってからは、全体的な M- θ 曲線を評価するための実験研究あるいは評価式の定式化の試みが行なわれている。しかしながら合理的な評価式を確立することは非常に困難な問題であり、欧米各国においては過去の接合部に関する実験データを基にしたデータベースの作成の重要性が強調されている。D.A. Nethercot¹⁾ は、接合部に関する実験データおよび剛性評価式に関するレビューを行っており、A.V. Goverdhan²⁾ や岸-Chen³⁾ 等はデータベースの作成を試みている。

ここでは、設計計算あるいは非線形構造解析に適用可能でかつ合理的な剛性評価式の定式化を試みることを主な目的として、ウェブアングル接合に限定して検討を行ったので報告する。なお、モデル化の妥当性検討については接合部に関するデータベース³⁾を併用して行っている。

2. M- θ 曲線の評価式の定式化

2.1 ウェブアングル接合の一般的M- θ 特性

図-1 にウェブアングル接合の例としてシングルウェブアングル接合の概略図を示す。図-2 はシングルウェブアングル接合に関する M- θ 曲線の実験結果である。図に示すようにボルトの本数によって剛性の程度に大きな隔りがある。また図-3 に示すように、一般に他の上下フランジアングル接合あるいは板接合等に比較してその接合剛性は小さく、半剛性接合の中でも最もヒンジ接合に近い接合方式であると考えられる。図-4 には塑性状態へ移行後の接合部の状態を示している。

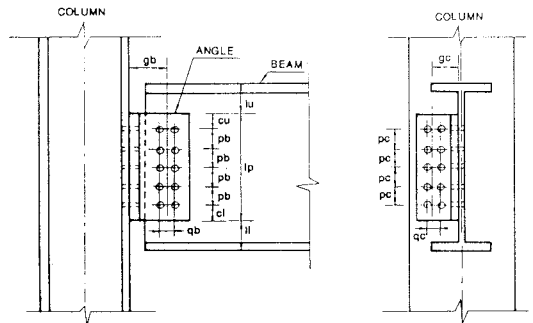


図-1 代表的なシングルウェブアングル接合

シングルウェブアングル接合に関しては、S.L.Lipson⁴⁾の、またダブルウェブアングル接合に関しては、W.H.Munse等^{5) 6)}の系統的な実験成果がある。特にMunse等はアングル部近傍の挙動に関する詳細な実験計測を行っており、それによると載荷初期にはアングル部の回転中心が梁の中立軸と同位置にあるが、曲げモーメントの増加に伴い梁の圧縮フランジ側に徐々に移動していくことが明らかになっている。

ここでは問題の簡略化を図るため、梁側のアングル部は、梁のウェブと同一の挙動をするものとし柱および梁の局所的な変形は考慮しない。また、評価式は、初期剛性と極限曲げ耐力を係数とする指数関数型モデルを用いることとする。

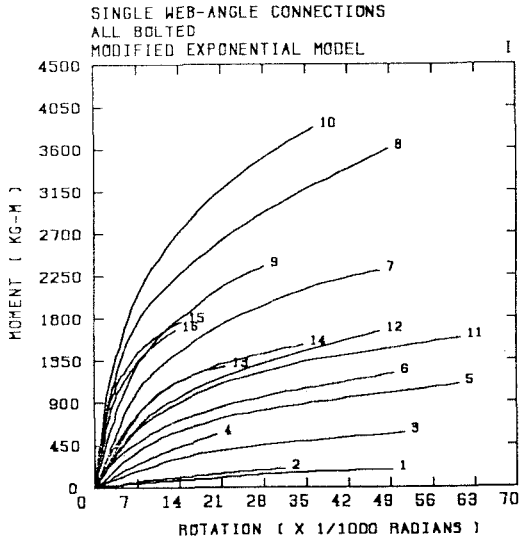


図-2 シングルウェブアングル接合の
M-θ 曲線の実験結果

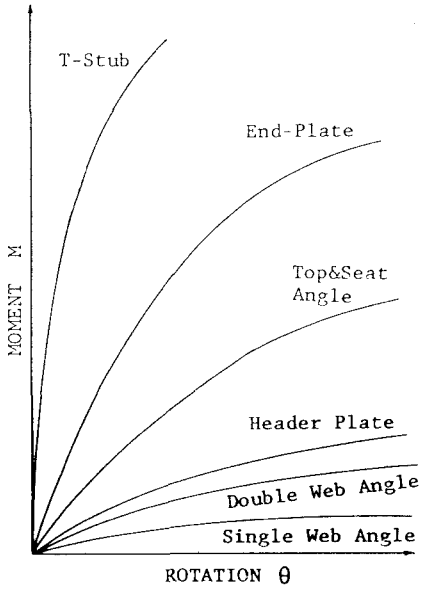


図-3 各接合パターンの代表的なM-θ 曲線

2.2 接合部の初期剛性について

Munse 等の実験結果より載荷初期には、柱側の締結点を固定端とする厚肉片持ち矩形板の中央部ねじりモーメントが作用している。Munse 等の実験結果を考慮して、載荷初期には、アングル中央部に梁の材端モーメントが作用するものとし、さらに梁側部分の剛性は無限であるものとして柱側部分のみが弾性挙動するものと仮定する。さらに柱側部分のアングル材は図-5に示すように、柱側の締結点を固定端とする厚肉片持ち矩形板(図では斜線部に相当)としてモデル化を行なう。自由端の中央部にねじりモーメントMが作用するものと考え、そり拘束を受けるねじり問題として扱うと端モーメントであるねじりモーメントMと自由端における回転角θとの関係は

$$M = \frac{\kappa \cdot \cosh \kappa g_1}{\kappa g_1 \cdot \cosh \kappa g_1 - \sinh \kappa g_1} GJ \theta \quad (1)$$

ここにκは

$$\kappa = \left(\frac{GJ}{EC_w} \right)^{1/2} \quad (2)$$

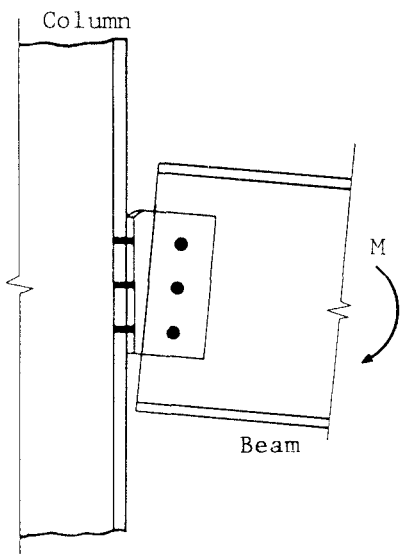


図-4 塑性状態における接合部の状態

ただし G はせん断弾性係数、 E はヤング率であり、 J は断面ねじりモーメント、 C_w は断面そりモーメントである。本文の場合は矩形板であるので

$$J = \frac{1}{3} l_p \cdot t^3 \quad (3)$$

$$C_w = \frac{1}{144} l_p^3 \cdot t^3 \quad (4)$$

であり、 $\nu = 0.30$ と仮定すると式(2)は

$$\kappa = \frac{4.2967}{l_p} \quad (5)$$

として示される。 $\kappa = \alpha / l_p$ 、 $\beta = g_1 / l_p$ として式(1)を簡略化すると、初期剛性 R_{ki} は

$$R_{ki} = G \frac{\alpha \cdot \cosh \alpha \beta}{\alpha \beta \cdot \cosh \alpha \beta - \sinh \alpha \beta} t^3 \quad (6)$$

となり M は次式のように示される。

$$M = R_{ki} \cdot \theta \quad (7)$$

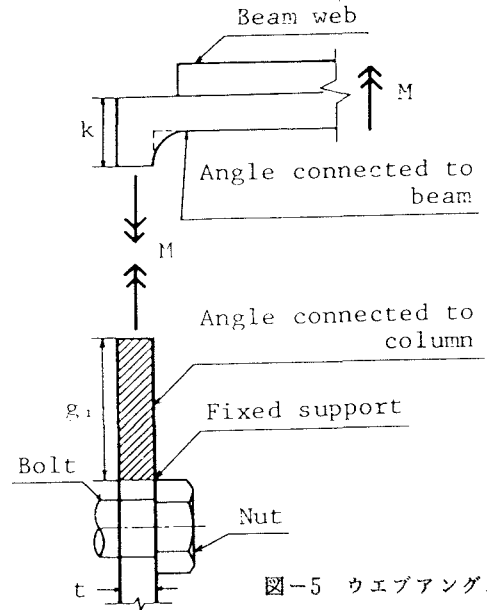


図-5 ウェブアングル部のモデル化

2.3 限界状態における接合部の曲げ耐力

Munse等の実験結果の考察より、ウェブアングル部材のメカニズムを、図-6のように仮定する。図より明らかなように、塑性ヒンジ間距離と板厚との比が小さいので、ここではせん断力との連成効果も考慮すると任意断面 x における塑性曲げモーメント M_{px} とせん断力 V_{px} の関係は、仮想仕事の原理を用いて次式のように表される。

$$V_{px} = \frac{2M_{px}}{g_x} \quad (8)$$

さらにモーメントとせん断力が連成する時のDruckerの降伏条件式(9)を用いるものとする。

$$\left(\frac{M_{px}}{M_0} \right) + \left(\frac{V_{px}}{V_0} \right)^4 = 1 \quad (9)$$

ただし、 M_0 、 V_0 はそれぞれ曲げモーメントあるいはせん断力のみが作用する場合の単位幅当りの塑性曲げモーメント、塑性せん断力であり、Trescaの降伏条件式を用いるものとする、降伏応力度を σ_y として

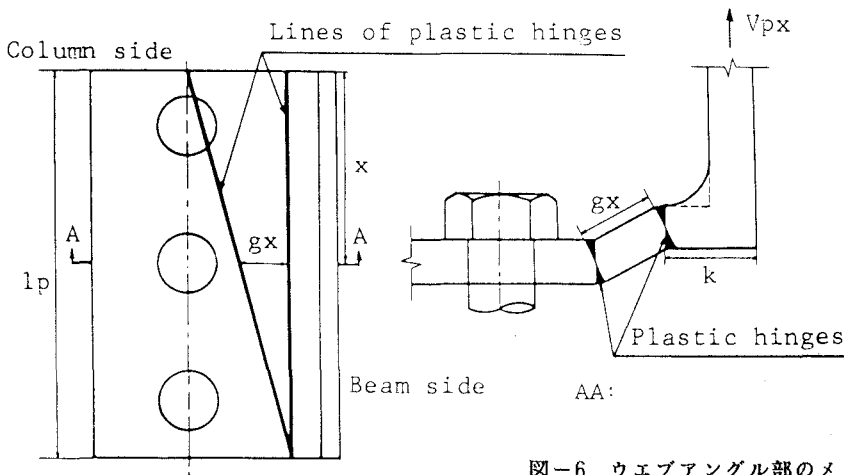


図-6 ウェブアングル部のメカニズム

$$M_0 = \sigma_y \cdot t^2 / 4 \quad (10)$$

$$V_0 = \sigma_y \cdot t / 2 \quad (11)$$

V_{px} あるいは M_{px} は、式(8)と式(10)、(11)を式(9)に代入し、四次方程式を解くことにより容易に求めることができる。数値解析結果、塑性せん断力の分布はアングル上縁で最小、下縁で最大 $V_{px}=V_0$ となるため放物線分布となるが、本文では簡略化して線形分布と仮定し、塑性せん断力の合力を求めることとする。従って、塑性せん断力の合力 F は、アングルの長さを l_p とおけば

$$F = \frac{V_0 + V_p}{2} l_p \quad (12)$$

となり、結局接合部の曲げ耐力 M_u は次式のように表される。

$$M_u = \frac{2V_p + V_0}{6} l_p^2 \quad (13)$$

2.4 関数近似

初期剛性 (R_{ki}) と限界状態における曲げ耐力 (M_u) を用いて、接合部剛性評価に関する関数近似を行なう (以下ではパワーモデルと呼ぶ)。本文では、R.M. Richard 等⁷⁾ が構造物の非線形解析に応用した指数関数型モデルと同様のものを用いることとする。この関数は指数 n を変えることによって分布の特性を変えることができ、さらに任意点の曲げモーメント M 、あるいは回転角 θ 、接線剛性 R_k を代数式の形で容易に求めることができるなど、効果的に非線形解析に組み込むことが可能なものと考えられる。

パワーモデルの一般式を示すと

$$M = \frac{R_1 \cdot \theta}{\{1 + (\theta / \theta_0)^n\}^{1/n}} + R_{kp} \cdot \theta \quad (14)$$

ただし、 R_{kp} は塑性接合剛性、 $R_1 = R_{ki} - R_{kp}$ 、

$\theta_0 = M_u / R_{ki}$ 、 n は $M-\theta$ 曲線を決定する形状パラメーターである。本文では、 $R_{kp} = 0$ としてモデル化を行った。

$$\theta = \frac{M}{R_{ki} \cdot \{1 - (M/M_u)^n\}^{1/n}} \quad (15)$$

$$R_k = \frac{dM}{d\theta} = \frac{R_{ki}}{\{1 + (\theta / \theta_0)^n\}^{(n+1)/n}} \quad (16)$$

3. 実験結果と評価式による解析結果との比較

本文では、シングルウェブアングル接合に限定して検討を行うこととする。シングルウェブアングル接合の剛性評価に関しては、Lipson が系統的な実験研究結果を示しているので、本文でもその研究結果との比較を行うことにする。

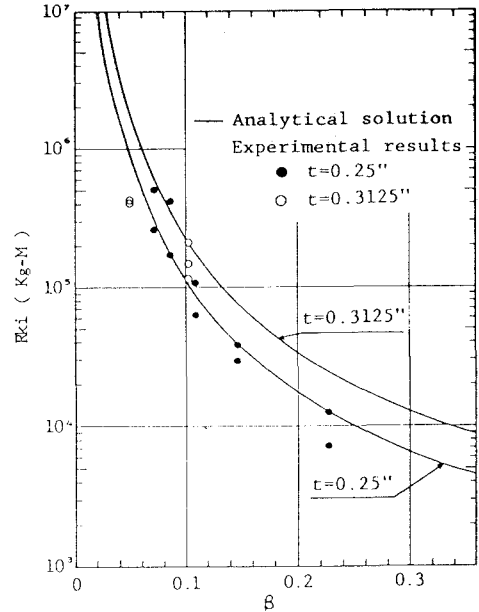


図-7 初期剛性 (R_{ki}) に関する実験結果と解析結果

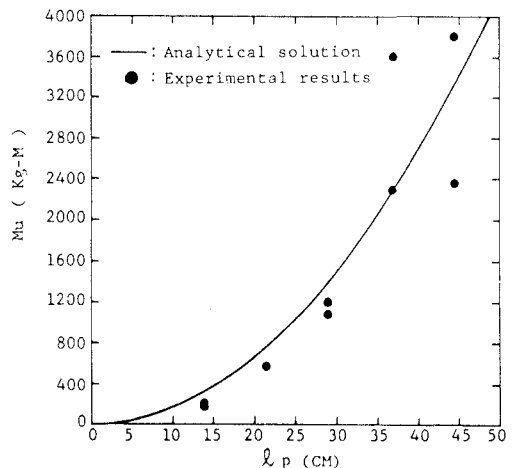


図-8 限界曲げ耐力 (M_u) に関する実験結果と解析結果

図-7には初期剛性(Rki)に関する実験結果と解析結果との比較を示している。なお実験結果の初期剛性値は、岸-Chen によって示された曲線近似のための修正指数関数モデルによって求められたものである。解析結果は $t = 0.3125"$ の場合の β の小さい部分で多少差が生じているものの、概略的には実験結果をよく近似しているものと考えられる。

次に、限界曲げ耐力(Mu)について実験結果と解析結果の比較を図-8に示す。本文では正確な降伏応力 σ_y の値を入手できなかったため、AISCの公称値($A36-\sigma_y=36\text{ksi}$)を用いて比較を行った。解析結果は実験結果に対して l_p が大きい場合を除いて多少小さく見積られているようである。

次に、初期剛性(Rki)と限界曲げ耐力(Mu)を用いたパワーモデルによる解析結果と実験結果の比較を図-9, 10, 11, 12に示す。また参考に、Frye-Morris⁸⁾により提案された多項式モデルを用いた結果も破線で示す。各図は、各々 $t=0.25"$ で $l_p=5.5", 8.5", 11.5", 14.5"$ における結果である。各図とも形状指数パラメーター n を数種に変化させて示してあるが、いずれの場合も n の選択によって実験による接合部の剛性特性を効率よく表現することができるものと考えられる。

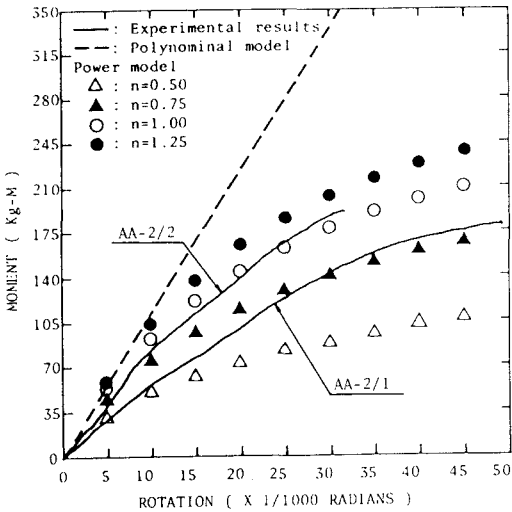


図-9 パワーモデルによる解析結果と実験結果

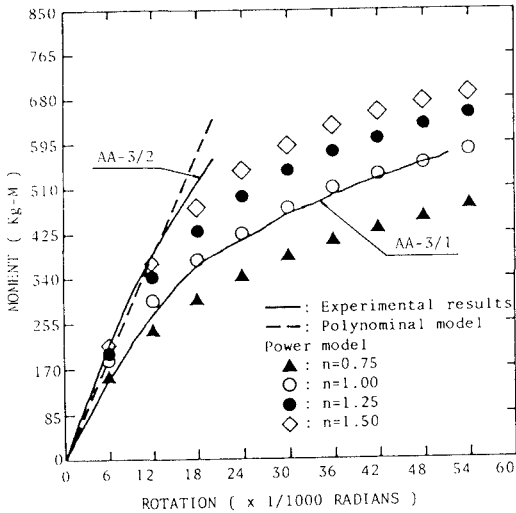


図-10 パワーモデルによる解析結果と実験結果

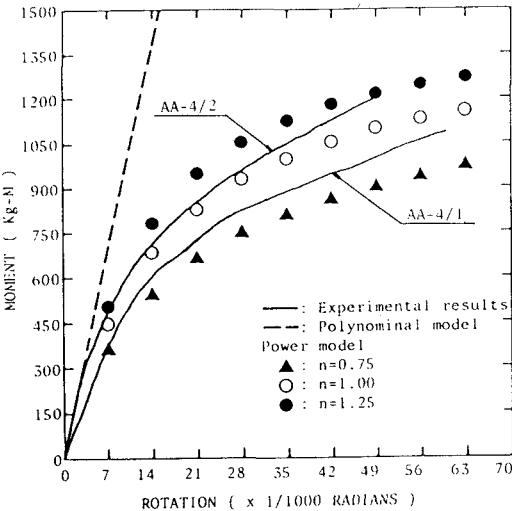


図-11 パワーモデルによる解析結果と実験結果

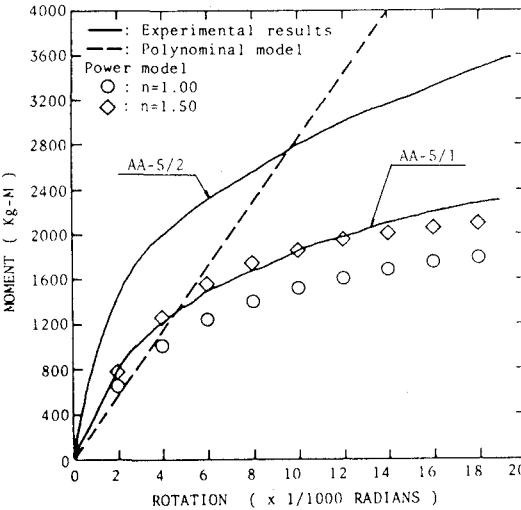


図-12 パワーモデルによる解析結果と実験結果

4. まとめ

接合部の剛性特性は限界状態に基づいた設計思想における骨組構造物の耐力および使用限界に大きく影響するものである。ここでは、接合部の非線形な剛性分布について、設計計算あるいは非線形構造解析に適用可能でかつ合理的な剛性評価式の定式化を試みることを主な目的として、ウエブアングル接合に限定して検討を行った。定式化は、初期接合剛性(R_{ki})と限界曲げ耐力(M_u)を係数とするパワーモデルを用いて行ったが、本文で試みた実験データの範囲内ではより有効な手法であるものと考えられる。

参考文献

1. Nethercot, D.A. (1985), Steel Beam-to-Column Connections - a Review of Test Data, CIRIA, London.
2. Goverdhan, A.V. (1983), A Collection of Experimental Moment-Rotation Curves and Evaluation of Prediction Equations for Semi-Rigid Connections, Thesis Presented to Vanderbilt University, Nashville, Tennessee, in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science.
3. Kishi, N. and Chen, W.F. (1986) The Collection of Tests on Steel Beam-to-Column Connections, CE-STR-86-20, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN.
4. Lipson, S.L. (1968), Single-Angle and Single-Plate Beam Framing Connections, Canadian Structural Engineering Conference, Toronto, Ontario, 141-162.
5. Bell, W.G., Chesson, E. Jr. and Munse, W.H. (1958), Static Tests of Standard Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections, A Progress Report of an Investigation Conducted by the University of Illinois Engineering Experiment Station.
6. Lewitt, C.W., Chesson, E. Jr. and Munse, W.H. (1966), Restraint Characteristics of Flexible Riveted and Bolted Beam-to-Column Connections, Department of Civil Engineering, University of Illinois.
7. Richard, R.M. and Abbott, B.J. (1975), Versatile Elastic-Plastic Stress-Strain Formula, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 101, No. EM4, 511-515.
8. Frye, M.J. and Morris, G.A. (1975), Analysis of Flexibly Connected Steel Frames, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 2, 280-291.