

# V—13 補強筋の付着滑りを考慮した鉄筋コンクリート梁部材の材料非線形解析

北大・工学部 正会員 上田正生  
北大・工学部 正会員 土橋由造

## 1 はじめに

著者は、既報 1) において、「補強筋の付着滑りを考慮した RC 梁部材の材料非線形解析」のための基本的な解析手法について報告したが、この度、先の手法を更に発展させ、既往の梁の実験、並びに解析値との比較・検討を行なう機会を得たので、本報では、その結果について報告する。

## 2 解析手法

### (1) 解析法の概要

本解析法は、全ポテンシャル・エネルギー原理にもとづき、補強筋の付着滑りを RC 梁の微小変形曲げ理論に組み入れたものである。従って、梁断面のコンクリート部分には平面保持が仮定されており、補強筋の滑りは平面が保持されるコンクリート断面からのズレ変位として定義されている。前述したように、基本的な解析手法は、前報告と同一であるので、ここでは、図 1 に

使用要素の概要を描けるに留め、詳細は既報に譲ることとする。

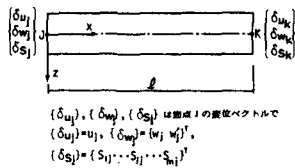


図1 使用要素の概要

### (2) 非線形領域における亀裂近傍要素の引張り側コンクリート部分の曲率通減手法

本解析法の非線形計算手順は、コンクリートの亀裂や鉄筋の降伏等に起因する非釣合い応力を、初期応力として取り扱う有限要素法によるものであるが、ここでは、本報告で新たに展開・導入した「亀裂近傍要素の引張り側コンクリート部分の曲率通減手法」についてのみ記述することとする。

即ち、以下では、①平面保持の仮定が、亀裂近傍の梁断面の歪分布の評価にもたらす矛盾点を指摘し、②これを克服するためにとられている既往の手法について言及した後、③より実際に近い形でコンクリートの亀裂現象を表示するために、本解析法で用い

た一簡略化手法について述べる。

①平面保持の仮定がもたらす矛盾点： 論点を明確にするために、図-2 に示すような、一定モーメントに支配される単配筋の梁部材を考える。梁巾方向の応力分布を平均化して扱うと、亀裂近傍の（図-2 の A-A断面から  $\xi$  方向）各横断面における、コンクリート部分の実際の応力分布は、図-3 の (a) のようになっているものと考えることができる<sup>2</sup>。この応力状態はまた、図 (b) の亀裂位置 A-A断面のコンクリートの圧縮応力分布を、外荷重と見做した時の無筋梁の応力分担と、(c) の引張り鉄筋からコンクリートへの付着による応力伝達の問題とに、分離して取り扱うことができる。ここで留意すべきは、図 (b) の梁巾方向の応力分布形状である。この応力分布をそのまま歪分布として読み換えると、亀裂近傍の圧縮側と引張り側では、歪の分布の形状が大きく異なっており、梁断面に唯一つの曲率を設定する平面保持の仮定とは大きな隔たりがあることを示している。これが、本解析法のように、梁のコンクリート断面に平面保持を仮定した場合に生ずる、大きな矛盾点である。また、この事実は、「亀裂に隣接する引張り側のコンクリートの剛性分担を軽減させる必要がある」こと、換言すれば「亀裂近傍の要素では、平面保持の仮定を担う梁断面の曲率を、圧縮側と引張り側とに分けて設定することが必要となる」ことを示唆している。逆説的に云えば「この矛盾点を克服するための何等かの処置をとらなければ、亀裂近傍の梁の引張り側の剛性を過大評価する」危険があることを意味している。また実際、この点に対する特別な処置を講じていない既往の報告では、コンクリートの亀裂発生領域が広範囲にわたっており、付着滑りを考慮した本来の意義が失われている<sup>6,7</sup>。

### ②上記矛盾点を克服するための既往の手法：

図-4 の (a), (b) には、上記の矛盾点に抵触しな

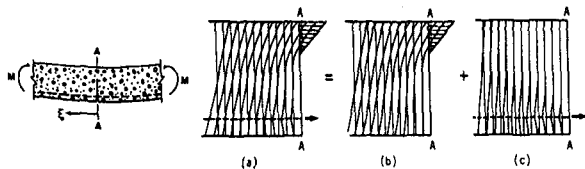
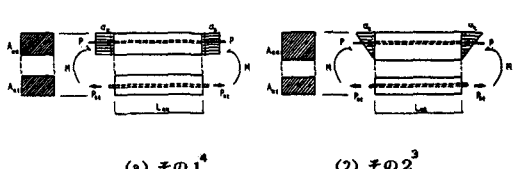


図2 亀裂近傍の梁の断面記号

図3 亀裂近傍の梁断面の応力状態の概念図



(a) その1<sup>4</sup>

(2) その2<sup>3</sup>

図4 亀裂安定状態を対象とした既往の単純化モデル

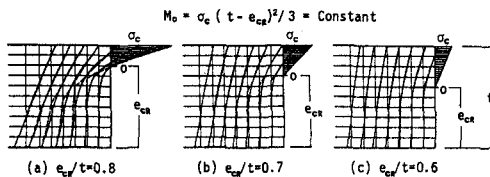


図5 Crack Depthの違いが亀裂近傍のコンクリートの応力分布に及ぼす影響(2次元有限要素解)

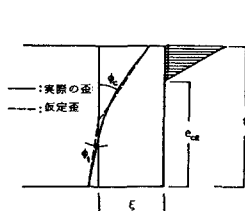


図6 亀裂近傍の歪分布の近似化

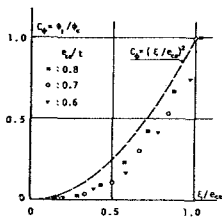


図7 曲率比 $\phi_t/\phi_c$ と距離比 $\xi/e_{cr}$ の関係

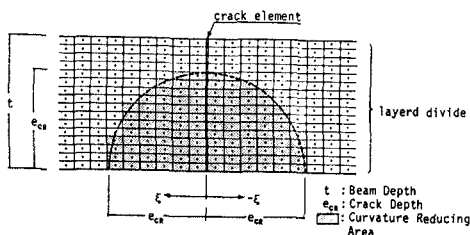


図8 亀裂近傍引張り側コンクリートの剛性低減領域

い既往の単純化モデルを掲げた。この種の方法は、亀裂が十分に発達した所謂“亀裂安定状態”における梁の挙動の解析に対してのみ使用可能な単純化手法である。より実際ので有用な方法が、佐藤・青柳によって示されている<sup>5</sup>。彼らは、部材が一定モーメント下にある場合を対象とし、亀裂の生じたRC梁を支配する基礎微分方程式を導き、これを Runge-Kutta 法を用いて解析する方法について報告している。この手法では、亀裂発生後のコンクリートの引張り応力分担は、付着による鉄筋からの応力伝達にのみ依存するものと見做して評価しているため、前述のような矛盾は生じない。しかしこの方法では、図-3の(b)で見たような、「亀裂位置近くのコンクリートの歪分布の乱れは、実際には可成り狭い範囲で局部的に分散・吸収され、平面保持が回復する」と云う事実が見逃されており、結果として「コンクリートの引張り応力分担を過小に見積る可能性がある」ことを、指摘することができる。

③本報告で用いた一簡略化手法： 前項①、②で概観したように、平面保持の仮定に立脚する限り、何等かの近似的な方法を導入せざるを得ないことは

明らかである。本報告では、前記の矛盾に対処するために、1)亀裂近傍の引張り側コンクリート部分のある領域内の曲率を、圧縮側のそれより逡減して表示するものとし、2)その領域と、亀裂部位からの距離に応じて異なる曲率逡減の程度は、亀裂位置の圧縮分担応力を外荷重と見做した、無筋梁の断面応力状態を参考にして評価する、と云う簡略化手法を採用することとした。

図-5は、上記の目的を達成するために図-3の(b)を参照して、「引張り側コンクリートの曲率逡減領域が、亀裂深さ $e_{cr}$ の違いによってどのように変化するか」を2次元有限要素法を用いて調べたものである。即ち、この図は、十分に長い無筋梁の亀裂位置を想定した梁先端部 A-A断面に、コンクリートの圧縮分担応力に相当する三角形の外荷重(0点回りのモーメント $M_0$ が一定になるように)を作用させたときの、三種の亀裂深さ・梁文比( $e_{cr}/t=0.8, 0.7, 0.6$ )に対する A-A断面近傍の応力状態の線形解析結果を掲げたものである。同図中には又、これらを歪分布として読み換え、更にこの歪を、圧縮側と引張り側とに分離して直線でシミュレートした(厳密には容認し難いが、大局的には問題の本質を損なうものではないことは明らかである)場合の近似値をも破線で併記した。また図-7は、図-5の各シミュレート値を、図-6に示すような曲率 $\phi_c, \phi_t$ で表わし、これを更に、平面保持の回復の程度を表わす曲率比 $C_\phi=\phi_t/\phi_c$ と、距離比 $\xi/e_{cr}$ の関係を整理し直して表示したものである。この図は、「平面保持の乱れは、亀裂位置から離れるに従って急速に回復し、亀裂深さ $e_c$ に相当する位置( $\xi/e_{cr}=1$ )では、殆ど $\phi_t/\phi_c=1.0$ と見做しうることを示している。本報告では、この関係を図中に破線で記入したシミュレート曲線で表示し、これを用いて亀裂に隣接する要素の引張り側コンクリートの剛性を評価することとした。即ち、亀裂から $\xi$ なる距離にある要素の、引張り側の各コンクリート層 $i$ の剛性係数 $E_{ici}$ を、下式で与える。

$$E_{ici} = E_{co} \cdot C_\phi = E_{co} (\xi / e_{cr})^2 \quad (2)$$

図-8にはまた、先の結果に基づいて設定し、本解析で用いた剛性低下領域を掲げた。

以上に述べた本簡略化手法には、容易に指摘できるように、平面保持の回復に寄与する付着による鉄筋の効果が無視されており、一見容認し難い仮定のように見える。しかしながらこの方法は、引張り部

コンクリートの応力分担を、鉄筋からの付着による応力伝達にのみ求める前述の佐藤らの仮定と対称をなすものであり、簡略化の程度と云う意味では、両者は同列に位置すると見做し得るものである。また明らかに、著者の仮定は低配筋の梁に有利であり、佐藤らのそれは高配筋の梁の解析に適する仮定である、と云うこともできよう。更に一つ付言するなら、「引張り側コンクリートの応力分担が、梁全体の剛性を評価する際に重要となるのは、低配筋の場合であり、高配筋になると引張り剛性の大部分が鉄筋に依存することになるので、その重要性は相対的に低下する」と云う事実を指摘することもできる。

### 3 実験並びに既往の解析法との比較とその考察

#### (1) 林等の片持梁の実験結果との比較

前章で展開した本非線形解析法の妥当性を検討するため、既往の実験結果<sup>8</sup>との比較を行ない、若干の考察を試みる。

図-9に、ここで解析の対象とした林らの片持梁の概要と材料性状を示す。自由端近くに集中荷重を受けるこの梁の鉄筋は、上下とも梁先端と拘束端（図の中央の厚肉部）から7.5cmの位置で完全に定着されており、又、梁下側のコンクリート部分には、拘束端とそれから20cm離れた位置に、それぞれPre-crackを想定した絶縁用の鋼板（厚さ0.5mm）が、下端筋下面まで挿入されている。図-10には、計算に用いた仮定 $\tau$ - $S$ 関係を掲げたが、この仮定値は、亀裂近傍の付着劣化をも考慮して、林ら自身が実験結果に基づいて設定した $\tau$ - $S$ 関係そのままであり、比較のため後に掲げる林ら自身の解との整合性をとるため、前報<sup>1</sup>3-2の(2)で述べた本報の付着応力減領域を、敢て設定しなかったものである。またここでは、二箇所のPrecrack位置に亀裂要素（要素長 $=0.1\text{mm}$ ）を挿入した図-11に示すような分割形状を用い、この梁を「拘束部では、コンクリート断面が無限度であり、鉄筋の抜け出しのみが生ずる」とものとして計算を行なった。尚、この実験結果は、本解析法を用いて計算する際に必要となる諸材料定数が明記されたものとしては、著者が見いだし得た唯一の例である。

図-12は、林らの実験と解析値、及び著者らの計算値を、載荷点の荷重-撓み曲線で比較したもので、図-13は、荷重  $P=7\text{ t}$  の時点を取り、この梁の材軸に沿う下端筋の鉄筋応力と付着応力の分布曲線

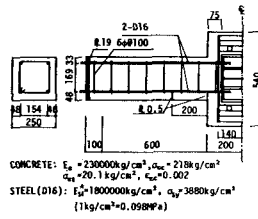


図9 林等の片持ち梁の概要

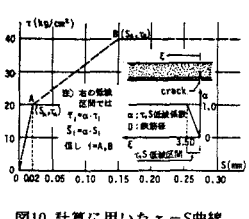


図10 計算に用いた $\tau$ - $S$ 曲線

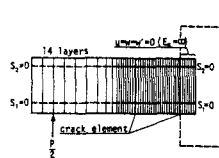


図11 要素分割と拘束条件

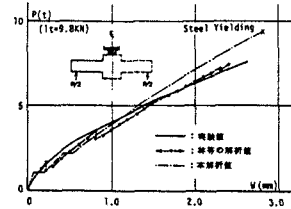
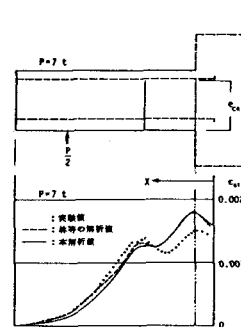
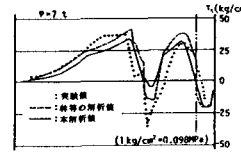


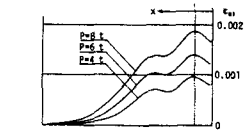
図12 載荷点の荷重-変位曲線の比較



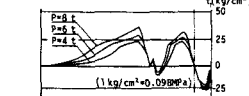
(a) 引張り側鉄筋の応力



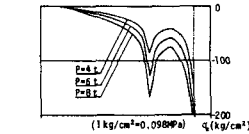
(b) 引張り側鉄筋に沿う付着応力  
図13  $P=7\text{ t}$  の時点の鉄筋応力と付着応力分布



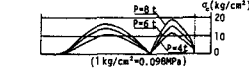
(a) 引張り側鉄筋の応力分布



(b) 引張り側鉄筋に沿う付着応力



(c) 圧縮側コンクリートの縁応力



(d) 引張り側コンクリートの縁応力

図14 各応力分布曲線の推移

に対する先の三者の値を、それぞれ対比して図示したものである。これらの図によれば、著者の解は、同図中に併記した林らの解と比べると、その精度は幾分劣っているものの、実験曲線の全体的な傾向を可成り良く表現している。この結果は、「林らの解が、実験時の亀裂パターンを模した要素分割を用い、現時点ではこの種の問題を最も実際に近い状態で追跡することが可能とされている二次元有限要素解析によって得られた解析結果である」ことを考えると、十分に満足し得るものであり、本非線形解析手法の妥当性を伺い知ることができる。図-14には参考のため、三段階の荷重を対象として、本解析法による

下端筋の鉄筋応力と付着応力、および、梁上・下面のコンクリートの縁応力分布曲線の推移状況を例示して掲げた。図中のコンクリートの計算縁応力分布が、実際の曲線にどの程度近似するかは不明であるが、少なくとも、その形状が“それらしい形”をしていることだけは確かなようである。

## (2) 完全付着の梁理論に基づく既往の解との比較

R C 梁・柱部材の有力な材料非線形解析法として、完全付着の仮定に立脚し、“tension stiffening effect”の

概念に基づく Fiber要素による有限要素解析法があることは、周知の通りである。

この方法は、計算上の取り扱いが比較的容易で、尚且つ実際の部材の変形挙動を可成りよく追跡することが可能なため、長期変形を含めた各種 R C フレーム構造の問題に多用されている。ここでは、図-9の林らの片持ち梁を再び取り挙げ、亀裂領域のコンクリートの“tension stiffening effect”による引張り応力分担を、歪に逆比例させて減減していく既往の有限要素解<sup>9</sup>（以下、「完全付着の Fiber要素解」と略記）と、本解析値の比較を中心にして若干の検討・考察を行なってみる。図-15は、完全付着の Fiber要素解、本解析値、および実験値を、載荷点の荷重-変位曲線で比較したものである。

この例では、完全付着の Fiber要素解は、片持ち梁の剛性を可成り過大に評価しており、既往の研究で報告されている単純支持梁の実験値との良好な近似結果とは、掛け離れた傾向を示している。この原因の一つとして、完全付着の解では、片持ち梁の拘束端からの鉄筋の抜け出しを考慮し得ないことが挙げ

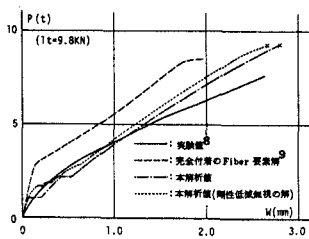
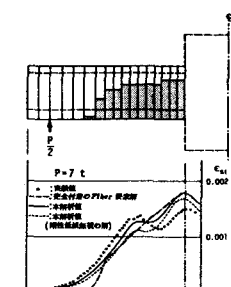
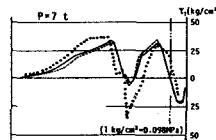


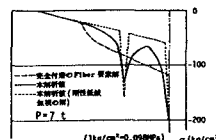
図15 載荷点の荷重-変位曲線の比較



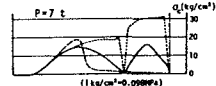
(a) 引張り側鉄筋の応力分布



(b) 引張り側鉄筋に沿う付着応力



(c) 圧縮側コンクリートの縁応力



(d) 引張り側コンクリートの縁応力

図16 P=7tの時点の各応力分布曲線の比較

られる。図-16にはまた、荷重  $P=7t$  のときの、下端鉄筋の歪と梁上・下面の縁応力の各分布を、それぞれの値と比較して掲げた。これらの図の結果も、完全付着の Fiber要素解では、鉄筋の歪分布は兎も角、梁上・下面のコンクリートの縁応力状態は、考え得る実際の分布とは程遠い形状となることを示している。

また、ここまでの考察では、論点が不明確になるのを避けるため、殊更に触れなかったが、上の両図には、本解析法で用いている、亀裂近傍の引張り側コンクリート剛性の簡略化低減法の効果を調べるため、この剛性低減の処置を行なわなかった場合の本解析値（図中に剛性低減無視の解と明記）をも併記した。これらの解析結果は明らかに、本解析法で用いた“亀裂近傍の引張り側コンクリート剛性の簡略化低減法の有効性”を傍証している。

## 4 まとめ

本報告では、コンクリート断面に平面保持を仮定し、補強筋に付着滑りを考慮した場合の R C 梁の、材料非線形解析法について論じた。

亀裂発生後の梁の変形挙動を、より実際に近い形で追跡することを意図して、亀裂近傍の引張り側コンクリートの剛性を低減するための一簡略化手法を導入した非線形解析法を展開し、林らの片持ち梁の実験、並びに解析結果との比較を行なって、本解析法の妥当性を明らかにした。

## 〔謝 辞〕

貴重な実験結果と解析値を転載させて戴いた福井大学助教授・林 静雄博士と東京工業大学教授・黒正清治博士に、深甚なる謝意を表します。

## 〔参考文献〕

- 1) 上田・土橋：補強筋の滑りを考慮した R C 梁部材の曲げについて、土木学会北海道支部論文報告集、第41号、1985-2
- 2) 六車・森田・富田：曲げひびわれを生じた鉄筋コンクリートはり材の応力状態と変形に関する研究、建築学会論文報告集、第200号、1972-10
- 3) 原ほか：R C 部材の長期たわみに関する解析的研究、竹中技術研究報告、第15号、1976-3
- 4) Tassios, T.P., Yannopoulos, P.J.: Analytical studies on reinforced concrete members under cyclic loading based on bond stress-slip relationship, J. of ACI, V.78, 1981-6
- 5) Sato, R., Aoyagi, Y.: Studies on deformation and crack of reinforced concrete flexural members under low temperature, Proc. of JSCE, No.329, 1983-2
- 6) 松浦・山本：鉄筋コンクリート梁・柱部材の非線形及び時間依存性挙動、建築学会論文報告集第322号、1982-12
- 7) 黒正・和田・坂田：鉄筋コンクリート部材の付着を考慮した曲げ弾塑性解析、建築学会大会学術講演会梗概集、1983-10
- 8) 林・古田・黒正：ひびわれ近傍における異形鉄筋とコンクリートの付着性状に関する実験研究、建築学会論文報告集第348号、1985-2
- 9) 和田、上田、土橋：ひびわれ後のコンクリートの引張り剛性を考慮した R C 部材の短期材料非線形解析、建築学会北海道支部研究報告集、No.57、1984、3