

V—10 連結合成桁のクリープ・乾燥収縮に関する一考察

ドービー建設工業(株) 正員 石黒 如
 ドービー建設工業(株) 徳丸 晋
 北海道大学 正員 角田与史雄

1. まえがき

PC連結合成桁およびPC連続合成桁は走行性・経済性にすぐれているため、これまで多くの橋梁に採用されてきた。しかし、そこに発生するクリープ・乾燥収縮による2次断面力については、現在の道路橋示方書においても、なお、設計上不明確な点が多く残されている。その主なものを挙げれば次の通りである。

- 1) 合成断面の材令差・応力差(打継面の拘束)、不静定構造としてのクリープの移行量(連結部の拘束)およびプレストレスの減少の間の相互の影響を考慮していない。
- 2) 主桁コンクリートと床版コンクリートのクリープ特性の違いを考慮していない。
- 3) 遅れ弾性の影響を考慮していない。
- 4) 床版自重は合成断面形成前の主桁断面に作用するにもかかわらず合成後荷重として扱っている。
- 5) 不静定構造としてのクリープの移行量(連結部の拘束)の計算に主桁PC換算断面の断面性能を用い、また、プレストレス力の偏心としては主桁純断面図心に対する値を用いるのが一般的になっている。
- 6) 同じく、移行量の計算に用いるクリープ係数の求め方が明確でない。

そこで、連結合成桁の2次断面力を、道路橋示方書による解法およびその原形であるMattockの解法によって求め、段階的積分法による厳密解と比較した上で、上記の点に関する若干の修正を試みる。

2. 計算方法

A) 道路橋示方書による解法1(一般的な解法)

$$N_{\varphi} = -\frac{K'}{C^2 - BF} [P \{B(y_1' e_1 - r_1^2) - C e_1\} + M_{d1}(C - B y_1')] - \frac{K}{C^2 - BF} M_{d2}(C - B y_1') ,$$

$$M_{\varphi} = -\frac{K'}{BF - C^2} [P \{C(y_1' e_1 - r_1^2) - F e_1\} + M_{d1}(F - C y_1')] - \frac{K}{BF - C^2} M_{d2}(F - C y_1') ,$$

$$N_s = \epsilon_s E_s I_s \frac{B}{BF - C^2} \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}} , \quad M_s = \epsilon_s E_s I_s \frac{C}{C^2 - BF} \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}}$$

$$X_{\varphi} = (X'_{d1} + X'_{d2} + X'_p + X'_p + X'_s)(1 - e^{-\bar{\varphi}})$$

B) 道路橋示方書による解法2(参考値)

N_{φ} , M_{φ} , N_s , M_s , についてはA)と同じ。

$$X_{\varphi} = (X_{d1} + X_{d2} + X_p + \frac{X_s}{\varphi})(1 - e^{-\bar{\varphi}})$$

C) Mattockの解法1(クリープ速度法)

$$N_{\varphi} = (N_{d0} + N_{p0})(1 - e^{-\varphi t}) , \quad M_{\varphi} = (M_{d0} + M_{p0})(1 - e^{-\varphi t}) , \quad N_s = N_{s0} \frac{1 - e^{-\varphi t}}{\varphi_t} , \quad M_s = M_{s0} \frac{1 - e^{-\varphi t}}{\varphi_t}$$

$$X_{\varphi} = (X_d + X_p + \frac{X_s}{\varphi_t})(1 - e^{-\varphi t})$$

D) Mattockの解法2(有効弾性係数法)

$$N_{\varphi} = (N_{d0} + N_{p0}) \frac{\varphi_t}{1 + \varphi_t} , \quad M_{\varphi} = (M_{d0} + M_{p0}) \frac{\varphi_t}{1 + \varphi_t} , \quad N_s = N_{s0} \frac{1}{1 + \varphi_t} , \quad M_s = M_{s0} \frac{1}{1 + \varphi_t}$$

$$X_{\varphi} = (X_d + X_p + \frac{X_s}{\varphi_t}) \frac{\varphi_t}{1 + \varphi_t}$$

E) 段階的積分法による解法 (厳密解)

主桁コンクリート (添字 1)、床版コンクリート (添字 2) および PC 鋼材 (添字 3) の 3 相の合成部材によって構成される不静定構造において、時刻 t から $t + dt$ の間に生じるクリープ・乾燥収縮による 2 次断面力およびプレストレス力の減少量は次式で計算される。ただし、部材 i に着目する。

$$\begin{Bmatrix} dN_{1\varphi i} \\ dM_{1\varphi i} \\ dN_{2\varphi i} \\ dM_{2\varphi i} \\ dN_{3\varphi i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dN_{1\varphi i}^a \\ dM_{1\varphi i}^a \\ dN_{2\varphi i}^a \\ dM_{2\varphi i}^a \\ dN_{3\varphi i}^a \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \alpha_{1i} & \beta_{1i} \\ 0 & r_{1i} \\ \alpha_{2i} & \beta_{2i} \\ 0 & r_{2i} \\ \alpha_{3i} & \beta_{3i} \end{Bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} dN_{\varphi i}^0 \\ dM_{\varphi i}^0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} dN_{\varphi i}^1 \\ dM_{\varphi i}^1 \end{Bmatrix} \right)$$

これを数値積分すれば必要な 2 次断面力が求まる。ただし、右辺の各項は次式で計算する。

$$\begin{Bmatrix} dN_{1\varphi i}^a \\ dM_{1\varphi i}^a \\ dN_{2\varphi i}^a \\ dM_{2\varphi i}^a \\ dN_{3\varphi i}^a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -N_{1i} d\varphi_{1i} + A_{1i} E_{1i} \epsilon_{1i} \\ -M_{1i} d\varphi_{1i} \\ -N_{2i} d\varphi_{2i} + A_{2i} E_{2i} \epsilon_{2i} \\ -M_{2i} d\varphi_{2i} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{固定端力の増分})$$

$$\begin{Bmatrix} dN_{\varphi i}^0 \\ dM_{\varphi i}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ u_1 - u & -1 & u_2 - u & -1 & u_3 - u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dN_{1\varphi i}^a \\ dM_{1\varphi i}^a \\ dN_{2\varphi i}^a \\ dM_{2\varphi i}^a \\ dN_{3\varphi i}^a \end{Bmatrix} \quad (\text{等価節点力の増分})$$

$$\begin{Bmatrix} dN_{\varphi i}^1 \\ dM_{\varphi i}^1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta_{\varphi i} \\ d\theta_{\varphi i} \end{Bmatrix} \quad (\text{不静定力の増分})$$

3. 記号の説明

$$B = 1 + m, \quad C = y_1' - m y_2, \quad F = y_1'^2 + r_1^2 + m (y_2^2 + r_2^2)$$

$$m = \frac{E_2 I_1}{E_1 I_2}, \quad r_1^2 = \frac{I_1}{A_1}, \quad r_2^2 = \frac{I_2}{A_2}, \quad K' = \frac{\varphi_t}{1 + \varphi_{\infty}}, \quad K = \frac{\varphi_{\infty}}{1 + \varphi_{\infty}}, \quad n = \frac{E_2}{E_1}, \quad n' = \frac{E_3}{E_1}$$

$$\alpha_{1i} = \frac{A_{1i}}{A_i}, \quad \beta_{1i} = \frac{A_{1i} (u_{1i} - u_i)}{I_i}, \quad r_{1i} = \frac{I_{1i}}{I_i}$$

$$\alpha_{2i} = \frac{n A_{2i}}{A_i}, \quad \beta_{2i} = \frac{n A_{2i} (u_{2i} - u_i)}{I_i}, \quad r_{2i} = \frac{n I_{2i}}{I_i}$$

$$\alpha_{3i} = \frac{n' A_{3i}}{A_i}, \quad \beta_{3i} = \frac{n' A_{3i} (u_{3i} - u_i)}{I_i}$$

1 (添字) : 主桁を示す。

2 (添字) : 床版を示す。

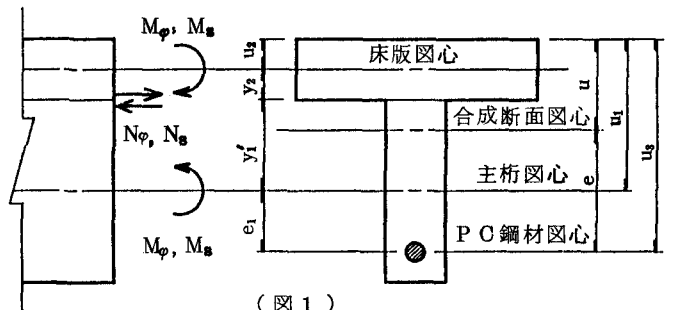
3 (添字) : PC 鋼材を示す。

i (添字) : 部材番号を示す。

d (添字) : 死荷重を示す。

p (添字) : プレストレス力を示す。

φ (添字) : クリープを示す。

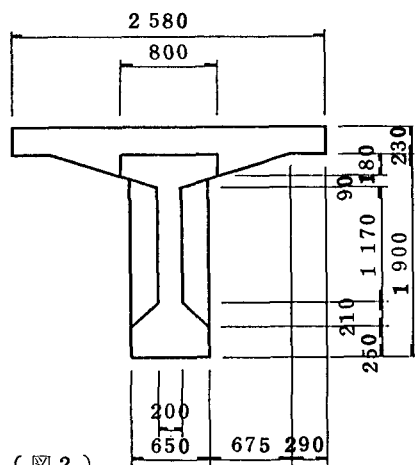


(図 1)

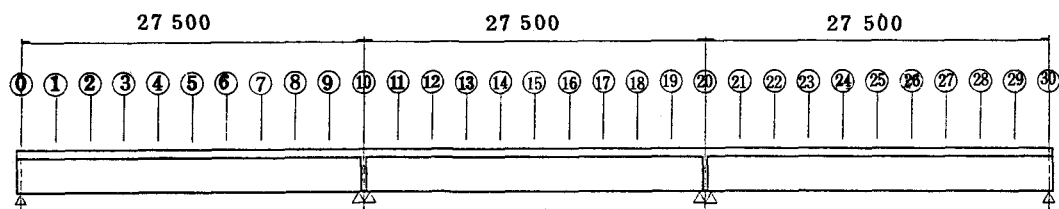
- s (添字) : 乾燥収縮を示す。
- M_{d1}, M_{d2} : 死荷重による曲げモーメント
- P : 床版打設時のプレストレス力。
- N_{d0}, M_{d0} : 死荷重によって打継面に生じる弾性拘束力。
- N_{p0}, M_{p0} : プレストレス力によって打継面に生じる弾性拘束力。
- N_{s0}, M_{s0} : 乾燥収縮によって打継面に生じる弾性拘束力。
- $X'_{d1}, X'_{d2}, X'_p, X'_s$: 不静定力(主桁断面)。
- $X_{d1}, X_{d2}, X_d, X_p, X_s$: 不静定力(合成断面)。
- A_1, I_1, E_1 : 主桁断面の諸元。
- A_2, I_2, E_2 : 床版断面の諸元。
- A_3, E_3 : PC鋼材の諸元。
- A, I, E : 合成断面の諸元。
- φ_{∞} : プレストレス導入後の主桁のクリープ係数。
- φ_t : 床版打設後の主桁のクリープ係数。
- $\bar{\varphi}$: 床版打設後の主桁と床版のクリープ係数の平均値。
- $d\varphi_1, d\varphi_2$: dt 間のクリープ係数の増分。
- ϵ_s : 床版打設時の主桁と床版の乾燥収縮度の差。
- $d\epsilon_1, d\epsilon_2$: dt 間の乾燥収縮度の増分。

4. 計算例

- 構造形式 : PC 3 径間連結合成桁
- 橋 格 : 1 等橋 (TT-43, TL-20)
- 支 間 : 3 @ 27.500 m
- 幅員構成 : 6.750 m (車道)
- 平面線形 : 直線
- 斜 角 : 90°
- 材 料 : 主桁コンクリート $\sigma_{ck} = 400 \text{ Kg/cm}^2$
 床版コンクリート $\sigma_{ck} = 240 \text{ Kg/cm}^2$
 横桁コンクリート $\sigma_{ck} = 350 \text{ Kg/cm}^2$
 主桁 PC 鋼材 12φ124 mm
- 工 程 : 主桁コンクリート打設 (t = 0)
 主桁プレストレス導入 (4日後)
 床版コンクリート打設 (90日後)
 中間支点横桁コンクリート打設 (同上)



(図 2)

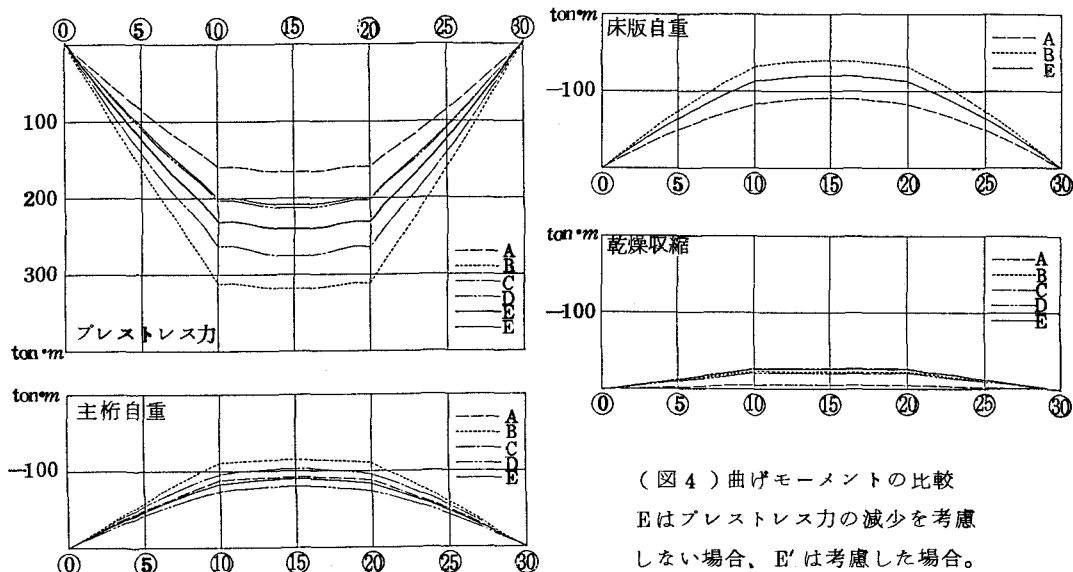


(図 3)

尚、以下の計算結果の比較では、E)の方法で求めた値を厳密解とするが、次の点については考慮してい

ない。

- 1) 主桁同志の材令の差、および、床版打設時期と中間支点横桁打設時期の違い。
- 2) 中間支点上で主桁端面の間にはさまれる横桁コンクリート、および、そこに生じるひび割れ。
- 3) 横方向への応力の伝達。
- 4) 鉄筋の拘束、および、主桁と床版の鉄筋比の違い。
- 5) コンクリートの弾性係数の変化、および、P C 鋼材のレラクセーション。



		ク リ ー プ			乾燥収縮
		プレストレス	主桁自重	床版自重	
A	打継面の拘束	3.832	-3.987	-8.315	0.603
	連結部の拘束	83.918	-55.861	-66.322	
	クリープ差	-2.955	11.862	24.866	-3.108
	合 計	84.796	-47.986	-49.771	-2.505
	(A) / (E)	0.795	1.008	0.774	0.199
B	打継面の拘束	3.832	-3.987	-8.315	0.603
	連結部の拘束	157.292	-55.436	-65.807	-11.884
	合 計	161.124	-59.423	-74.122	-11.281
	(B) / (E)	1.511	1.248	1.153	0.895
	マットック1	7.135	-7.424		1.123
C	打継面の拘束	133.910	-47.840		-14.226
	連結部の拘束	141.046	-55.264		-13.103
	合 計	1.323	1.161		1.039
	(C) / (E)				
	マットック2	5.525	-5.748		0.870
D	打継面の拘束	103.682	-37.041		-11.014
	連結部の拘束	109.206	-42.789		-10.145
	合 計	1.024	0.899		0.804
	(D) / (E)				
	マットック2	123.085	-47.606	-64.283	-12.611
E	減少量を無視	(-9.397)	(0.781)	(1.155)	(-9.021)
	(減少量)				
	減少量を考慮	106.603			

(表1) 側径間中央⑤の曲げモーメント

		ク リ ー プ			乾燥収縮
		プレストレス	主桁自重	床版自重	
A	打継面の拘束	-2.614	0.0	0.0	0.801
	連結部の拘束	167.938	-111.789	-132.724	
	クリープ差	-5.913	23.738	49.761	-6.220
	合 計	159.411	-88.051	-82.963	-5.418
	(A) / (E)	0.795	1.059	0.738	0.209
B	打継面の拘束	-2.614	0.0	0.0	0.801
	連結部の拘束	314.774	-110.939	-131.694	-23.783
	合 計	312.159	-110.939	-131.694	-22.982
	(B) / (E)	1.556	1.334	1.172	0.885
	マットック1	-4.868	0.0		1.492
C	打継面の拘束	267.982	-95.738		-28.469
	連結部の拘束	263.114	-95.738		-26.977
	合 計	1.312	1.151		1.039
	(C) / (E)				
	マットック1	-3.769	0.0		1.155
D	打継面の拘束	207.489	-74.127		-22.042
	連結部の拘束	203.720	-74.127		-20.887
	合 計	1.016	0.891		0.805
	(D) / (E)				
	マットック2	230.943	-83.170	-112.398	-25.962
E	減少量を無視	(-16.909)	(1.398)	(2.067)	(-16.937)
	(減少量)				
	減少量を考慮	200.562			

(表2) 中間支点⑩の曲げモーメント

ここで、A) および B) はともに道路橋示方書による解法であるが、連結部の拘束の計算に合成断面を用いている点で B) の方がより合理的である。そこで B) を次のように修正して計算結果を比較してみる。

F) 道路橋示方書による解法3 (修正型)

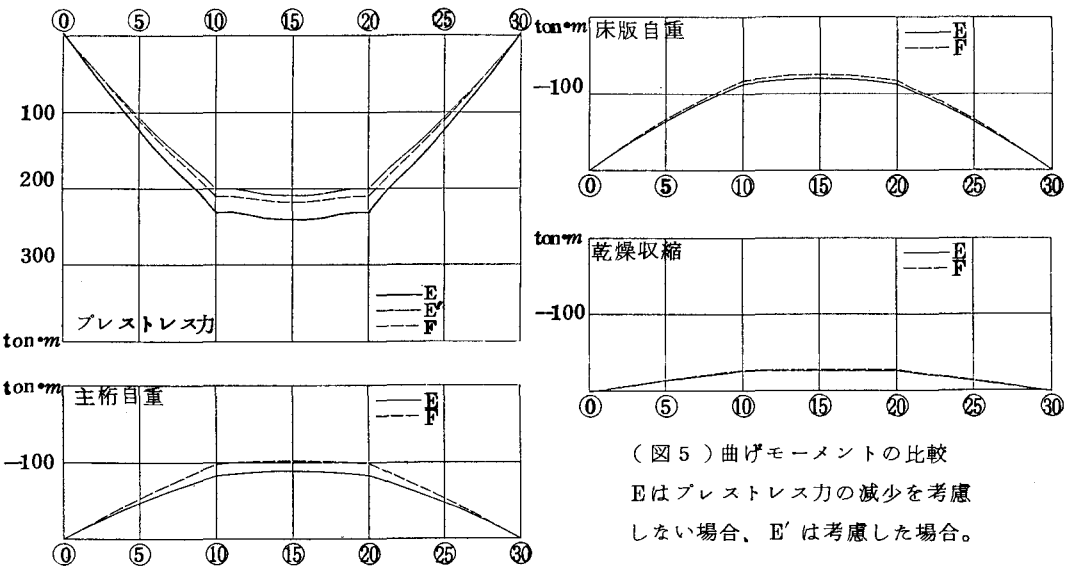
$$N_{\varphi} = -\frac{K'}{C^2 - BF} [P \{ B(y_1' e_1 - r_1^2) - C e_1 \} + M_{d1} (C - B y_1')] - \frac{K}{C^2 - BF} M_{d2} (C - B y_1')$$

$$M_{\varphi} = -\frac{K'}{BF - C^2} [P \{ C(y_1' e_1 - r_1^2) - F e_1 \} + M_{d1} (F - C y_1')] - \frac{K}{BF - C^2} M_{d2} (F - C y_1')$$

$$N_s = \epsilon_s E_1 I_1 \frac{B}{BF - C^2} \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}}, \quad M_s = \epsilon_s E_1 I_1 \frac{C}{C^2 - BF} \frac{1}{1 + \varphi_{\infty}}$$

$$X_{\varphi} = (X_{d1} + X_{d2} + \bar{X}_p + \frac{X_s}{\varphi_t}) (1 - e^{-\varphi t})$$

ただし、 $\bar{X}_p = P \frac{e_1 + e}{2}$



(図5) 曲げモーメントの比較
Eはプレストレス力の減少を考慮
しない場合、E'は考慮した場合。

		ク リ ー プ			
		プレストレス	主桁自重	床版自重	乾燥収縮
E	減少量を無視	123.085	-47.606	-64.283	-12.611
	(減少量)	(-9.397)	(0.781)	(1.155)	(-9.021)
	減少量を考慮	106.603			
F	打継面の拘束	3.832	-3.987	-8.315	0.603
	連絡部の拘束	106.493	-49.111	-58.299	-14.288
	合 計	110.325	-53.098	-66.614	-13.685
3	(F) / (E)	1.035	1.115	1.036	1.085

(表3) 側径間中央⑤の曲げモーメント

		ク リ ー プ			
		プレストレス	主桁自重	床版自重	乾燥収縮
E	減少量を無視	230.943	-83.170	-112.398	-25.962
	(減少量)	(-16.909)	(1.398)	(2.067)	(-16.937)
	減少量を考慮	200.562			
F	打継面の拘束	-2.614	0.0	0.0	0.801
	連絡部の拘束	213.115	-98.281	-116.669	-28.594
	合 計	210.500	-98.281	-116.669	-27.792
3	(F) / (E)	1.050	1.182	1.038	1.070

(表4) 中間支点⑩の曲げモーメント

5. ま と め

1) 打継面の拘束 M_{φ} 、 N_{φ} を計算する際に、床版自重は主桁断面に作用するのであるから、床版打設までの主桁コンクリートのフローの終了分を考慮して M_{d2} の係数には、本来、 φ_t 即ち K' を用いるべきであると考えられる。しかし、表1～4を見てもわかるように、その違いが2次断面力全体に与える影響は小さいので、あまり問題にならない。

- 2) 連結部の拘束 $X\phi$ を計算する際に、理論的には、合成断面の断面性能および主桁と床版のクリープ係数の平均値を用いるべきであると考えられる。しかし、B) の計算結果からもわかるように、打継面の拘束と連結部の拘束を別個に計算するため、この方法で求めた2次断面力は著しく大きな値となる。そこで、クリープ係数については平均値を用いずに、主桁のクリープ係数 ϕ_t を用いた方が妥当な結果が得られる。
- 3) プレストレス力に対する連結部の拘束を計算する際には、クリープが進行するにつれて応力が主桁から無応力状態の床版に徐々に移行するため、偏心のとり方が問題となる。これについては、図4および図5からわかるように、主桁断面図心に対する e_1 と合成断面図心に対する e の平均値を用いれば、妥当な結果が得られる。

6. 参 考 文 献

- 1) 道路橋示方書・同解説(I)、Ⅲ、日本道路協会、1978
- 2) 設計要領第2集、日本道路公団、1980
- 3) 構造物標準設計図集Ⅲ(P C 橋編)、日本道路公団、1984
- 4) P C ポストテンション合成桁橋の連結構造に関する調査研究報告書、高速道路調査会、1972
- 5) P C 合成桁の実験と理論解析、高速道路調査会、1960
- 6) P C 連結桁設計基準(案)に関する研究報告書、阪神高速道路公団、1977
- 7) Mattock, A. H. : Precast-Prestressed Concrete Bridges, 5. Creep and Shrinkage Studies, Journal of PCA Research and Development Laboratories, May, 1961
- 8) 彦坂 熙 : P C 連続合成桁のクリープおよび収縮応力解析、プレストレストコンクリート、June, 1973
- 9) 大浜 文彦；小林 和夫：プレキャストコンクリート連続合成ばりの力学的挙動に関する研究、土木学会論文報告集、1972、10
- 10) Neville, A. M.: Creep of Concrete - Plain, Reinforced and Prestressed, North-Holland Publishing Company-Amsterdam, 1970
- 11) Sawko, F ; 岡田 清(訳)；小林 和夫(訳)：プレストレストコンクリート、鹿島出版会、1982
- 12) Rüsch, H ; Jungwirth, D ; 百島 祐信(訳)：コンクリートのクリープと乾燥収縮、鹿島出版会、1976