

II—18 流砂と流れの相互干渉に関する研究

北海道大学工学部 正 員 森 明 巨
 北海道大学工学部 正 員 岸 力
 北海道大学工学部 学生員 山 本 徹
 北海道大学工学部 学生員 〇佐々木 浩 敏

はじめに

流砂現象は、河床粒子、移動粒子および河床付近の流れの間の相互干渉の場であるが、その構造の測定が極めて困難であることが流砂問題の解明を阻んでいる。著者ら(1)は、この様な流砂の場のメカニズムを解明するために、まず、1つの流砂モデルを構築した。このモデルには重要な仮定が含まれているが、これは、流砂の場を閉じた系として明確な考えを持たなければ、実験の方針を適切に定められないと考えたからである。この仮定は、「河床を離脱した砂粒は、ある高さ h_s (h_s はサルテーション層の厚さ)に達すると浮遊運動をする」というものである。

著者ら(2)、(3)は、高速度カメラで単一粒子の軌跡を撮影、解析してこの仮定の妥当性を確かめたが、いくつかの修正すべき点も明らかになった。主要なものは次の2点である。

1) 落下砂粒が河床粒子と衝突したときの反発係数 e を0.6としたが、河床に $e \sim 0$ の鉛玉を敷いた実験では粒子のサルテーション運動が継続したことと、移動床では e は0に近いであろうことを考慮して $e = 0$ とする。

2) $h_s = h_L + d$ (h_L : 衝突による粒子の跳躍高、 d : 粒子の直径)とし、 h_L (理論値) $\ll d$ であることから $h_s = d$ とした。実際の粒子の跳躍高は d より大きい、これは揚圧力を含めて乱れなどにより上昇するものと考え、浮遊状態と見なした。しかし、前述の粒子軌跡の解析結果によれば、衝突直後に粒子は強い上向きの力を受けて上昇するが、この段階では、まだ下流方向に無視できない流体力を受けており、浮遊状態とするのは適切でないことがわかった。

本研究では、前理論に以上の点を修正して理論を再構築して、実験による検証を行った。

1. 理論

このモデルでは、まず運動粒子の衝突機構を与えなければならないが、これについては前報において $e = 0$ とするのみであるのでここでは省略して、サルテーション層の理論について述べる。著者らが考える流砂と流れの相互作用は要約すると、「流砂は間欠的に河床に衝突し、運動量の一部、又は全部を失うが再び流体から運動量を補給され、運動を継続する。一方、河床付近の流れは、移動粒子に与えた運動量の一部を上層の流体から補給され、移動粒子と流れとの間の運動量平衡の上に流砂運動が維持される。」というものである。

1.1 サルテーション層(SL)の厚さ

サルテーション層(SL)の厚さ h_L を求めるために、サルテーション粒子の軌跡の解析を行う。砂粒の x 方向(流下方向)及び y 方向(鉛直方向)の運動方程式をそれぞれ(1)、(2)式で与える。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho_s + \frac{\rho}{2} \right) \frac{du_d}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D q_d (u_s - u_d) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{6} d^3 \left(\rho_s + \frac{\rho}{2} \right) \frac{dw_d}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} d^2 C_D q_d w_d - \frac{\pi}{6} d^3 \rho_s g + C_L \frac{\pi}{4} \rho u_s^2 d^2 \quad (2)$$

ここに、 u_d 、 w_d : 砂粒の速度 q_d : 流れと砂粒の間の相対速度差 C_L : 揚力係数 C_D は抗力係

数で (3) 式で与える。

$$C_D = C_{D0} / \sqrt{Re} \quad Re = ud/\nu \quad C_{D0} = 15$$

q_d を $q_d = U_s - U_d$ (U_s : SLの平均流速) で近似し

$$\left. \begin{aligned} \Delta \tilde{u} &= 1 - \frac{u_d}{u_s} & \tilde{w}_d &= \frac{w_d}{u_s} \\ t_* &= \frac{u_s}{e_0 d} t & K &= e_0 \frac{S q_d d}{u_s^2} \\ g_d &= \left(1 - \frac{3}{2} \frac{u_d^2}{S q_d}\right) g & e_0 &= \frac{4}{3} \frac{S+1.5}{C_{\infty}} \sqrt{Re} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

なる無次元量を導入して (1)、(2) 式を書き換えると

$$\frac{d\Delta \tilde{u}}{dt_*} = -\Delta \tilde{u}^{1.5} \quad (4)$$

$$\frac{d\tilde{w}_d}{dt_*} = -\sqrt{\Delta \tilde{u}} \tilde{w}_d - K \quad (5)$$

となる。初期条件 $t_* = 0$ のとき $\Delta \tilde{u} = \Delta \tilde{u}_1$ 、 $\tilde{w}_d = \tilde{w}_1$ で (4)、(5) 式を解くと

$$\sqrt{\Delta \tilde{u}} = \frac{\sqrt{\Delta \tilde{u}_1}}{1 + 0.5 \sqrt{\Delta \tilde{u}_1} t_*} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{w}_d &= \frac{P}{\Delta \tilde{u}_1} \tilde{u} - \frac{K}{1.5 \sqrt{\Delta \tilde{u}}} \\ P &= \tilde{w}_1 + \frac{K}{1.5 \sqrt{\Delta \tilde{u}_1}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7) 式を t_* で積分すると砂粒の無次元上昇高 η_d は

$$\eta_d = \int_0^{t_*} \tilde{w}_d dt_* = P \frac{\sqrt{\Delta \tilde{u}}}{\sqrt{\Delta \tilde{u}_1}} t_* - \frac{K}{1.5} \left(1 + \frac{\sqrt{\Delta \tilde{u}}}{4} t_*\right) \frac{t_*}{\sqrt{\Delta \tilde{u}_1}} \quad (8)$$

となり、(3)、(8) 式から

$$\frac{h}{d} = e_0 \eta_d(t_*) \quad (9)$$

h_L は、揚圧力の働く無次元上昇高 h_1 揚圧力が消滅した後の無次元上昇高 h_2 とで与えられる。揚圧力の働く時間 t_{*1} を

$$t_{*1} = \frac{CT}{e_0} \quad (10)$$

で与えた。

ここに CT : 時間係数 (=1)

これを (9) 式に代入して h_1 とする。更に、 $C_L = 0$ として、粒子が最高点に達するのに要する時間 t_{*2} を求めると、(7) 式において $w_d = 0$ において

$$t_{*2} = \frac{(1.5 P \sqrt{\Delta \tilde{u}_1} / K)^{\frac{1}{2}} - 1}{0.5 \sqrt{\Delta \tilde{u}_1}} \quad (11)$$

これを (9) 式に代入して h_2 が求まる。無次元全上昇時間 $t_{*12} = t_{*1} + t_{*2}$ とおく。

1. 2 サルテーショ ン粒子が流れに及ぼす効果

流れに作用する力 単位面積当たり N 個のサルテーショ ン粒子が one step する間に、流れに及ぼす単位面積当たりの力 F は

$$F = P_s C_b \frac{u_2 - (1 - P_s) u_1}{T} \phi(\eta) \quad (12)$$

ここに ϕ : Fの分布形 $\phi = 3/2 * (1 - \eta)$ $\eta = y/h_s$ P_d : 落下粒子が河床粒子に衝突後停止する確率、
 C_b : サルテーショ ン粒子の濃度 $= NV_d / h_s$ 、 V_d : 粒子の容積
 粒子の運動において上昇部と下降部をつないでサルテーショ ン運動のone stepとする。両者の間は浮遊運動と考える。

$$\left. \begin{aligned} T &= t_1 + t_2 \\ t_1 &= e_0 \frac{d}{U_s} t_{*12} \quad t_2 = \frac{h_s}{w_2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

下降部におけるサルテーショ ン粒子の速度 u_2 、 w_2 を

$$u_2 = u_s \quad w_2 = w_s \quad (14)$$

と仮定する。

SLにおける渦動粘性係数 ϵ 砂粒の上昇部において、砂粒の平均速度 u_d が u_s より小さいため砂粒の下流側にwakeが生ずる。このwake内での渦動粘性係数 ϵ_m を(15)式で与える

$$\epsilon_m = \kappa \bar{u}_* d \quad (15)$$

ここに κ : カルマン定数 $\bar{u}_* = (u_* + u_{*c})/2$ u_* : 摩擦速度

また、wakeにより乱されていない部分の渦動粘性係数 ϵ_0 を $\epsilon_0 = \kappa \bar{u}_* h_s / 2$ とおき、SLの渦動粘性係数の平均値を(16)式で与える。

$$\bar{\epsilon} = r \epsilon_m + (1-r) \epsilon_0 \quad (16)$$

ここに、 r はwakeの影響が及ぶ面積の割合で

$$r = N(u_s - \bar{u}_d) t_1 \frac{d^2}{h_s} \quad (17)$$

(17)式に $V_d = \pi d^3/6$ 、 $C_b = NV_d/h_s$ を代入すると

$$r = \frac{6}{\pi} C_b \left(1 - \frac{\bar{u}_d}{u_s}\right) e_0 t_{*12} \quad (18)$$

ただし、 $r > 1$ のとき $r = 1$ とする。

u_d は(6)式を積分して

$$\frac{\bar{u}_d}{u_s} = \frac{1}{t_{*12}} \int_0^{t_{*12}} (1 - \Delta \tilde{u}) dt_* = 1 - \sqrt{\Delta \tilde{u}_1} \sqrt{\Delta \tilde{u}_p} \quad (19)$$

で与えられる。

1. 3 サルテーショ ン層の流速

SLの流れの運動方程式を(20)で与える。

$$\rho g I + (1 - C_b) \rho \frac{d}{dy} \left(\epsilon \frac{du}{dy} \right) - F = 0 \quad (20)$$

ここに I : エネルギー勾配、 U : x 方向の流速、 ϵ : 渦動粘性係数、 $\epsilon \approx \text{const} = \bar{\epsilon}$

(12)を(20)に代入して整理すると

$$\epsilon_* \frac{d^2 \phi}{d\eta^2} = Q(1 - \eta^2) - \frac{h_s}{h(1 - C_b)} \quad (21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_* &= \frac{\bar{\varepsilon}}{u_* h_s} & \phi &= \frac{u}{u_*} & a &= \frac{C_A}{C_*} a_0 \\ C_A &= \frac{C_b}{1 - C_b} & a_0 &= \frac{3}{2} \frac{\rho_s}{\rho} A_s^2 \frac{\hat{u}}{U_s/d} \\ A_s &= \frac{U_s}{\sqrt{sgd}} & \hat{u} &= (1 - P_d) \left(1 - \frac{u_*}{U_s}\right) + P_d \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$\eta = 0$ で $\tau_f = \tau_c$ であることより (22) 式を積分すると

$$\varepsilon_* \frac{d\phi}{d\eta} = \frac{\tau_*}{\tau_{on}} = \frac{3}{2} a \left(\eta - \frac{\eta^3}{3} \right) - h_* \eta + \frac{\tau_c}{\tau_*} \quad (23)$$

が得られる。ここに、 $h_* = h_s / (1 - C_b) h$

さらに、 $\eta = 0$ で $\phi = \phi_c = u_c / u_*$ (u_c : 移動限界速度) であることより

$$\varepsilon_* (\phi - \phi_c) = \frac{3}{2} a \left(\frac{\eta^2}{2} - \frac{\eta^4}{12} \right) - \frac{h_*}{2} \eta^2 + \frac{\tau_c}{\tau_*} \eta \quad (24)$$

が得られる。

これを $\eta = 0 \sim 1$ で積分すると

$$\varepsilon_* (\phi_s - \phi_c) = \frac{9}{40} a - \frac{h_*}{6} + \frac{\tau_c}{2\tau_*} \quad (25)$$

となる。

2. 実験

SL 層内の流速を測定するには層厚を大きくしなければならない。このため実験粒子には比重の小さいものを採用した。

実験は、上流から比重 1.17 の粒子を堆積が生じる程度に単位時間当たり一定量 q_s を供給しピトー管により流速分布を測定した。同一条件で清水流の流速分布も測定した。この時、流れはほぼ等流状態であった。

実験条件は、以下に示すとおりである。

	運動粒子		給砂量	容積濃度	流量	水深	勾配	τ_*
	比重	粒径						
CASE1	1.17	0.31	35	0.23	2.3	4.6	1/250	0.22
		(cm)	(cm/sec)		(l/sec)	(cm)		
CASE2	1.17	0.31	32	0.21	1.3	3.0	1/250	0.10

図-1、図-2 は case1, case2, それぞれについて水深と流速の関係を示したものである。実線は流速の理論値であるが、実測値と非常に良く一致している。

表-1 は SL の厚さ h_s 、基準点濃度 C_b 、SL の平均流速 U の case1, case2 の実測値と計算値の比較を示したものである。それによると、大凡のところ妥当な計算値であるといえよう。

	CASE 1				CASE 2		
	h_s	C_b	U		h_s	C_b	U
実測値	1.0	0.23	20.5		1.0	0.21	14.5
	(cm)		(cm/sec)		(cm)		(cm/sec)
理論値	0.58	0.29	17.7		0.58	0.12	15.9

表-1

4. 考察

著者ら(2)(3)は単一運動粒子を高速度カメラで撮影し、スプライン関数を用いてその軌跡を解析した。それによると、落下粒子は河床衝突直後に揚圧力を含んだ強い上向きの力を受けて上昇する。従って、本研究においても粒子の運動方程式に揚圧力の項を設けて計算を行った。

本研究では粒子が揚圧力を受ける時間を設定し、それに基づいてSL層の厚さを算定した。SL層の厚さの算定において、揚圧力を受ける時間(すなわち時間定数CTの決定)は非常に重要な因子である。本研究では $CT=1$ として計算をすすめ、実測値とよく適合した。

また、流れに作用する力Fは深さ方向に変化するので、その分布形 ϕ を付け加えた。 $y=h_s$ で $\phi=0$ 、 $y<h_s$ では、粒子が回転していることから河床に近づくとともに増大することが予想された。諸量の実測値との一致は分布形の妥当性を証明している。

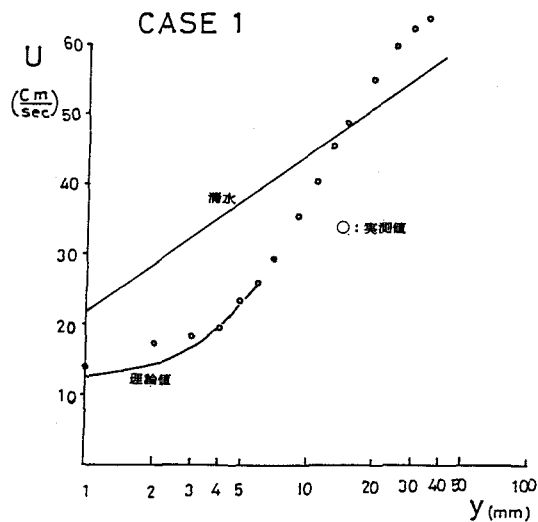


図-1

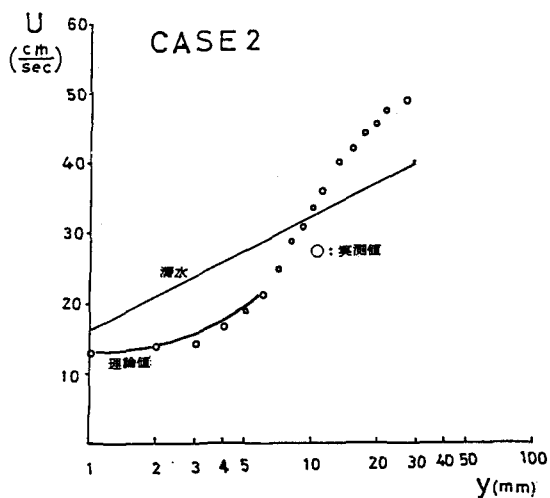


図-2

5. 参考文献

- (1) 岸力、森明巨：流砂試論、S 57年度北大委託研究報告
- (2) 山本徹、森明巨、岸力：運動砂粒子の移動形態、第29回水理講演会論文集(1985年2月)
- (3) 山本徹、森明巨、岸力：Saltation粒子の跳躍の継続機構について、第40回年次講演会概要集(1985年9月)