

II-12 降雨・流域特性値を用いた流出解析手法

北海道開発局土木試験所 村上 泰 啓

はじめに

流出解析を行う際、広く用いられている手法に貯留関数法と Kinematic wave (等価粗度) 法がある。

Kinematic wave 法は流域の水理学的特性をモデル自身に反映できる特徴を持つが、分布定数系モデルであるため計算に時間がかかりすぎ、実務者にはなじまない。一方貯留関数法は、貯留量の2価性を単純な構造式で記述でき、集中定数系モデルであるため計算が迅速であることが特徴である。しかし従来より用いられている貯留関数法の欠点として、モデルパラメータと流域特性値、降雨特性値との相互関係が定量的に把握されていない点があげられる。

したがって両者の長所をとり入れたモデルの開発が可能であれば、貯留関数法の実用面での利用価値が高くなることが理解できる。

本報では Kinematic wave 法の理論解に最も良く適合する貯留関数方程式を示し、両モデルパラメータの相互関係を定量化する。更に沙流川流域の洪水例に適用して、モデルの妥当性を検証してみた。

1. 基礎方程式

Kinematic wave 法は、勾配が急な斜面流出過程に適合度が良く、一定勾配斜面上の流れの基礎方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (0 \leq x \leq L) \quad (1)$$

$$q = \alpha h^m \quad (2)$$

$$s = \int_0^L h(x, t) dx \quad (3)$$

$$h(x, 0) = 0, h(0, t) = 0 \quad (4)$$

ここで、 t : 時間、 x : 斜面上流端からの距離、 h : 水深、 q : 単位幅流量、 s : 斜面単位幅貯留量、 r : 有効雨量、 L : 斜面長、 α 、 m : 斜面流定数

(2) 式に Manning 則を適用すると、定数 α 、 m は次式で定義される。

$$\alpha = \sqrt{i} / n, m = 5/3 \quad (5)$$

ここで、 i : 斜面勾配、 n : 等価粗度

以上のモデルに対して降雨継続時間 t_r をもつ矩形降雨波形 r を与えた場合の斜面上の水深の分布は、次式で表わされる¹⁾。

$$t_r > t_c = (Lr^{1-m} / \alpha)^{1/m} \text{ のとき}$$

$$\begin{cases} h(x, t) = \begin{cases} (rx/\alpha)^{1/m} & 0 \leq x \leq \alpha r^{m-1} t^m \\ rt & \alpha r^{m-1} t^m < x \leq L \end{cases} & 0 \leq t \leq t_c \\ h(x, t) = (rx/\alpha)^{1/m} & 0 \leq x \leq L \quad t_c \leq t \leq t_r \\ x = \alpha h(x, t)^{m-1} [h(x, t)/r + m(t-t_r)] & 0 \leq x \leq L \quad t > t_r \end{cases} \quad (6)$$

(6) 式中の t_c は到達時間 (time of concentration) である。(6) 式中で $x = L$ とすれば斜面末端でのハイドログラフが得られる (図-1)。

(6) 式を (3) 式に代入すると斜面上の貯留量理論値が得られる。この貯留量と図-1の流量から、 $s \sim q$ 曲線が描かれるが、この曲線の2価性を最も良く表現する貯留方程式として次の方程式が最も適切であることが星、山岡によって示された²⁾。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \quad (7)$$

$$\frac{ds}{dt} = r - q \quad (8)$$

ここで、 s : 貯留高 (mm)、 q : 流出高 (mm/hr)、 r : 有効雨量 (mm/hr)、 t : 時間 (hr)

k_1, k_2, p_1, p_2 : モデルパラメータ

Kinematic wave パラメータと (7) 式の貯留関数パラメータの相互関係は次式で表わされる²⁾。

$$k_1 = m / (m+1) (10^{3m-6} / 3.6)^{1/m} (L/\alpha)^{1/m} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} k_2 &= K_2 (10^{3m-6} / 3.6)^{2/m} (L/\alpha)^{2m} \bar{r}^{(2/m-1-p_2)} \\ &= K_2 [(m+1)/m]^2 k_1^{2/m-1} \bar{r}^{(2/m-1-p_2)} \quad (10) \end{aligned}$$

$$p_1 = 1/m \quad (11)$$

ここで、 $\bar{r}$: 平均雨量強度 (mm/hr)、 L : 斜面長 (m)、 α : m-sec 単位の定数

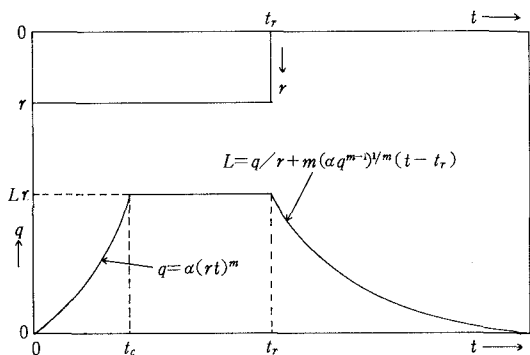


図-1 斜面末端におけるハイドログラフ

(10) 式中のパラメータ K_2 , p_2 は降雨特性に依存し、平均雨量強度 $\bar{r}$ をもつ矩形波形を与えたとき、次式で表わされる。

$$K_2 = m^{1/5} / 10, \quad p_2 = (1/m)^{3/2} \dots\dots\dots (12)$$

なお実際に観測される降雨分布は3角形に近似すると適合度が良い場合が多い。3角形降雨の継続時間を t_r 、ピーク雨量生起時刻を t_a とすると、 K_2 , p_2 は t_a/t_r および Kinematic wave 指数 m の関数で表現できる²⁾。ここで $t_a/t_r = 0.5$, $m = 5/3$ を与えた場合に求めた K_2 , p_2 と矩形降雨を与えた場合の K_2 , p_2 を比較したものを表-1に示す。

表-1 パラメータ比較

	K_2	p_2
矩形降雨	0.111	0.465
3角形降雨	0.096	0.450

2つの降雨波形により同定されたパラメータのオーダーはほぼ等しいと考えられる。よってパラメータの実用推定上、矩形降雨波形で近似しても問題ないと考えられる。

(5) 式に示されるマニング型表面流パラメータを代入し整理すると、(7) 式の貯留関数パラメータは次式で表わされる。

$$k_1 = 0.0728 (n/\sqrt{i})^{0.6} L^{0.6} \dots\dots\dots (13)$$

$$k_2 = 0.2835 k_1^2 \bar{r}^{-0.2648} \dots\dots\dots (14)$$

$$p_1 = 0.6 \dots\dots\dots (15)$$

$$p_2 = 0.4648 \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 n : 等価粗度, i : 斜面勾配, L : 斜面長, $\bar{r}$: 平均雨量強度

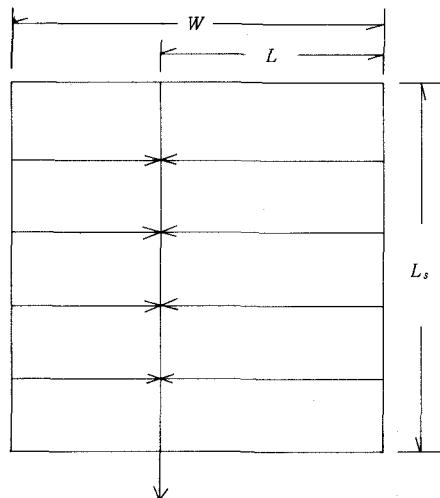


図-2 流域モデル

(13)～(16) 式に示される様に貯留関数パラメータは、Kinematic wave の理論解より導かれ、流域特性、降雨特性値により表現されていることがわかる。(13), (14) 式によればパラメータ k_1 は流域特性に依存し、 k_2 は流域特性値、降雨特性値の両方に依存することがわかる。

k_1 の算定上 $(n/\sqrt{i})^{0.6}$ (friction factor) の推定が必要となるが、山地河川流域を対象とする場合、この値は1～2のオーダーをとることが知られている⁴⁾。

ここで(13) 式中の平均斜面長 L を Hack の法則を用い、流域面積で表わしてみる。今、対象流域が図-2に示される様な流域モデルに変換できるものとする、次の統計則が成立する。

$$L = \epsilon W \dots\dots\dots (17)$$

$$A = WL_s \dots\dots\dots (18)$$

$$L_s = \beta A^r \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 L : 斜面長 (km), W : 流域幅 (km), A : 流域面積 (km²), L_s : 主河道長 (km), ϵ , β , r : 流域定数 一般に流域定数の値は、 $\epsilon = 0.5 \sim 0.6$, $\beta = 1.27 \sim 1.89$, $r = 0.52 \sim 0.72$ の範囲にあるといわれている⁴⁾。

(17)～(19) 式の関係をも (13) 式に代入すると、 k_1 は次の様に表わされる。

$$k_1 = 4.593 (\epsilon/\beta)^{0.6} f_c A^{0.6(1-r)} \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $f_c = (n/\sqrt{i})^{0.6}$ (n : 等価粗度, i : 平均斜面勾配)

以上の解析により、(7), (8) 式の貯留関数モデルのパラメータを Kinematic wave の理論解より導くことが

できた。

パラメータ k_1 , k_2 , p_1 , p_2 はそれぞれ (20), (14), (15), (16) 式によって示されている。

(7), (8) 式に示される非線形微分方程式の解法は種々あるが、ここでは非線形微分方程式の線形化による近似解法を試みた。

線形化手法は Runge-Kutta-Gill 法などと比べ、同一条件下では計算時間が短かくて済む。

2. 適用例

貯留関数パラメータを流域地形量と降雨特性値のみを用いて算定し、ハイドログラフを推定する方法を述べてきた。本手法は特に河道の遅れが無視できる小流域の流出解析に有効であると考えられる。

当手法を沙流川支流、額平川流域の既応洪水例に適用してみた。当該流域には北海道電力貫気別流量観測所 ($A = 281 \text{ km}^2$)、北海道開発局貫気別観測所 ($A = 365.8 \text{ km}^2$) があり、この2地点の洪水資料を用いた。

流出解析では降雨の代表性が常に問題となるが、額平川においては上流域の雨量観測所が少なく、また地域的な降雨波形の違い等があることを考慮し、ハイドロ

グラフの形状に最も近いハイエトグラフを解析に用いた。

当手法は表面流 (直接流出) の算定に用いられるものである。このため直接流出量の分離が必要となる。ここではハイドログラフを片対数紙上にプロットし、低減部の第2折点と流量立上り点を結んで分離した。流量立上り以前の降雨は初期損失雨量とみなす。

流出率は総直接流出量を流量立上り以降の総降雨量で割ることによって算定した。有効降雨波形は実測降雨波形に流出率を一率に乗じて算定した。

当手法を用いるためにモデルパラメータ k_1 , k_2 , p_1 , p_2 を決定する必要がある。 k_1 を (20) 式で求める上で、 ϵ , β , γ を決定する必要がある。係数を把握するために、額平川流域を支川ごとに分割し、流域面積と主河道長をプロットしたのが図-3である。文献による平均値⁴⁾、及び図-3の傾向からみて、 $\epsilon = 0.6$, $\beta = 1.35$, $\gamma = 0.6$ を仮定してみたが、ほぼ満足されるものと考えられる。流域面積 A , 平均有効雨量強度 $\bar{r}$ は表-2に示す。パラメータ p_1 , p_2 は (15), (16) 式に示される値に固定した。したがって残された問題は、 k_1 を求める上で必要となる $f_c = (n / \sqrt{i})^{0.6}$ の推定だけとなる。山地河川流

表-2 解析洪水の降雨特性と計算結果

洪水No	洪水パターン (年月日)	雨量 観測所	流量観測所	流域面積 (km^2)	初期損失 (mm)	総雨量 (mm)	直接流出量 (mm)	流出率 f	初期流量 (mm/h)
1	1973 / 8 / 23	貫気別	貫気別 (開発局)	365.8	21.00	77.5	66.59	0.859	0.20
2	1975 / 8 / 19	幌 尻	貫気別 (開発局)	365.8	3.50	146.5	66.06	0.451	0.09
3	1975 / 8 / 23	貫気別	貫気別 (開発局)	365.8	9.00	112.5	81.26	0.722	0.47
4	1981 / 8 / 5	貫気別	貫気別 (開発局)	365.8	0.00	163.7	73.30	0.448	0.14
5	1981 / 8 / 22	糖 平	貫気別 (開発局)	365.8	13.50	144.0	60.58	0.421	0.17
6	1966 / 7 / 20	平 取	貫気別 (北 電)	281.0	0.00	114.0	20.15	0.177	0.22
7	1970 / 10 / 26	貫気別	貫気別 (北 電)	289.0	11.00	110.0	27.14	0.247	0.27
8	1973 / 8 / 23	貫気別	貫気別 (北 電)	289.0	15.50	83.0	48.39	0.583	0.38
9	1975 / 8 / 19	幌 尻	貫気別 (北 電)	281.0	0.00	150.0	19.83	0.132	0.09
10	1981 / 8 / 5	貫気別	貫気別 (北 電)	281.0	0.00	163.7	67.36	0.411	0.16
11	1981 / 8 / 22	糖 平	貫気別 (北 電)	281.0	13.50	144.0	57.71	0.401	0.23

洪水No	降雨継続時間 (h)	平均有効雨量強度 (mm/h)	実 測 peak 流 量 (mm/h)	計 算 peak 流 量 (mm/h)	実測 peak 生 起 時 刻	計算 peak 生 起 時 刻	f_c	k_1	k_2	RMSE
1	8	8.32	9.4326	7.6258	23 / 7:00	23 / 6:00	1.20	13.97	31.57	0.814
2	21	3.15	4.4251	3.8454	20 / 8:00	20 / 7:00	1.60	18.62	72.61	0.322
3	13	6.25	5.8076	6.2746	24 / 4:00	24 / 6:00	1.60	18.62	60.54	0.443
4	21	3.49	3.8608	4.5860	5 / 16:00	5 / 17:00	1.60	18.62	70.64	0.525
5	21	2.88	2.3049	2.3564	23 / 23:00	23 / 20:00	2.00	23.28	116.09	0.338
6	18	1.12	1.0007	0.8305	21 / 18:00	21 / 16:00	1.20	13.11	47.31	0.114
7	10	2.71	1.9824	2.3022	26 / 8:00	26 / 10:00	1.00	11.00	26.34	0.243
8	11	4.40	5.9817	4.9116	23 / 7:00	23 / 7:00	1.20	13.20	33.38	0.372
9	24	0.83	1.5516	1.1912	20 / 7:00	20 / 7:00	1.00	10.93	35.60	0.149
10	23	2.93	2.7917	3.0036	5 / 17:00	5 / 19:00	2.20	24.04	123.27	0.329
11	21	2.75	2.4176	2.4721	23 / 21:00	23 / 20:00	1.80	19.67	83.92	0.291

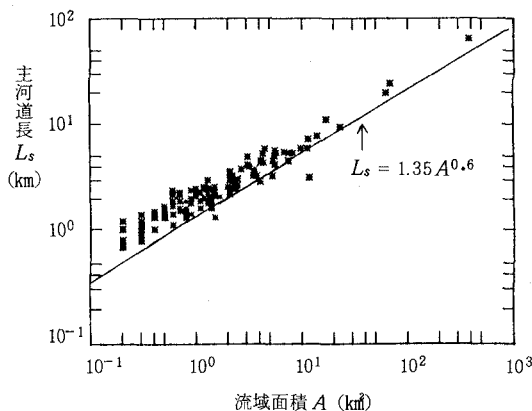


図-3 主河道長～流域面積の関係

域における大中洪水を対象とした場合、 f_c の値は1～2であることが知られている⁴⁾ ので、洪水ごとにこの f_c の概略値を知るために、次に示す RMSE を最小とする様な f_c を探索した。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (q_i^* - q_i)^2} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 N = 流量標本数、 q_i^* 、 q_i は実測、計算による直接流出高

以上の操作により求めた11洪水の RMSE、 f_c を表-2に示す。 f_c の値が1～2のオーダーに収まっていることが分る。

表-2に示した f_c 値を用いて計算した直接流出高と実測のそれをプロットした例を図-4に示す。流域地形量、降雨特性値等をモデルパラメータにとり入れた当手法による計算値は、実測のそれによく符合しているものと考えられる。

今回用いた手法は対象流域を図-2に示す様な斜面上に単純化し、河道の遅れを無視したものである。よって大流域に適用する場合、流域をいくつかに分割し、単位流域からのハイドログラフを河道要素で合成・伝搬させる方法が考えられる。今後の課題として、流域分割による流出計算の精度向上が期待できるかどうかの検討が必要となる。

おわりに

流出モデルの良否を判断する材料として実測ハイドロとの適合度が重視されている傾向があるが、モデルを適用する上で必要となるパラメータ値がいかなる法則によって支配されているかの論議はあまりなされていない様である。特に概念的モデルである貯留関数法のパラメータに、流出に関わる因子との関係を見出すことはできない。

それと逆に流出現象を物理的に表現したモデルに Kinematic wave 法がある。これは流域地形量、降雨特性をモデルパラメータとしてとり入れることができる。しかし分布定数系であるため計算時間がかかりすぎる欠点がある。このため、以前から Kinematic wave 法と応答が等価となる貯留関数を導けないかという提起があった。もしその理論展開が可能であれば、貯留関数モデルパラメータの物理的解釈が可能となり、流出計算を行う上でも Kinematic wave 法を用いるよりも計算がはるかに容易となるからである。

本報では Kinematic wave 法の理論解を貯留関数法に集中化することを試み、貯留関数パラメータが降雨特性値、流域地形量で表現することが可能であることを示した。また対象流域を単純化し、Hack の法則を用いてパラメータの実用推定式を提案した。

本報で示したパラメータの推定式中、唯一の未知定数は、friction factor、 $(n/\sqrt{i})^{0.6}$ である。大中規模の洪水を対象とする計画ハイドロの算定にあたっては $(n/\sqrt{i})^{0.6} = 1.5 \sim 2.0$ が適当であると考えられる。

またこの factor を調整するとき、降雨時間分布を参考にするればよい。すなわち対象流域の大きさなどを考慮して、ピーク雨量生起時刻の数時間後にピークが発生する様に factor を調整してやればよい。

最後に北海道電力株式会社より貴重なデータの提供をいただいた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Eagleson, P.S.; Dynamic Hydrology, Mc Graw Hill Book Co., 1970.
- 2) 星 清, 山岡 勲; 雨水流法と貯留関数法の相互関係, 第26回水理講演会論文集, 1982.
- 3) 星 清, 山田孝治; 小流域におけるハイドログラフ推定法, 土木試験所月報 No 380, 1985.
- 4) 角屋 睦, 福島 晟; 中小河川の到達時間, 京都大学防災研究所年報, 第19号, 1976.

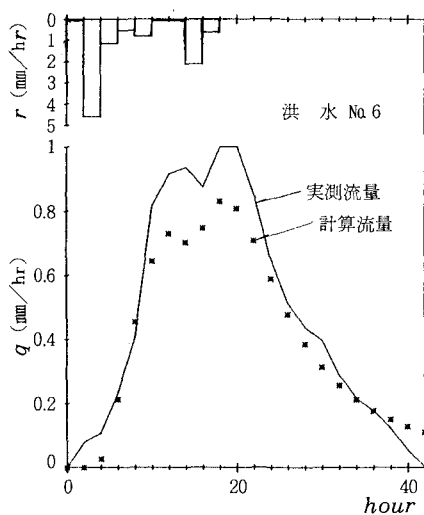
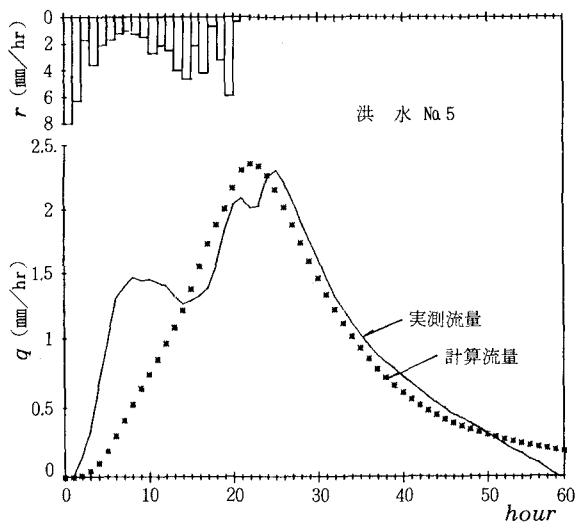
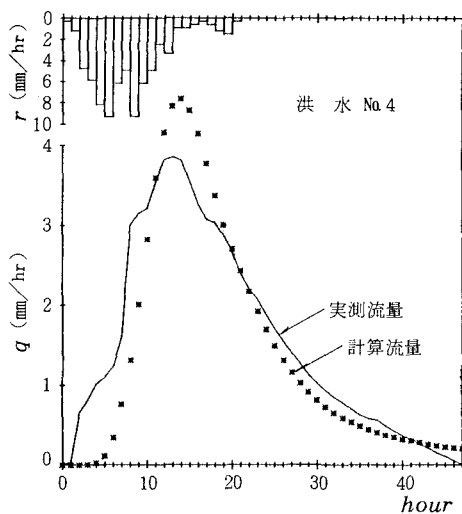
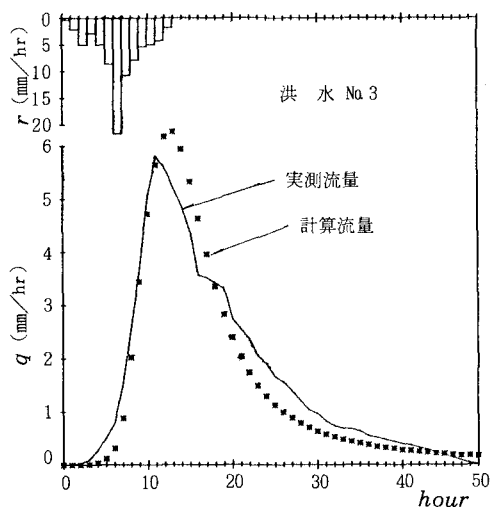
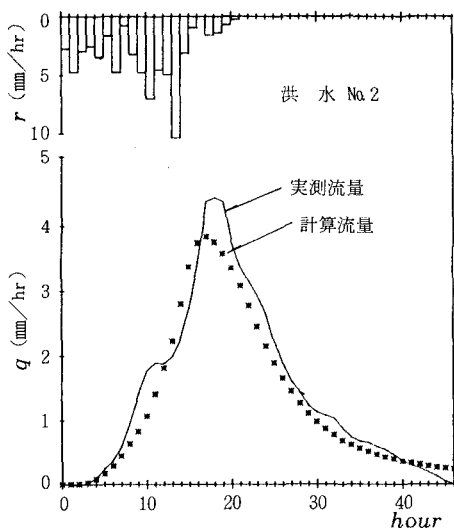
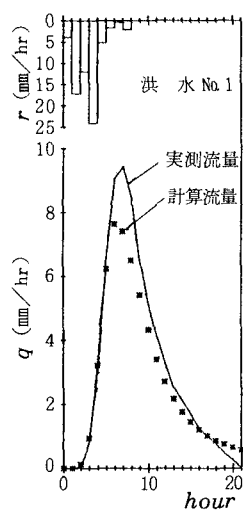


図-4 実測流量と計算流量の比較

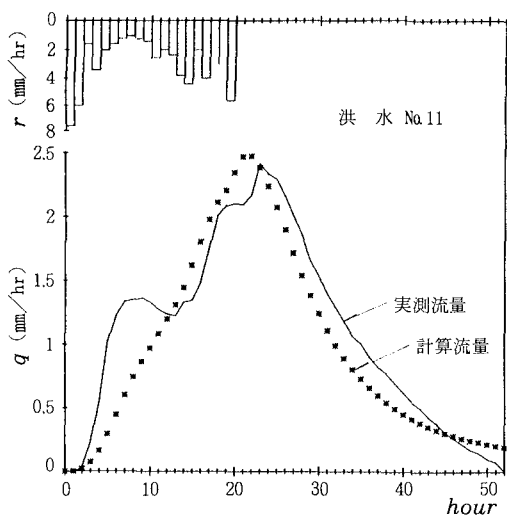
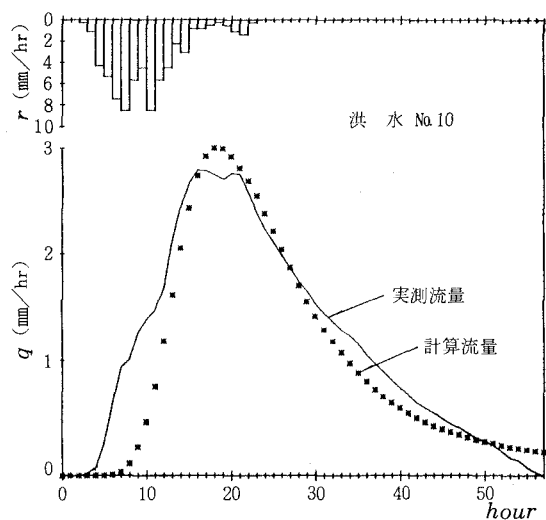
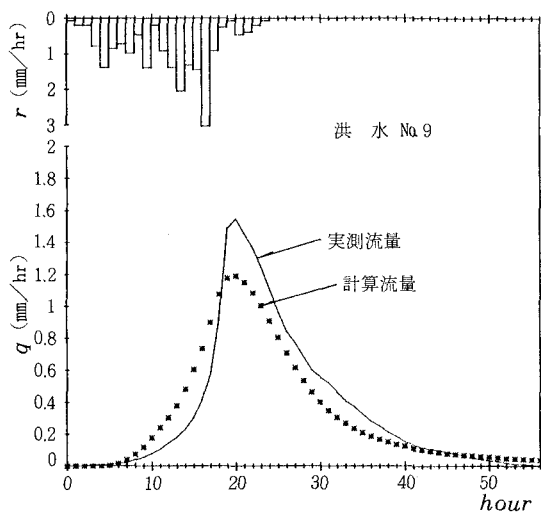
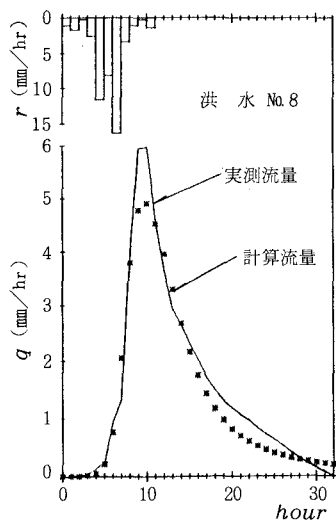
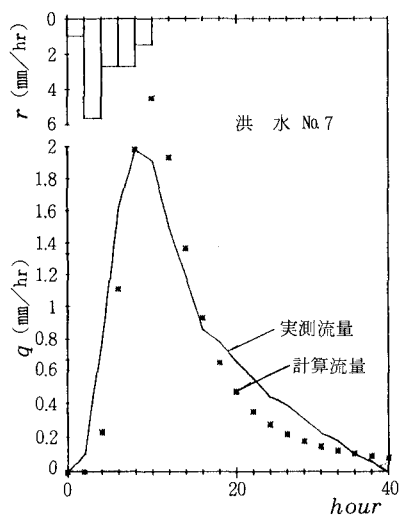


図-4 実測流量と計算流量の比較