

— 167 —

ここに、 $\mathbf{v} = \nabla \Phi$ である。

(5) 式を t で微分すると、水表面における運動学的条件である (3) 式より、次式のようになる。

$$\frac{\tau}{\lambda} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{\partial \mathbf{v}^2}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \left(\frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) \right) + f \frac{\sigma}{\lambda} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathbf{v}^2 \right) + \frac{g}{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z=\eta) \quad \dots (6)$$

η_n を n 次の微小量として、

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots \quad \dots (7)$$

と表し、 Φ を η に関してテーラー展開することによって、(6) 式の 1 次及び 2 次のオーダーの項はそれぞれ次式のように表される。

$$\frac{\tau}{\lambda} \Phi_{1ttt} + f \frac{\sigma}{\lambda} \Phi_{1tt} + \frac{g}{\lambda} \Phi_{1z} = 0 \quad \dots (8)$$

$$\frac{\tau}{\lambda} \{ \Phi_{2ttt} + \Phi_{1ttt} \eta_1 + \frac{\partial}{\partial t} (\Phi_{1x}^2 + \Phi_{1z}^2) \} + f \frac{\sigma}{\lambda} \{ \Phi_{2tt} + \Phi_{1tt} \eta_1 + \Phi_{1x}^2 + \Phi_{1z}^2 \} + \frac{g}{\lambda} (\Phi_{2z} + \Phi_{1z} \eta_1) = 0 \quad \dots (9)$$

ここに、下付きの添字 1, 2 は次数を表し、 t, x, z はそれぞれでの偏微分を表している。

速度ポテンシャル Φ に関するラプラスの方程式を満足する、(8)、(9) 式に対する 1 次オーダーの一般解は、

$$\begin{aligned} \Phi_{1I} &= \{ (Ae^{ik(x-l)} + Be^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-kn(x-l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \} e^{i\sigma t} \\ \Phi_{1II} &= \sum_{r=0}^{\infty} (D_r \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r l} + E_r \frac{\sin \bar{k}_r x}{\sin \bar{k}_r l}) \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad \dots (10)$$

$$\Phi_{1III} = (F \frac{\cos k(x+ql)}{\cos \bar{q}kl} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{\cosh k_n(x+ql)}{\cosh \bar{q}k_n l} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h}) e^{i\sigma t}$$

となり、2 次オーダーの一般解は、

$$\begin{aligned} \Phi_{2I} &= \{ (A_2 e^{2ik(x-l)} + B_2 e^{-2ik(x-l)}) \cosh 2k(h+z) + \sum_{n=1}^{\infty} C_2 e^{-2kn(x-l)} \cos 2k_n(z+h) \} e^{2i\sigma t} \\ \Phi_{2II} &= \sum_{r=0}^{\infty} (D_2 r e^{2i\bar{k}_r x} + E_2 r e^{-2i\bar{k}_r x}) \cosh 2\bar{k}_r(z+h) e^{2i\sigma t} \\ \Phi_{2III} &= \{ F_2 \cos 2k(x+ql) \cosh 2k(z+h) + \sum_{n=1}^{\infty} G_2 n \cosh 2k_n(x+ql) \cos 2k_n(z+h) \} e^{2i\sigma t} \end{aligned} \quad \dots (11)$$

となる。ここに、 $A, B, \dots G_{2n}$ は、複素定数であり、 $\bar{q} = 1 - q$ 、そして $k, k_n, \bar{k}_r$ は次式で表される固有値である。

$$kh \tanh kh = -knh \tan knh = \sigma^2 h / g \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$\bar{k}_r h \tanh \bar{k}_r h = (\tau - if) = \sigma^2 h / g \quad (r=0, 1, 2, \dots)$$

また、 Φ の下付きの添字 1、2 はそれぞれ 1 次、2 次成分を表しており、I, II, III は図-1 の領域 I, II, III にそれぞれ対応している。

(10)、(11) 式それぞれに $x = \pm l$ での質量保存、エネルギー保存の関係を適用して、解を求める。

4. 抵抗係数の推定方法について⁸⁾

透水層内における摩擦抵抗係数 f は、本来場所的にも時間的にも変化するものであり、次式のように表される。

$$\frac{\sigma}{\lambda} f = \alpha + \beta \sqrt{u^2 + w^2} \quad \dots (12)$$

ここに、 α, β は抵抗係数の一種で、定常流実験によって求められる。そこで、実際の理論計算においては、

f の一周期間を代表する値を次のようにして定めた。運動方程式中の摩擦抵抗項が一周期間にする仕事と、等価な線形抵抗を考え、これを $k_f u$ と置き、次式のような一周期間の積分によって k_f を決定する。

$$\int_0^T k_f u u \, dt = \int_0^T (\alpha + \beta \sqrt{u^2 + w^2}) u u \, dt \quad \dots (13)$$

求められた k_f より、 $(\sigma/\lambda) \cdot f = k_f$ となる。また、透水層内の流速 u , w は摩擦抵抗係数 f の関数であり、 f は u , w の関数であるので、お互いを決定するために繰り返し計算を必要とする。

5. 結果及び考察

図-2 に示したものは、実験によって得られた基本周波数に対する反射率 (○印) と、理論値の一次成分 (実線) とを比較したものである。この図において、縦軸が反射率 K_R 、横軸が相対水深 h/L を表している。理論値では、透水層内の抵抗係数を上記の方法により透水層中央の点 ($x=0, z=-h/2$) において推定している。実験値及び理論値の両者ともが1次成分であるが、図-2 では、 h/L の値が大きくなるに従って理論値の精度が著しく悪化してくる。

同様に2倍周波数の反射率の実験結果と2次成分の理論値とを比較したものを図-3 に示した。この場合両者はほとんど一致していない。2次成分の理論値が1次成分の計算において得られた抵抗係数 f をそのまま用いて計算されているということが大きな理由の一つであると思われる。

図-4 は、入・反射波分離推定法によって得られた各周波数に対する、入・反射波のそれぞれの振幅を示した一例であり、縦軸が波の振幅を表しており、横軸が周波数を表している。実線が入射波、点線が反射波成分を表している。基本周波数と2倍周波数の位置は図に示す通りである。また、周波数が1.67、2.3、2.89、……などの点において見られるピークは、実在のものではなく、それらの点での周波数成分の波数 $k (=2\pi/\lambda)$ と波高計同士の間隔 Δl との積が π の整数倍に近くなるため、分離計算式の分母にある $\sin k \Delta l$ の値がほとんど0に近くなるために起きるものである。この図を見ると、規則波であることを示す鋭いピークが基本周波数及び2倍周波数の位置に見られる。しかしながら、入射波では基本周波数成分に比べて2倍周波数成分の振幅は、この場合約 $1/20$ と、かなり小さい。測定した他の周期についても同様で基本周波数成分に比べて2倍周波数成分の振幅はかなり小さく、特に周期が短いほど両者の差は大きくなる。結果的に、基本及び2倍周波数成分を合成した反射率は、基本周波数成

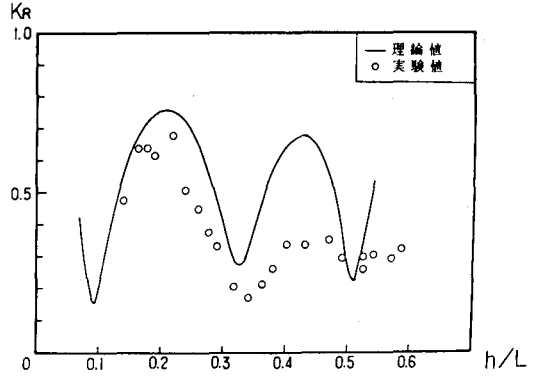


図-2 1次成分

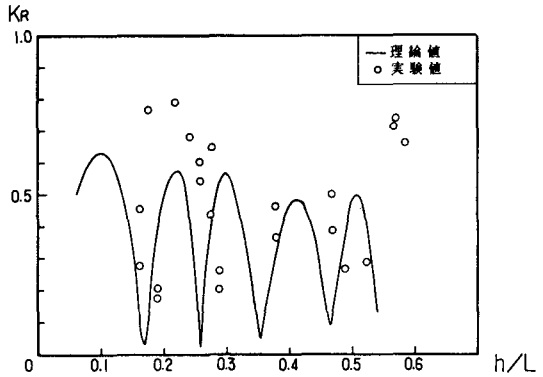


図-3 2次成分

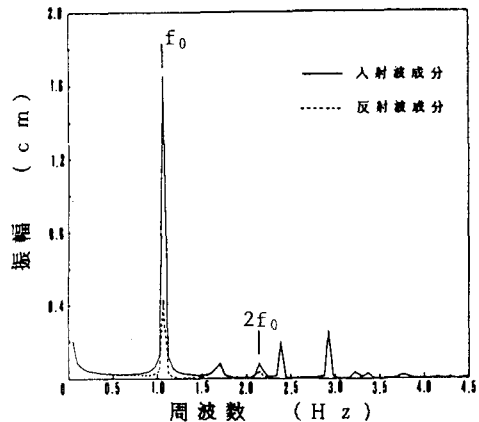


図-4

分だけのものとほとんど変化がなかった。

理論値についても実験値と同じ理由から、1次及び2次を合成することによる変化はほとんどない。結局、以上に述べてきた結果から、2次のオーダー考えることによって1次オーダーの理論値の適合度を改善することは、あまり期待できないといえる。

これまでに示してきた理論値の抵抗係数 f はすべて透水層の中央の点 ($x=0, z=-h/2$) の値を代表値として用いてきたが、図-5に示すのは、 $z=-h/2, -h/4, -h/8$ の各水深に対して、 $x=-l \sim l$ の範囲を等間隔に分ける21個の点での抵抗係数の平均の値が、4節で述べたように、流速の値に対して収束するまで繰り返し計算をして求めた理論値である。この図において、実線で示されるのが $z=-h/2$ で f を推定したものであり、点線が $-h/4$ 、一点鎖線が $-h/8$ で f を推定したものである。まず、図-2の理論値と図-5の実線を比較すると、 h/L が 0.3前後で後者の値が若干実験値に近づいた他はほとんど改善は見られない。つぎに、図-5において、実線、点線及び一点鎖線を比較してみると、やはり、より水面に近いところで抵抗係数を推定している方が理論値は小さくなっている。また、 h/L の値が大きいくほど、それぞれの理論値の差は大きくなる。このことは、波長が短くなるにつれて、エネルギーの損失が上方に集中してくることを表しており、少なくとも

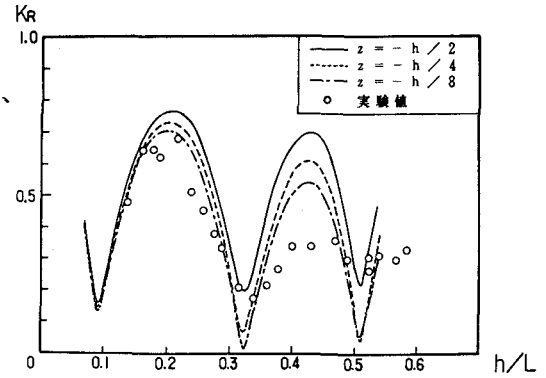


図-5 抵抗係数 f の推定位置による理論値の変化

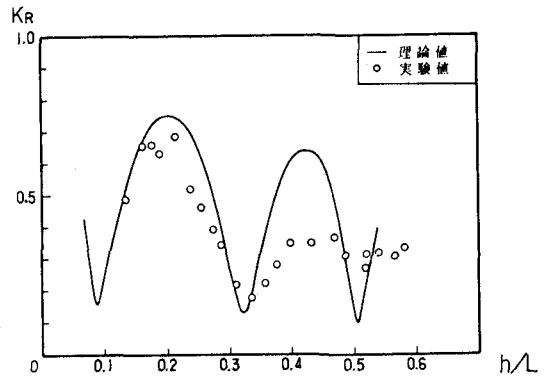


図-6

h/L が約 0.3以降においては、 $x=0, z=-h/2$ で抵抗係数を推定することは、意味がない。

図-6は、図-5の点線及び一点鎖線の $h/L=0.3$ 付近の値が小さくなり過ぎることを考慮して $x=-l \sim l, z=-h/2$ の範囲をそれぞれ8等分する81点で平均した抵抗係数を用いて計算した理論値である。この方法では $h/L=0.3$ 付近までは理論値はほぼ妥当な値を与えている。

以上に述べてきた結果をまとめると、次のようになる。有限振幅波の2次オーダーまでを計算することによって1次オーダーの理論値を改善することは、あまり期待できず、1次の理論値が実験値と合わないのは、むしろ抵抗係数の推定方法に問題があるということがわかった。特に、波長が小さくなるとエネルギーの損失が水面付近に集中してくるので、より水面近くで抵抗係数を推定しなければならないということがわかった。

本研究の遂行にあたり、当河海工学研究室において、終始御教示頂いた藤間聡助教授、また実験その他において協力を頂いた谷野賢二助手、山岸等技官に謝意を表します。

<参考文献>

- 1) 井島・奥田・湯村・坂井：遊水部をもつ直立消波防波堤と護岸、第19回海講論文集、pp.185~192、1972。
- 2) 近藤・倉内：直立透水層堤の反射率推定に関する基礎的考察、道支部論文集、第41号、pp.163~168、1985。
- 3) 近藤・倉内：透水層中の有限振幅浅水波、第40回年講概要集第II部門、pp.539~540、1985。
- 4) 合田・鈴木・岸良・菊地：不規則波実験における入・反射波の分離推定法、運輸省港湾技研資料、No.248、1976。
- 5) 富永：海洋波動、共立出版、1976。
- 6) 近藤・竹田：消波構造物、森北出版、1983。