

I-32 近似構造再解析法の効率について

学生員 室蘭工業大学 吉岡修治

正 員 室蘭工業大学 杉本博之

1. まえがき

構造物の最適設計過程の大部分は繰り返し収束計算から成り立っていて、部材断面積を徐々に変化させるたびに構造解析が必要となる。さらにその中には目的関数および制約条件式の微係数を差分で計算する過程も普通は含まれており、そのたびにまた構造解析が要求される。このように構造物の最適設計過程では頻繁に構造解析計算が行われる。

格子桁橋、高層ラーメン構造物および多径間ラーメン構造物のように比較的大規模な構造物においては、構造解析時間が非常に多く費やされることは周知のところであり、上記のように頻繁に構造解析が行われることも考慮すると、構造解析が占める計算時間が非常に大きくなる。従ってこのような構造解析を効率的に行なう方法が一般に要求され、それには近似構造再解析法¹⁾が適していると言われている。

近似構造再解析法は、前回の構造解析の情報を用いて次の設計における解析を効率的に行なう方法である。特に構造物のわずかな部分に修正が加えられる場合や、あるいは構造物の大部分に小さな修正が加えられる場合において有効であると言われている。近似構造再解析法には3種類の手法(直接法、反復法、近似法)があるが、一つの手法がすべての場合において他の手法にまさるということはない。従って個々の問題を解くにあたっては、適用が容易でかつ計算量が比較的少ない方法が選択される。

一般に構造物の解析は変位(剛性)法、応力(たわみ性)法あるいは混合法によって行われる。本論文においては近似構造再解析法を変位法によって考察するが、このアプローチは他の解析法に対しても同様に適用することができる。

本論文は、近似構造再解析法を、格子桁橋および多径間ラーメン構造物の任意の部材にわずかな修正を加えた場合の構造解析に適用して、その精度、効率等を検討したものである。但しこの修正は、部材の断面寸法に修正を加えたのではなく、前者では部材の断面2次モーメントおよび断面ねじりモーメント、後者では部材の断面2次モーメントおよび断面積に修正を加えたものである。

2. 近似構造再解析法の理論

まえがきにおいても説明したように、近似構造再解析法には3種類の手法が存在する。その中で近似法は、初期の変位ベクトル $\{r^*\}$ を設計変数 x で微分した初期変位ベクトルの微係数 $\{\partial r^* / \partial x\}$ を、その計算過程で使用している。この微係数の値が既値であれば、近似法を用いるのが最も効率が良いのは自明であるが、ここでは、微係数の値は未知であることを想定し、微係数の値を近似構造再解析法を利用して求めることの可能性も検討しているので、近似法は考察の対象とせず、直接法と反復法の二つを検討した。

(1) 直接法

直接法は、構造物のわずかな部分に修正が加えられる場合に最も効果的であると言われている。

いま、初期の変位ベクトルを $\{r^*\}$ 、変位の変化量を $\{\Delta r\}$ とすると、修正後の変位ベクトル $\{r\}$ は次のように与えられる。

$$\{r\} = \{r^*\} + \{\Delta r\} \quad (1)$$

直接法では、式(1)の $\{\Delta r\}$ は次式で表される。¹⁾

$$\{\Delta r\} = -[U^*]^{-1} [Z] ([Z]^T [Z])^{-1} (([Z]^T [Z])^{-1} + [\Delta K r])^{-1} [\Delta K r] [b] \{r^*\} \quad (2)$$

ここで、 $[\Delta K r]$ は、剛性マトリックスの修正された列(あるいは行)の数に等しい大きさを持つ縮小増分剛性マトリックスであり、 $[b]$ は、剛性マトリックスの変化が生じた列に対応する位置のみが1で、他は

すべて0であるブールマトリックスである。 $[\Delta K r]$ と $[b]$ の関係は、増分剛性マトリックスを $[\Delta K]$ とすると、 $[\Delta K] = [b]^T [\Delta K r] [b]$ で表される。

また、 $[U^*]$ は、初期の剛性マトリックスを $[K^*]$ とすると、 $[K^*] = [U^*]^T [U^*]$ を満たす右上三角マトリックスであり、 $[Z]$ は、 $[Z] = ([U^*]^T)^{-1} [b]^T$ で表される矩形マトリックスである。

式(2)によって求められた $\{\Delta r\}$ を式(1)に代入して、修正後の変位ベクトル $\{r\}$ が求められる。

(2) 反復法

反復法による手法は、構造物の大部分に小さな修正が加えられる場合に最も適していると言われている。また、この反復法にはいくつかの方法が存在するが、本論文ではその中の要素の分離反復法を適用した。

反復法は、式(1)の $\{r\}$ を次式のような級数で表している。¹⁾

$$\{r\} = \frac{1}{1+\alpha} \left(\{r^*\} - \frac{\{T_1\} - \alpha\{r^*\}}{(1+\alpha)} + \frac{\{T_2\} - 2\alpha\{T_1\} + \alpha^2\{r^*\}}{(1+\alpha)^2} - \frac{\{T_3\} - 3\alpha\{T_2\} + 3\alpha^2\{T_1\} - \alpha^3\{r^*\}}{(1+\alpha)^3} + \dots \right) \quad (3)$$

ここで、 $\{T_1\}$ 、 $\{T_2\}$ 、 $\{T_3\}$ および $[B]$ は次のように定義されている。

$$\{T_1\} \equiv [B]\{r^*\} \quad \{T_2\} \equiv [B]\{T_1\} \quad \{T_3\} \equiv [B]\{T_2\} \quad [B] \equiv [K^*]^{-1} [\Delta K] \quad (4)$$

また、 α は適当なスカラー量であり、ここでは式(3)の第2項が消去されるような値が選ばれる。

以上によって、修正後の変位ベクトル $\{r\}$ が求められる。

3. 数値計算例

近似構造再解析法の適用による精度と計算効率の差、および直接法と反復法との比較を数値計算例により行なう。計算例は、88部材の格子桁橋と33部材の多径間ラーメン構造物である。

以下の数値計算結果の表には、任意の部材の内力の値および構造解析時間を示している。ここでは部材内力の表に、格子桁橋でi端の曲げモーメント(M_i)、j端の曲げモーメント(M_j)およびせん断力(S)を示し、多径間ラーメン構造物で軸力(A)、i端の曲げモーメント(M_i)、j端の曲げモーメント(M_j)およびせん断力(S)を示している。但し、格子桁橋のねじりモーメントについては、その値が非常に小さいのでここでは考慮していない。なお、これらの表のNMは任意の部材の部材番号を示す。また構造解析時間の表には、修正部材数(MM)と、1個の荷重条件(1-LC)と10個の荷重条件(10-LC)の2種類の荷重条件での計算時間とを示している。

またmethodの欄で、nonが厳密な構造解析による結果、(D)が直接法の、(I)が反復法の近似構造再解析法による結果である。

(1) 88部材の3径間格子桁橋

Fig. 1に構造と荷重系を示す88部材の3径間の格子桁橋の例である。各部材の断面2次モーメントおよび断面ねじりモーメントは、主桁方向と横桁方向において左右対称となるようにリンクしている。なお、Fig. 1の数字は任意の部材の部材番号を示す。

ここでは、近似構造再解析法を3種類の部材修正の場合に適用している。それは部材番号8、9、11、12に修正がなされた場合(case 1)、6、7、13、14に修正がなされた場合(case 2)、1、2、4、5、15、16、17、18に修正がなされた場合(case 3)である。そしてこれらの部材修正はすべて、断面2次モーメントおよび断面ねじりモーメントの値を1%増加したものである。

case 1、case 2、case 3の任意の部材の内力の結果をTable. 1に示し、構造解析時間の結果をTable. 2に示す。

精度を部材の内力の値で検討すると、厳密な構造解析と近似構造再解析法はどのケースおよびどの手法においても常に上位3桁までは同じであり、従って近似構造再解析法の精度は十分なものと考えられる。

構造解析時間を比較すると、修正部材数の少ないcase 1、case 2においては近似構造再解析法は厳密な構造解析の約7割程度で計算が終了したが、修正部材数の多いcase 3においては反復法で1.3倍、直接法で

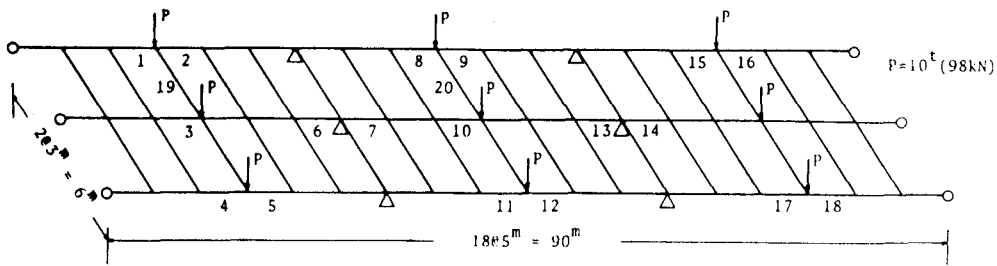


Fig.1 88-members grillage girder bridge

Table.1 Internal force of 88-members grillage girder bridge

NM	method	CASE 1			CASE 2			CASE 3		
		Mi(tm)	Mj(tm)	S(t)	Mi(tm)	Mj(tm)	S(t)	Mi(tm)	Mj(tm)	S(t)
1	non	37.12	55.80	3.74	37.10	55.77	3.73	37.18	55.95	3.75
	(D)	37.12	55.80	3.74	37.10	55.77	3.73	37.19	55.95	3.75
	(I)	37.12	55.80	3.74	37.10	55.77	3.73	37.19	55.95	3.75
3	non	30.61	45.65	3.01	30.59	45.64	3.01	30.49	45.38	2.98
	(D)	30.61	45.65	3.01	30.59	45.64	3.01	30.49	45.38	2.98
	(I)	30.61	45.65	3.01	30.59	45.64	3.01	30.49	45.39	2.98
8	non	5.40	31.67	5.25	5.32	31.54	5.24	5.41	31.63	5.24
	(D)	5.40	31.67	5.25	5.32	31.54	5.24	5.41	31.63	5.24
	(I)	5.40	31.67	5.25	5.32	31.54	5.24	5.41	31.63	5.24
10	non	3.70	26.17	4.49	3.71	26.27	4.51	3.77	26.33	4.51
	(D)	3.70	26.17	4.49	3.71	26.27	4.51	3.77	26.33	4.51
	(I)	3.70	26.17	4.49	3.71	26.27	4.51	3.77	26.33	4.51
19	non	0.00	1.88	0.63	0.00	1.88	0.63	0.00	1.99	0.66
	(D)	0.00	1.88	0.63	0.00	1.88	0.63	0.00	1.99	0.66
	(I)	0.00	1.88	0.63	0.00	1.88	0.63	0.00	1.99	0.66
20	non	0.00	1.52	0.51	0.00	1.46	0.49	0.00	1.47	0.49
	(D)	0.00	1.52	0.51	0.00	1.46	0.49	0.00	1.47	0.49
	(I)	0.00	1.52	0.51	0.00	1.46	0.49	0.00	1.47	0.49

Table.2 Structural analysis time of 88-members grillage girder bridge

CASE	NM	method	1-LC(sec)	10-LC(sec)
1	4	non	0.732	3.195
		(D)	0.470	2.201
		(I)	0.473	2.532
2	4	non	0.706	3.230
		(D)	0.489	2.079
		(I)	0.426	2.360
3	8	non	0.725	3.224
		(D)	1.595	4.541
		(I)	0.961	3.793

Table.3 Internal force of 33-members rigid-frame structure

NM	method	CASE 1				CASE 2			
		A(t)	Mi(tm)	Mj(tm)	S(t)	A(t)	Mi(tm)	Mj(tm)	S(t)
1	non	14.86	-40.03	28.35	13.67	14.85	-39.95	28.31	13.65
	(D)	14.86	-40.03	28.35	13.67	14.85	-39.95	28.31	13.65
	(I)	14.86	-40.03	28.35	13.67	14.85	-39.95	28.31	13.65
2	non	6.04	-11.65	16.33	5.60	6.03	-11.61	16.27	5.58
	(D)	6.04	-11.65	16.33	5.60	6.03	-11.61	16.27	5.58
	(I)	6.04	-11.65	16.33	5.60	6.03	-11.61	16.27	5.58
3	non	1.42	-4.19	7.14	2.27	1.42	-4.18	7.12	2.26
	(D)	1.42	-4.19	7.14	2.27	1.42	-4.18	7.12	2.26
	(I)	1.42	-4.19	7.14	2.27	1.42	-4.18	7.12	2.26
16	non	-16.92	40.00	-30.59	-8.82	-16.92	39.93	-30.64	-8.82
	(D)	-16.92	40.00	-30.59	-8.82	-16.92	39.93	-30.64	-8.82
	(I)	-16.92	40.00	-30.59	-8.82	-16.92	39.93	-30.64	-8.82
17	non	-12.07	27.92	-27.62	-6.94	-12.00	27.99	-27.62	-6.95
	(D)	-12.06	27.92	-27.62	-6.94	-12.00	27.99	-27.62	-6.95
	(I)	-12.07	27.92	-27.62	-6.94	-12.00	27.99	-27.62	-6.95
18	non	-8.51	26.86	-26.35	-6.65	-8.50	26.81	-26.31	-6.64
	(D)	-8.51	26.86	-26.35	-6.65	-8.50	26.81	-26.31	-6.64
	(I)	-8.51	26.86	-26.35	-6.65	-8.50	26.81	-26.31	-6.64

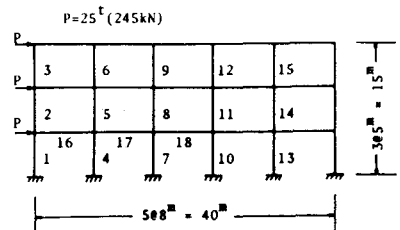


Fig.2 33-members rigid-frame structure

Table.4 Structural analysis time of 33-members rigid-frame structure

CASE	NM	method	1-LC(sec)	10-LC(sec)
1	2	non	0.234	1.073
		(D)	0.128	0.777
		(I)	0.134	0.826
2	12	non	0.222	1.130
		(D)	0.977	2.949
		(I)	0.468	1.341

は特に1個の荷重条件の場合で2.2倍もの時間を消費している。

(2) 33部材の多径間ラーメン構造物

Fig. 2に構造と荷重系を示す33部材の多径間ラーメン構造物の例である。各部材の断面2次モーメントおよび断面積は、支柱(垂直材)および水平材それぞれにおいてすべてリンクしている。なお、Fig. 2の数字は任意の部材の部材番号を示す。

ここでは、近似構造再解析法を2種類の部材修正の場合に適用している。それは部材番号7、10に修正がなされた場合(case 1)、4~15の12部材に修正がなされた場合(case 2)である。そしてこれらの部材修正はすべて、断面2次モーメントおよび断面積の値を1%増加したものである。

case 1、case 2の任意の部材の内力の結果をTable. 3に示し、構造解析時間の結果をTable. 4に示す。

部材の内力の値を比較すると、厳密な構造解析と近似構造再解析法はどのケースおよびどの手法においても常に上位3桁までは同じであり、従って前例と同様に近似構造再解析法の精度は十分なものと考えられる。

構造解析時間を比較すると、近似構造再解析法は修正部材数の少ないcase 1においては厳密な構造解析の約7割程度で計算が終了したが、修正部材数の多いcase 2においては全体的に時間を消費し、特に直接法による計算が著しく時間を消費している。つまり、前例と同じような傾向が今回の数値計算例にも見られた。

4. 結論

一般に、格子桁橋や多径間ラーメン構造物のように比較的大規模な構造物においては、構造解析が占める計算時間は非常に大きい。そこでこの構造解析を効率的に行うために、近似構造再解析法の適用を試みた。

本論文では、近似構造再解析法の2つの手法(直接法、反復法)について、数値計算例でその精度および効率について検討した。

本論文より得られた結果をまとめると以下ようになる。

1) 近似構造再解析法を2種類の構造物の数値計算例に適用し、その精度を検討した。その結果、部材内力の値に注目すると、厳密な構造解析と近似構造再解析法はどのケースおよびどの手法においても常に上位3桁は同じであった。従って近似構造再解析法の精度は、工学的に十分受け入れることができる。

2) 厳密な構造解析と近似構造再解析法の計算効率の差を構造解析時間で比較検討すると、近似構造再解析法は修正部材数が少ない場合においては有利であるが、多い場合では計算時間が厳密な構造解析の計算時間よりも多くなって不利であるという結果が、荷重条件数の大小に関係なく見られた。

3) 荷重条件を増やした場合、近似構造再解析法の前進消去、後退代入の過程は、厳密な構造解析のような荷重条件数だけ行われる必要がなく、ただ一度だけ行われれば良い。従って荷重条件を増やすことによって、近似構造再解析法の計算効率が改善されることが予想された。しかし、近似構造再解析法の荷重条件数の違いによる計算効率の差を構造解析時間で比較検討すると、上記のような計算効率の改善は、修正部材数が多い場合においてわずかに見られた程度であった。

4) 直接法と反復法を比較すると、修正部材数が少ない場合では前者がわずかではあるが計算効率が良く、多い場合では後者が計算効率が良い。このことは前者、後者それぞれの特徴を裏付けている。

以上より結論を述べると、近似構造再解析法は精度の面においては十分実用的であると言える。しかし、一般に構造物は部材をリンクしており、修正部材数の多い構造再解析が普通である。この時、近似構造再解析法の計算効率が悪くなることは上記のとおりである。従って総合的に考えた場合、実用的な設計には近似構造再解析法の適用は難しい。

本論文の計算は、室蘭工業大学情報教育センターのFACOM M170を用いた。

参考文献

- 1) 山田善一、大久保禎二 監訳：最適構造設計 一概念・方法・応用一、丸善株式会社 1983.