

I-22 台形状の谷を有するフィルダムの固有振動解析

室蘭工業大学 学生員 西村 哲治
 室蘭工業大学 正 員 岸 徳光
 室蘭工業大学 正 員 松岡 健一
 日本 大学 正 員 能町 純雄

1. はじめに

従来までフィルダムの動的問題は、定剛性せん断梁理論により解析されてきた。しかし現場実測によって弾性波速度が堤体の高さ方向に異なること、また谷幅／堤体高が小さいV字谷では上部への変位モードの集積が確認されている。これらのことを考慮して、Gazetas¹⁾ は剛性が高さの 2/3乗に比例するとして不均質せん断梁理論を展開し、大町等^{2) 3)} は、同様なモデルを基本にして任意形状の谷に位置するダムの三次元地震応答解析を有限要素法を使って解析してきた。

著者等は先に、ダム軸方向には級数展開し、ダム高さ方向には差分法を用いて矩形形状の谷に位置するダムに限定して振動方程式を定式化し、ダムの各パラメーターが固有値特性に与える影響について検討を行ってきた^{4) 5)}。その結果、曲げとせん断を考慮した場合とせん断のみを考慮した場合の解析結果を比較すると、一般的なフィルダムの形状を考慮した場合、任意形状の谷に位置するダムの動的問題にはせん断のみを考慮した場合も十分適用可能であることが明らかとなった。

本文では、不均質せん断梁モデルにおいて、任意形状の谷に位置するダムの固有振動モードおよび固有値の解析手法を矩形形状の谷に位置するダムの解析結果を利用して導き、谷形状等による影響について検討を行った。ここで、固有振動モードは境界条件を満足するような重み関数を導入して重ね合せを行ない、固有値は Rayleigh-Ritzの方法を応用して解析を行った。

2. 解析法

(1) 矩形形状の谷の解析法

図-1に矩形形状の谷を有するダムの断面形状および座標軸を示す。また、座標軸 x, y, z に対応する変位を u, v, w とし、上下流方向応力分布の線形性を考慮して次のように仮定する。

$$u = 0, \quad v = V(x, z), \quad w = 0 \quad \dots (1)$$

いま、 ρ をダムの単位体積質量、 Bz を z 断面における上下流方向の堤幅とし、 Qz, Qx を z 断面、 x 断面に作用する上下流方向せん断力とすると、 y 軸方向の力の釣合いは図-2より

$$\frac{\partial Qx}{\partial x} + \frac{\partial Qz}{\partial z} = \rho Bz \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \dots (2)$$

となる。ここで、上記断面力は、 z 断面のせん断係数を Gz とすると次のようになる。

$$Qz = Gz Bz \frac{\partial v}{\partial z} \\ Qx = Gz Bz \frac{\partial v}{\partial x} \quad \dots (3)$$

一方、ダム軸方向の変位モードを m 次の三角関数分布とし、角速度 p なる調和関数を仮定する。すなわち

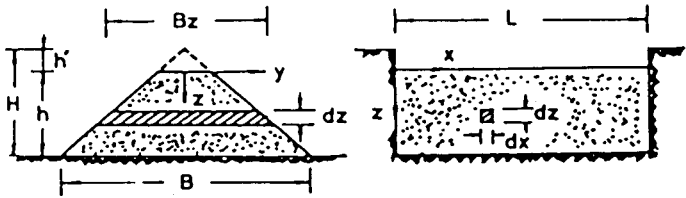


図-1 矩形形状の谷に位置するフィルダム

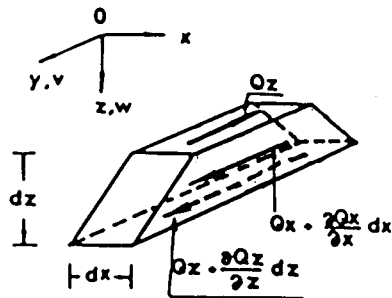


図-2 微小要素に作用する断面力

$$\begin{aligned}v &= V \sin m\pi x / L \cdot \sin p t \\Q_z &= Q_z \sin m\pi x / L \cdot \sin p t \\Q_x &= Q_x \cos m\pi x / L \cdot \sin p t\end{aligned}\quad \dots (4)$$

さらに、座標とダムの断面形状に関する無次元パラメーターを次のように仮定する。

$$\begin{aligned}\xi &= x/h, \quad \eta = z/h, \quad \Gamma_h = h'/h \\ \Gamma_L &= h/L, \quad \Gamma_B = H/B, \quad K' = h'/H\end{aligned}\quad \dots (5)$$

これより、 B_z は次のように示される。

$$B_z = (\eta + \Gamma_h) \cdot h / \Gamma_B \quad \dots (6)$$

また剛性は一般化し次のように仮定する。

$$G_z = G_m \cdot \eta^n \quad (G_m : \text{堤体底幅のせん断係数}) \quad \dots (7)$$

さらに、変位振幅と円振動数を次のように仮定する。

$$V = G_m \cdot V, \quad \beta = p h / C_s \quad \dots (8)$$

ここで、 C_s は堤体底部のせん断波速度で $C_s = \sqrt{G_m / \rho}$ である。

以上、式(2)に式(3)~(8)を代入し整理すると、

$$\begin{aligned}\frac{d^2 Q_z}{d\eta^2} - \left(\frac{\eta}{\eta + \Gamma_h} \right) \frac{1}{\eta} \frac{dQ_z}{d\eta} + \beta^2 \frac{1}{\eta^n} Q_z \\ = (m\pi\Gamma_L) \left\{ \frac{dQ_x}{d\eta} - \left(\frac{\eta}{\eta + \Gamma_h} \right) \frac{1}{\eta} Q_x \right\}\end{aligned}\quad \dots (9)$$

となる。一方、式(3)の2つの式より次式が得られる。

$$\frac{dQ_x}{d\eta} - \left(n + \frac{\eta}{\eta + \Gamma_h} \right) \frac{1}{\eta} Q_x = (m\pi\Gamma_L) Q_z \quad \dots (10)$$

上記の式(9), (10)が二次元不均質切頭くさび形梁に関する固有振動方程式であり、境界条件は次式となる。

$$\text{天端 } (\eta = 0) \text{ で } Q_z = 0$$

$$\text{底部 } (\eta = 1) \text{ で } V = 0 \quad \dots (11)$$

式(11)を用いて式(9), (10)を解析的に解くのは困難と考えられるので差分方程式に変換して解析を行うと式(9), (10)は matrix 式で次式のように示される。

$$[K_{zz}] \{Q_z\} - \beta^2 [M_{zz}] \{Q_z\} = (m\pi\Gamma_L) [K_{zx}] \{Q_x\} \quad \dots (12)$$

$$[K_{xx}] \{Q_x\} = (m\pi\Gamma_L) [K_{xz}] \{Q_z\} \quad \dots (13)$$

上2式を連立させて固有値方程式を誘導すると、

$$[K] \{Q_z\} - \beta^2 [M] \{Q_z\} = 0 \quad \dots (14)$$

となる。したがって、

$$\det | [K] - \beta^2 [M] | = 0 \quad \dots (15)$$

より固有値、固有ベクトルを求めることができる。ここで、 $[K]$, $[M]$ は次式のようになる。

$$[K] = [K_{zz}] - (m\pi\Gamma_L)^2 [K_{zx}] [K_{xx}]^{-1} [K_{xz}]$$

$$[M] = [M_{zz}] \quad \dots (16)$$

変位モードについては、式(3)を差分式に変換することにより求められる。

(2) 任意形状の谷の解析法

いま、矩形谷のダム軸方向 m 次・高さ方向 n 次の上下流方向変位モード V_{mn} の重ね合せによって任意点の変位は次のように示される。

$$V(\xi, \eta) = \sum \sum \Phi_{mn} V_{mn} \eta \sin m\pi\Gamma_L \xi \quad \dots (17)$$

ただし、 Φ_{mn} は m, n 次モードの重み、 $V_{mn}\eta$ は m, n 次の高さ方向 η での変位、 $\sin m\pi\Gamma_L \xi$ は m 次の ξ 点

である。これより、 Φ_{mn} は $V(\xi, \eta)$ が境界端で零になるという条件より求められる。すなわち、基本となる矩形谷の変位モードを $\{Vb\}$ とし、その重みを 1.0とすることにより以下の matrix 式が導かれる。

$$\{\Phi\} = -[Vv]^{-1} \cdot \{Vb\} \qquad \dots (18)$$

これにより各重みが求まったので、その重みを式(17)に代入することによって任意形状の谷の変位モードが求められる。ここで、マッチングを行う点は差分時に考慮した点と同じ点を用いることとする。ただし、天端点と最下点は既に条件を満足しているので考慮しない。

一方任意形状の谷における固有値を β 、運動エネルギーを Ke 、歪エネルギーを Ve とおく。また矩形形状の谷におけるダム軸方向 m 次、高さ方向 n 次の固有値を β_{mn} 、運動エネルギーを K_{mn} とすると Rayleigh-Ritzの方法を応用することによって次式が得られる。

$$\beta^2 Ke = Ve \qquad \dots (19)$$

ここに、 $Ke = \sum K_{mn}$ 、 $Ve = \sum \beta^2_{mn} \cdot K_{mn}$ なる関係があるので、式(19) より次式となる。

$$\beta^2 = \sum \beta^2_{mn} \cdot K_{mn} / \sum K_{mn} \qquad \dots (20)$$

これにより、固有値が求まった。なお、 K_{mn} は次式より与えられる。すなわち、

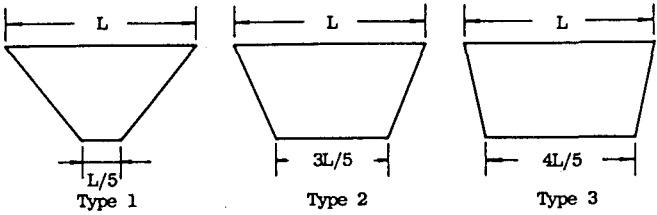
$$K_{mn} = \int_0^L \int_0^H \frac{1}{2} \rho B z \dot{v}^2 dz dx \qquad \dots (21)$$

上式は、式(4)～(6)を用いて積分すると次のようになる。

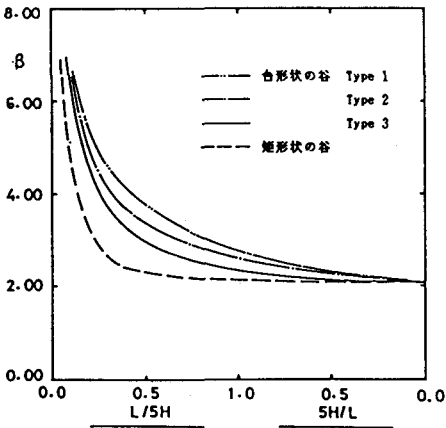
$$K_{mn} = \frac{L}{4 G m} \frac{1}{\Gamma_n} \int_0^1 (\eta + \Gamma_n) V_{mn}^2 d\eta \qquad \dots (22)$$

以上より、矩形谷の解析結果を用いて任意形状の谷の固有モード、固有値を求めることが可能となった。

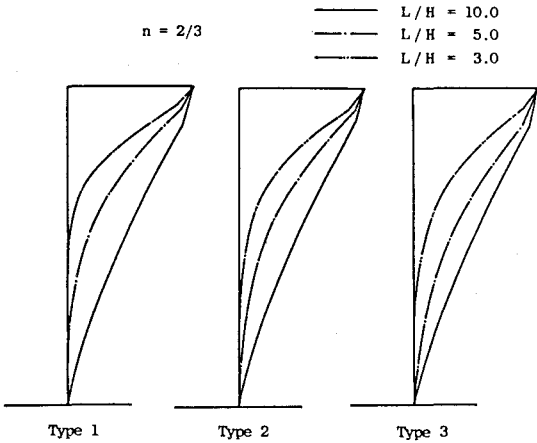
4. 数値解析結果および考察
 数値解析は、剛性指数が $n = 2/3$ なる二次元不均質せん断梁モデルについて行った。解析に用いた任意形状の谷のモデルは図一3に示すような3タイプである。



図一3 谷形状のモデル



図一4 $n = 2/3$ における固有値の分布

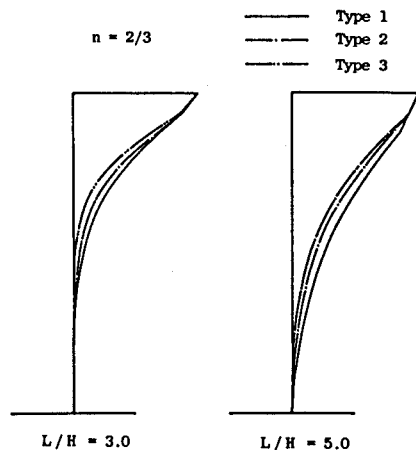


図一5 各谷形状に対するモード分布図

図一4は、上下流方向断面がくさび形の場合における無次元化した固有値 β を谷形状のタイプ別に示している。図は縦軸に β 、横軸に谷幅 L のパラメーターを $0 \sim \infty$ まで考慮できるように、かつ現実的な値を強調するために、 $L/5H, 5H/L$ を用いて示している。また、図中の破線は谷形状を矩形としたときの解析結果である。図より、ダム底部の谷幅が増加するにつれて矩形谷の解析結果に近づくことがわかる。また、 $5H/L$ を零に近づけると各タイプとも一定値に漸近していくことがわかる。したがってダム底部の谷幅が小さい場合、または L/H の値が約10.0以下となる場合では、谷形状を考慮した解析が必要であると考えられる。

図一5は、谷幅に関するパラメーター L/H による上下流方向の変位モードへの影響を検討するために、ダム軸中央部の変位モードを谷形状のタイプ別に示したものである。各タイプとも同じような傾向にあり、 L/H が小さくなるにしたがって変形が堤体上部に集中するようである。

図一6は、谷形状による上下流方向変位モードへの影響を検討するため、図一5で得られた結果を L/H 別にまとめたものである。図より、ダム底部の谷幅が減少するにしたがい堤体上部のモードが増幅される傾向にあることがわかる。このようなモード分布となるのは境界端による影響があるものと考えられる。また、谷幅が比較的大きい $L/H=10.0$ の場合についてはほとんど変化が見られなかった。



図一6 各谷幅に対するモード分布図

5. おわりに

本解析は、剛性指数を $n=2/3$ に限定して任意形状の谷に位置するダムの解析を二次元不均質せん断梁モデルを用いて行った。解析手法の特色は、矩形谷の解析結果に重み関数やRayleigh-Ritzの方法を導入することにより任意形状の谷の解析を行なえることにある。本文の解析結果を要約すると、ダム底部の谷幅が小さい場合、または境界端の影響が現れるような谷幅／ダム高さの比が小さい場合では三次元的に解析することが必要であるということである。今後は、高さ方向の分割の検討、剛性指数の変化、更に非対称な谷を有する場合についての解析を行う予定である。

参考文献

- 1) Gazetas, G. : A new dynamic model for earthdams evaluated through case histories. , Soils and Foundations, Vol.24, No.1 1981.3
- 2) 大町達夫・時松孝次 : 3次元フィルダムの振動解析手法のための実用的モデル, 土木学会論文報告集, 第328号, 1982.12.
- 3) 大町達夫・時松孝次 : フィルダムの実用的3次元地震応答解析手法の定式化, 土木学会論文報告集, 第333号, 1983.5.
- 4) 岸徳光・松岡健一・能町純雄・黒岩真彦 : 曲げとせん断を考慮したダム状構造物の自由振動解析, 土木学会北海道支部論文報告集, 第40号, 1984.2.
- 5) 岸徳光・松岡健一・能町純雄 : フィルダムの固有振動モードの検討, 土木学会北海道支部論文報告集, 第41号, 1985.2.