

I-21 ロックシェッドに作用する落石の衝撃力

北海道大学	正員	芳村 仁
北海道大学	正員	三上 隆
建設省	正員	運上 茂樹
北海道大学		若林 学

1. はじめに 山岳部の多いわが国では、道路交通安全を確保するため、落石危険地帯にロックシェッドを建設することが多くなってきた。シェッドの設計のためには、まず落下によるクッション材(敷砂)上の衝撃力を算定することが必要であり、いくつかの理論式および実験式が提案されるようになってきたが、^{1)~3)}理論上の仮定や実験条件の問題などにより、一般的な設計公式として用いられるまでにいたっていない。さらに、落石による衝撃力のシェッドに及ぼす影響に関する研究は、極めて少ないようである。本研究は、クッション材上の落石の衝撃力の算定式の提示およびシェッドの動的挙動を検討するための一手法を示すが、その解析手順は次のステップより構成される。

- 1) クッション材上に作用する落石衝撃力の算定
- 2) シェッドに作用する衝撃荷重のモデル化
- 3) 平板理論(古典, 修正理論)に基づく動的応答解析

2. クッション材に作用する落石の衝撃力, P

図-1に示すように、落石は高さ H から落下する半径 R の弾性球とし、クッション材は厚さ h 、ポアソン比 $\nu (=0.25)$ 、ラー- λ の定数 λ の弾性体と仮定する。

落石衝撃荷重 P の算定式は、過大な値を与えるHertz式を改良する形で文献4)で提示したものを採用することにする。この算定式は、

Hertz理論に基づく接触変形とクッション材の弾性変形を考慮し、エネルギーのバランス条件より誘導されるもので、次式で与えられる。

$$\frac{1}{2} m V^2 = \frac{2}{5} \frac{P \lambda}{n \lambda} + \frac{P^2}{2K} \quad \text{----- (1)}$$

ただし、 $m = W/g$ (落石の質量)
 $V = \sqrt{2gH}$ (落石速度)
 $n = 32\lambda R/q$

----- (2)

であり、バネ定数 K は、図-2に

示すように、クッション材を $z=h$ で固定された無限弾性体とみなし、ある仮定された軸対称分布荷重 $P(r)$ が作用する場合の $z=0$ における垂直変位 u_z より定まるもので、次のように表わされる。

$$K = P / \{u_z\}_{z=0} \quad \text{あるいは} \quad K = \pi \lambda h / I \quad \text{----- (3)}$$

ここで、 I は図-2に示した仮定された軸対称分布荷重 $P(r)$ に応じて次のように与えられる。

A-法(衝撃荷重を集中力とみなした場合、図-2(a)):

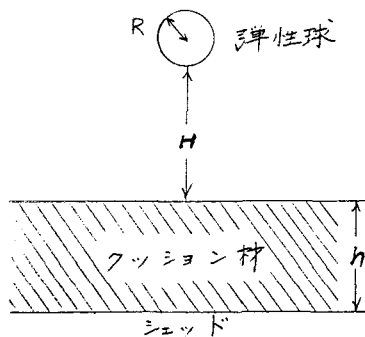


図-1 解析モデル

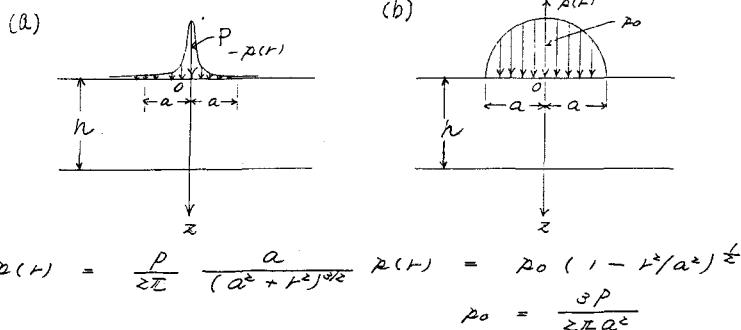


図-2 クッション材上に作用する落石の衝撃力の分布形

$$I = I_A = \frac{\nu(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^\infty \frac{(3-4\nu)(e^{-\beta x} - e^{-4x-\beta x}) - 4xe^{-2x-\beta x}}{Y(x)} dx \quad (4.a)$$

B-法 (衝撃荷重を静的な接触圧分布とみなした場合, 図-2(b)):

$$I = I_B = \frac{6\nu(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^\infty \frac{J_2(\beta x) \{ (3-4\nu)(1-e^{-4x}) - 4xe^{-2x} \}}{(3^2 x^2 Y(x))} dx \quad (4.b)$$

ただし, $J_2(\beta x)$ = Bessel 関数, $\beta = a/h$ であり, $Y(x)$ は次式で与えられる。

$$Y(x) = (3-4\nu)(1+e^{-4x}) + \{1+(3-4\nu)^2+4x^2\}e^{-2x} \quad (5)$$

接触半径 a は, 落石の半径に等しいと仮定すると, 次式となる。

$$a = R = (3W/4\pi g)^{1/3} \quad (6)$$

ただし, $g (= 2.6 \text{ t/m}^3)$ は密度。

3. シェッドに作用する衝撃荷重のモデル化

a) 衝撃荷重の継続時間 (t_0)

荷重の継続時間は, Hertz の接触変形理論を用いて近似的に決めることにする。すなわち, 落石を剛体球, クッション材を半無限弾性体とした衝突時の解から継続時間 t_0 を求めるものであり, 次式で与えられる⁵⁾

$$t_0 = 2.9433 \alpha_{\max} / \sqrt{g} \quad (7)$$

ここで, $\alpha_{\max} = (5mV^2/4n)^{2/5}$ は, 最大接触量である。

式(2), (6)を用いて, t_0 を落石重量 W , 落石高さ H および ν の定数入で表わすと次式となる。

$$t_0 = 0.6771 W^{1/3} \lambda^{-2/5} H^{-1/5} (\text{sec}) \quad (8)$$

b) 衝撃荷重の強度 (P_0) と載荷分布幅 (δ)

ここでは, 計算を簡単化するために, 荷重は矩形分布すると仮定する。まず図-3に示すように, 落下衝撃荷重 P によって生ずるクッション材底部の垂直応力 $\{\sigma_z\}_{z=h_0}$ を求める。次にこの垂直応力を一様な強度 P_0 とする円形分布荷重の合力と落石衝撃荷重 P が等しくなる半径 b_e を次式より定め, 半径 b_e の円に外接する矩形上に作用するものとする。

$$b_e = \sqrt{P/\pi \{\sigma_z\}_{z=h_0}} \quad (9)$$

ここで, バネ定数を定めたときと同様に, クッション材上の軸対称分布荷重 (図-2) に対する σ_z を Hankel 変換を用いた三次元弾性問題として求めると, 荷重強度 P_0 と分布幅 $\delta (= 2b_e)$ は次のように整理される。

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= PI^*/\pi a^2 \\ \delta &= 2A/\sqrt{I^*} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

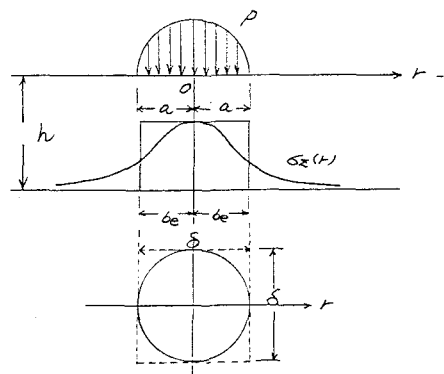


図-3 シェッドに作用する衝撃荷重の分布幅 δ

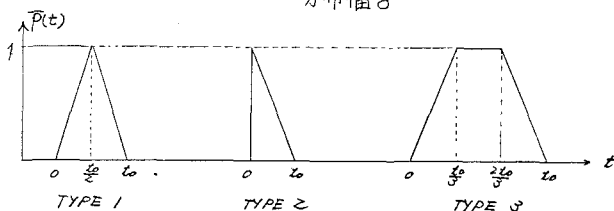


図-4 シェッドに作用する衝撃荷重の波形 $\bar{P}(t)$

ここで I^* は次のようなものである。

A-法の場合:

$$I^* = I_A^* = 2(1-\nu) \int_0^\infty \frac{\chi e^{-(\beta+1)\chi} \{ 2(1-\nu)(1+e^{-2\chi}) + \chi(1-e^{-2\chi}) \}}{Y(\chi)} d\chi \quad (11.a)$$

B-法の場合:

$$I^* = I_B^* = 12(1-\nu) \int_0^\infty \frac{J_2(\beta\chi) \{ 2(1-\nu)(1+e^{-2\chi}) + \chi(1-e^{-2\chi}) \}}{\chi e^\chi Y(\chi)} d\chi \quad (11.b)$$

c) 衝撃荷重の波形 $P(t)$

各種の実験によれば,^{1)~3)} 衝撃波形はいろいろな波形パターンを示しているが, ここでは実験結果を考慮して, 図-4に示すような3種類の波形パターンを採用する。

Type 1 は, 波形が立ち上がって上昇する部分とピークに達した後に減少する部分からなる三角形のもの, Type 2 は, 急に荷重が作用し, 強度が時間とともに減少する三角形形状のもの, および Type 3 は, 波形が立ち上がってピーク値に達するまでの部分, 一定値を持つ部分および減少する部分からなる台形形状のものである。

4. 平板理論に基づくシェッドの動的応答解析

シェッドは, 図-5に示すような周辺単純支持された矩形板 ($a \times b$, 厚さ h) とし, 次のような荷重が作用す

る場合を考える。

$$F(x, y, t) = P_0 \bar{P}(t) \begin{cases} u - \delta/2 < x < u + \delta/2 \\ v - \delta/2 < y < v + \delta/2 \end{cases} \quad (12)$$

ただし、 P_0 = 強度 (式(10))、 $\bar{P}(t)$ = 波形パターン (図-4)。

平板理論には、古典理論および修正理論 (Mindlin 理論) を採用し、動的応答解析はモード解法⁶⁾によった。

a) 基礎式

w を板厚方向変位、修正理論では ψ_x, ψ_y を曲げのみによる回転角とする。

古典理論の運動方程式：

$$D \nabla^4 w + \rho h \ddot{w} = F(x, y, t) \quad (13)$$

ただし、 $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ 、 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ 、

$(\cdot) = \partial(\cdot) / \partial t$ 、 $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2)$ 。

修正理論の運動方程式：

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{2} \{ (1-\nu) \nabla^2 \psi_x + (1+\nu) \partial \psi / \partial x \} + K^2 G h (\partial w / \partial x - \psi_x) &= \rho h^3 \ddot{\psi}_x / 12 \\ \frac{D}{2} \{ (1-\nu) \nabla^2 \psi_y + (1+\nu) \partial \psi / \partial y \} + K^2 G h (\partial w / \partial y - \psi_y) &= \rho h^3 \ddot{\psi}_y / 12 \\ K^2 G h (\nabla^2 w + \phi) + F(x, y, t) &= \rho h \ddot{w} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ただし、 $\phi = \partial \psi_x / \partial x + \partial \psi_y / \partial y$ 、 K^2 = セン断補正係数 = 0.86

境界条件：

$$\left. \begin{aligned} x=0, a \text{ で } M_x = w = \psi_y = 0 \\ y=0, b \text{ で } M_y = w = \psi_x = 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ただし、 M_x, M_y は曲げモーメントを表わし、 ψ_x と ψ_y は修正理論のときのみ考慮することとする。

初期条件

$$\left. \begin{aligned} w(x, y, 0) = \dot{w}(x, y, 0) = 0 \\ \psi_x(x, y, 0) = \dot{\psi}_x(x, y, 0) = 0 \\ \psi_y(x, y, 0) = \dot{\psi}_y(x, y, 0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ただし、第 2, 3 式は修正理論のときのみ考慮するものとする。

b) 自由振動

自由振動の解として周辺単純支持の条件を満たすように次のごとく仮定する。

$$\left. \begin{aligned} w(x, y, 0) = A_{mn} W_{mn}(x, y) e^{i\omega t} \\ \psi_x(x, y, 0) = B_{mn} \psi_{x,mn}(x, y) e^{i\omega t} \\ \psi_y(x, y, 0) = C_{mn} \psi_{y,mn}(x, y) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ただし、 ω は固有円振動数であり、 W_{mn} などは次のようなものである。

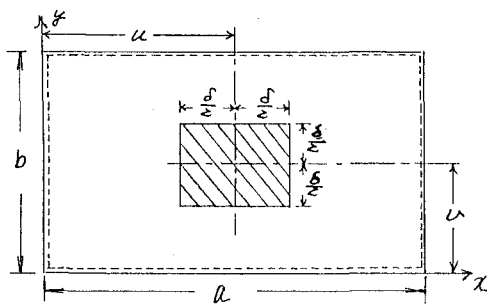


図-5 衝撃荷重を受けるシート

$$\left. \begin{aligned} W_{mn}(x, y) &= \sin m\pi x/a \cdot \sin n\pi y/b \\ \psi_{x,mn}(x, y) &= \cos m\pi x/a \cdot \sin n\pi y/b \\ \psi_{y,mn}(x, y) &= \sin m\pi x/a \cdot \cos n\pi y/b \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

各理論に基づく固有振動数は次のように得られる。

古典理論：式(17)の第 1 式と式(13)より、

$$\omega_{jmn} = \pi^2 (m^2/a^2 + n^2/b^2) \sqrt{D/\rho h} \quad (19)$$

修正理論：式(17)を式(14)に代入すれば、次の固有振動方程式が得られる。

$$[K] \{A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}\}^T = \{0, 0, 0\}^T \quad (20)$$

ただし、 $[K]$ は 3×3 の行列である。ここで^{*}は、式(20)より得られる 3 つの固有円振動数を ω_{jmn} ($j=1, 2, 3$) と表わしておく。

c) 強制振動

式(13)、(14)の解は、一般座標 q および式(18)を用いて次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} w(x, y, t) &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 q_{jmn}(t) W_{mn}(x, y) \\ \psi_x(x, y, t) &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \{ B'_{jmn} q_{jmn}(t) \psi_{x,mn}(x, y) \\ \psi_y(x, y, t) &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \{ C'_{jmn} q_{jmn}(t) \psi_{y,mn}(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし、式(21)で $\mathcal{L}$ は 1 (古典理論)、または 3 (修正理論) であり、式(22)で B'_{jmn} と C'_{jmn} は、式(20)において A_{mn} で基準化した B_{mn} と C_{mn} を表わす。さらに、 q_{jmn} は初期条件を満たすように定めれば、次式となる。

$$q_{jmn}(t) = \frac{1}{N_{jmn}} \left\{ \frac{1}{\rho h \omega_{jmn}} \int_0^t Q_{jmn} \sin \omega_{jmn}(t-\tau) d\tau \right\} \quad (23)$$

ただし、ノルム N_{jmn} は次式で与えられる。

$$N_{jmn} = ab \left\{ 1 + \alpha (B_{jmn}^2 + C_{jmn}^2) \rho_0^2 \right\} / 4 \quad (24)$$

ここで、 $\rho_0^2 = h^3/12$ 、 α は 0 (古典理論)、または 1 (修正理論) である。また Q_{jmn} は次式となる。

$$Q_{jmn} = \int_0^a \int_0^b F(x, y, t) W_{mn}(x, y) dx dy \quad (25)$$

上式は、式(12)と式(18)の第 1 式より、次式となる。

$$Q_{jmn} = \frac{16P_0 \bar{P}(\epsilon)}{\pi^2 m n} \sin \frac{m\pi \delta}{2a} \sin \frac{m\pi u}{a} \sin \frac{n\pi \delta}{2b} \sin \frac{n\pi v}{b} \quad (26)$$

後は、図-4に示した衝撃波形に依じて式(23)を積分すれば q_{jmn} が決まり、さらに変形量 (w, ψ_x, ψ_y) が求められる。また断面力は、これと変形量の関係式を用いて決定される。

5. 数値計算と考察

a) クッション材に作用する落石の衝撃力 P

A-法およびB-法により定まる衝撃力 P の特性(ラー- λ の定数入, 落石重量 W , クッション厚 h , 落下高さ H への依存性)については、文献4)で既に述べたので、ここでは、代表的な解析結果のみを図-6に示す。図は $W=1t$, $h=1m$, $\lambda=50, 100, 150t/m^2$ に対する結果で、吉田らの実験結果¹⁾(海砂, 山砂, 砕砂)とともに示したものである。

b) 衝撃荷重の継続時間 t_0

図-7は、Hertzの接触変形理論から導かれた継続時間 t_0 (式(8))と吉田らの実験結果²⁾による静止時間と比較したものである。ここに、静止時間とは、重錘がクッション材に衝突してから静止するまでに要する時間である。図は落下高さ $H=5, 10, 15, 20m$, ラー- λ の定数入 $\lambda=50, 100, 150t/m^2$ について示したもので、次の点が理解される。

① 本計算値は、クッション材のラー- λ の定数入に大きく依存する。 λ が大きくなるにつれて、 t_0 は減少し、吉田らの実験結果とも比較的よい一致を示している。

② 本計算値は、落下高さ H にはほとんど影響を受けない。これは、吉田らの実験から得られた“静止時間は、落下高さに影響を受けない”ということに一致している。

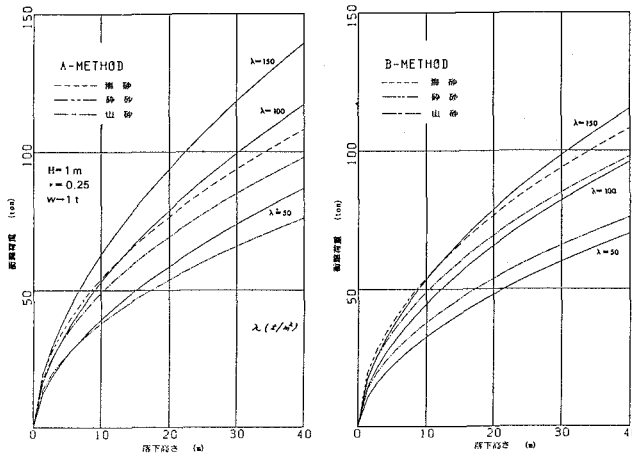


図-6 クッション材に作用する落石の衝撃力

IMPACT TIME t_0

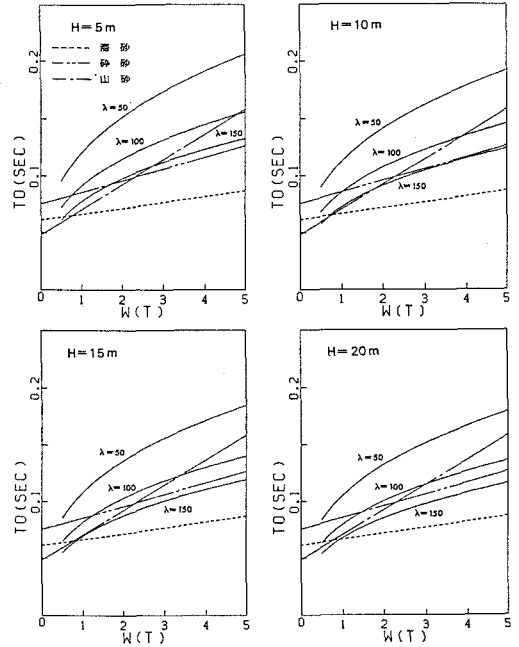


図-7 衝撃荷重の継続時間

c) シェッドに作用する衝撃荷重の強度 P_0

図-8は、A-法とB-法により定めたシェッドに作用する衝撃荷重強度 P_0 (式(10))を示したものである。また吉田らの実験データ²⁾(土圧)の最大値と最小値を落下高さ $H=5, 10, 15, 20m$ について選択し、土圧の分布範囲を比較のため示している。なお図でC-法とは、図-9に示すように、クッション材への影響は落石の投影面積に等しい弾性棒(断面積 $=A$, 長さ h , 弾性係数 $E=175t/m^2$)のみであると仮定し、落石の位置エネルギーと弾性棒のひずみエネルギーを等置し、次式より定めたものである。

$$P_0 = W(1 + \sqrt{1 + 2HAE/wh})/A \quad (27)$$

なお図-8は、落石重量 $W = 0.3, 1.0t$ 、クッション厚 $h = 0.9m$ として計算したものである。この図から、次のようなことがわかる。

① A-法より求めた P_0 は、実験データよりもかなり低い。また、B-法による値は、実験データの下限值と比較的よく一致している。

② C-法より求めた P_0 は、かなり大きな値であり、実験データとかけ離れている。

なお、A-法、B-法とも静的に求めたものであり、衝撃係数を考慮すれば、実験データの範囲内（B-法では衝撃係数を2とすればほぼ実験データの中間値）に含まれる。

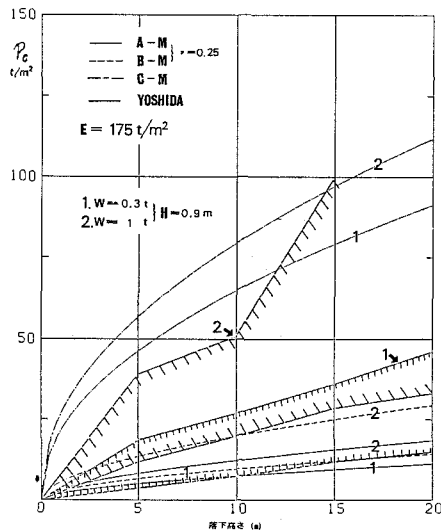


図-8 シェッドに作用する荷重の強度

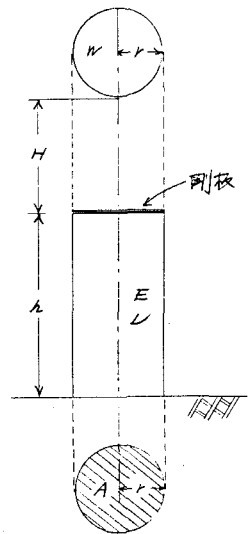


図-9 C-法のためのモデル

d) シェッドの動的応答

シェッドの諸元(図-5)は、 $a = b = 5m$ 、厚さ $h = 0.5m$ とし、 $E = 2.1 \times 10^6 kg/m^2$ 、 $\nu = 0.15$ 、 $\gamma = 2.5 t/m^3$ の鉄筋コンクリート製とする。載荷荷重の中心は、 $u = v = 2.5m$ の位置とする。また落石とクッション材については、次の値を用いた。

落石: $W = 1t$ 、 $H = 20m$ 、クッション材: $\lambda = 100 t/m^2$ 、 $\nu = 0.25$ 、 $h = 1m$

なお、以上のデータを基にA-法とB-法より求めた、落石衝撃力 P 、シェッドに作用する荷重の強度 P_0 、荷重分布幅 δ および継続時間 t_0 は、次のとおりである。

A-法: $P = 78.91t$ 、 $P_0 = 19.05 t/m^2$ 、 $\delta = 1.15m$ 、 $t_0 = 0.0795 sec$

B-法: $P = 65.62t$ 、 $P_0 = 28.69 t/m^2$ 、 $\delta = 0.85m$ 、 $t_0 = 0.0795 sec$

図-11は、図-4に示した3種の衝撃波形に対して、A-法およびB-法により算定された諸量に基づき古典理論と修正理論より得られた、シェッド中央のたわみ w と曲げモーメント M_x の時間応答を示したものである。なお、図の横軸は、無次元化時間 $(= t\sqrt{gE}/a)$ であり、点線で示した一定値は静的解析でのそれである。これらの図より、以下の点が指摘される。

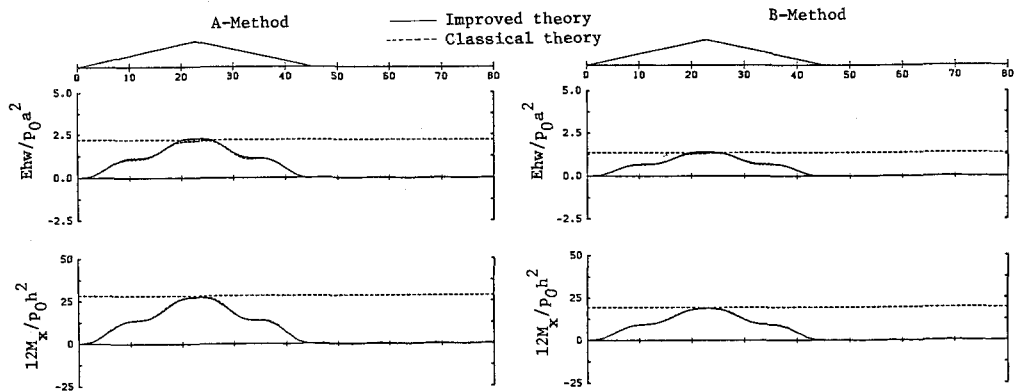


図-11(a) 波形パターン, Type 1 に対する w と M_x の時間応答(シェッド中央)

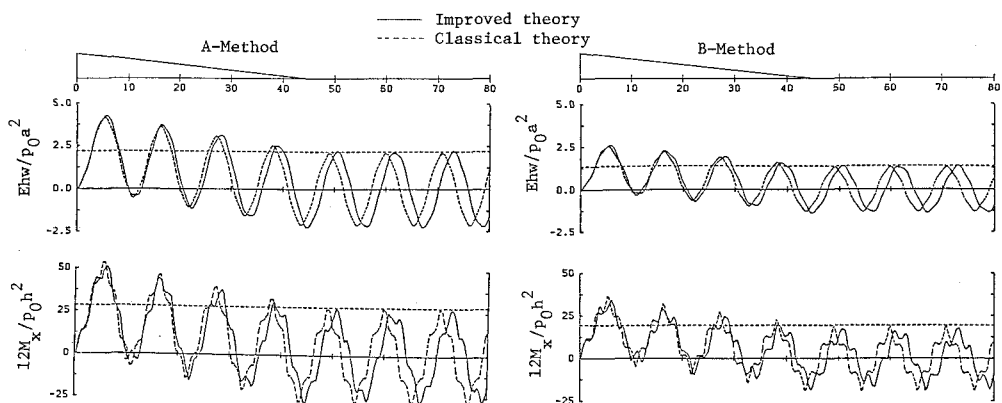


図-11(b) 波形パターン, Type 2 に対する ω と M_x の時間応答(シールド中央)

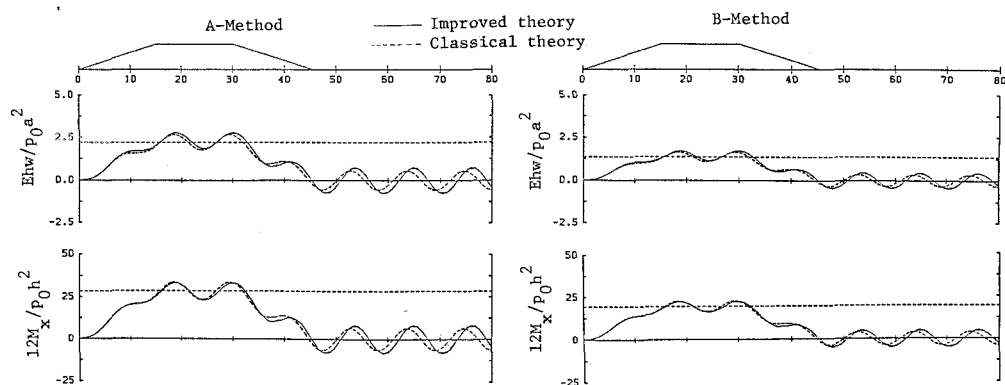


図-11(c) 波形パターン, Type 3 に対する ω と M_x の時間応答(シールド中央)

① 平板理論の相違の最大応答値に及ぼす影響は、ほとんどない。

② 動的倍率を最大応答値と静的解析値の比で定義すれば、波形タイプ1とタイプ3については1~1.5程度であり、タイプ2については2程度である。なお、これらの値は、A-法およびB-法によらず同じである。

6. まとめ 本研究は、クッション上に作用する落石の衝撃力を過大な値を与えるHertz式を改良した算定式に基づき定め、次に三次元弾性論およびHertzの接触変形理論によりシールドに働く衝撃荷重をモデル化し、Normal Mode 法により動的応答解析を試みたものである。得られた結論は次のようなものである。

① シールドに作用する荷重の強度の算出は、B-法(落石衝撃荷重を静的な接触圧分布と仮定)による方がよく、また既往の実験結果ともよく一致している。接触変形理論より定めた荷重の継続時間は、クッション材のラークの定数に大きく依存する。② ここで扱った数値例より判断する限りでは、シールドの動的倍率は1~2である。

参考文献

- 1) 第一回落石の衝撃力およびロックシールドの設計に関するシンポジウム論文集, 1983.
- 2) 防護覆い上への落石による衝撃力の推定に関する研究, 落石実験報告書, 1984, 金沢大学工学部土木工学科.
- 3) 佐々木 康・古賀泰之: 数値上の落石の衝撃力に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No.340, 1983.
- 4) 芳村 仁・三上 隆: ロックシールドに作用する落石の衝撃力についての一考察, 土木学会北海道支部論文報告集, No.40, 1983.
- 5) Timoshenko, S.P. and J.N. Goodier, ; Theory of Elasticity, 3rd.ed., 1965.
- 6) Magrab, E.B. : Vibrations of Elastic Structural Members, 1979.