

I—18 三次元多層体表面の鉛直方向加振に対する複素コンプライアンス

北海道開発局土木試験所 正員 吉田紘一
 日本大学 生産工学部 正員 能町純雄

1. まえがき

弾性地盤と基礎の動的相互作用については既に多くの研究がある。特に半無限弾性体上の剛体基礎の動的応答については Luco らの研究を始めとして多くの研究が発表されて来ている。一方、地盤を多層弾性体として取扱っているものも幾つかみられるが、未だあまり多くはないようである。

多層弾性体表面における複素コンプライアンスに関する研究としては Arnold, Warburton らが剛な基盤上の弾性体表面の円形基礎に関する解析的研究や、弾性基盤上の多層体についての小堀らの矩形分布加振に対する研究や北村らによる同様の研究がみられる。

著者らも既に平板要素を用いて、剛な基盤上の三次元多層体上の剛体円形基礎の複素コンプライアンスについて検討を行って来た。本文ではこの手法を半無限弾性体上の多層対に適用し、特に鉛直方向の複素コンプライアンスについて検討した。

2. 基本式

平板要素による解析方法については既に発表しているのので、ここでは基本式の結果のみを示す。

図-1に示す様に、厚さ h の板に円柱座標 (r, θ, z) をとりそれぞれの方向の変位を u, v, w とする。この座標系の運動方程式に各変位の z 方向分布を一次変化と仮定しガラキン法を適用し、 r, θ 方向にフーリエ・ハンケル変換を行うと、平板要素に関する基本式 (1)

(2) が得られる。

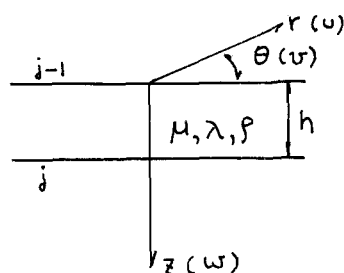


図-1

$$[F_{m\xi}]_{j-1,j} = - [K_{1,1}] [D_{m\xi}]_{j-1} + [K_{1,2}] [D_{m\xi}]_j, \quad (1)$$

$$[F_{m\xi}]_{j,j-1} = - [K_{2,1}] [D_{m\xi}]_j + [K_{2,2}] [D_{m\xi}]_{j-1}. \quad (2)$$

ただし

$$[F_{m\xi}] = [Q_{am} \quad Q_{bm} \quad 4Q_{zm}]^T.$$

$$[D_{m\xi}] = [A_m \quad B_m \quad W_m]^T.$$

$$[K_{1,1}] = \frac{\mu}{h} \begin{bmatrix} 1 + \alpha^2 h^2 / 3 & 1 + \beta^2 h^2 / (3 \eta^2) & (1 - \lambda / \mu) \xi h \\ (1 - \lambda / \mu) \xi h & 4 (1 / \eta^2 + \alpha^2 h^2 / 3) \end{bmatrix}$$

$$[K_{1,2}] = \frac{\mu}{h} \begin{bmatrix} 1 - \alpha^2 h^2 / 6 & 1 - \beta^2 h^2 / (6 \eta^2) & - (1 + \lambda / \mu) \xi h \\ (1 + \lambda / \mu) \xi h & 4 (1 / \eta - \alpha^2 h^2 / 6) \end{bmatrix}.$$

$$[K_{2,2}] = \frac{\mu}{h} \begin{bmatrix} 1 + \alpha^2 h^2 / 3 & 1 + \beta^2 h^2 / (3 \eta^2) & - (1 - \lambda / \mu) \xi h \\ - (1 - \lambda / \mu) \xi h & 4 (1 / \eta^2 + \alpha^2 h^2 / 6) \end{bmatrix}.$$

$$[K_{2,1}] = [K_{1,2}]^T.$$

上式中

μ, λ : ラーメの定数.

h, ρ : 層の厚さおよび単位質量.

p : 円振動数.

$$\alpha^2 = \xi^2 - \rho p^2 / \mu, \quad \beta^2 = \xi^2 - \rho p^2 / (2 \mu + \lambda), \quad \eta^2 = \mu / (2 \mu + \lambda).$$

また $Q_a, Q_b, Q_2, A_m, B_m, W_m$ は応力と変位のフーリエ・ハンケル変換したもので次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} Q_{am} \\ Q_{bm} \end{aligned} \right\} = \int_0^\infty r \{ (C_m[\tilde{\tau}_{r2}] + S_m[\tilde{\tau}_{\theta 2}]) J_{H1}(\xi r) \pm (C_m[\tilde{\tau}_{r2}] - S_m[\tilde{\tau}_{\theta 2}]) J_{H-1}(\xi r) \} d r,$$

$$Q_{2m} = \int_0^\infty r C_m[\tilde{\sigma}_2] J_H(\xi r) d r,$$

$$\left. \begin{aligned} A_m \\ B_m \end{aligned} \right\} = \int_0^\infty r \{ (C_m[u] + S_m[v]) J_{H1}(\xi r) \pm (C_m[u] - S_m[v]) J_{H-1}(\xi r) \} d r,$$

$$W_m = \int_0^\infty r C_m[w] J_H(\xi r) d r.$$

ただし $C_m[\]$, $S_m[\]$ はそれぞれフーリエ・サイン変換、フーリエ・コサイン変換を表わす。

多層体の境界 j での力の釣合は次式で表わされる。

$$[F_{mj}]_{j,j-1} = [F_{mj}]_{j,j+1}. \quad (3)$$

式(1)(2)を上式に適用して境界条件を考慮し $[D_{mj}]$ について解き、フーリエ・ハンケル逆変換を行うことにより多層体の動的応答を解析できる。なを、変位の逆変換は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} u \\ v \end{aligned} \right\} = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^\infty \xi \{ (A_m + B_m) J_{H1}(\xi r) \pm (A_m - B_m) J_{H-1}(\xi r) \} d \xi \cdot \begin{cases} \cos(M\theta) \\ \sin(M\theta) \end{cases},$$

$$w = \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^\infty \xi W_m J_H(\xi r) d \xi \cos(M\theta).$$

3. 境界条件と複素コンプライアンス

多層体の最下層における境界条件は次のように表わされる。

$$[F_{mj}]_n = [K_\infty][D_{mj}]_n. \quad (4)$$

上式の $[K_\infty]$ は半無限弾性体に平板要素の場合と同様に極座標を適用してフーリエ・ハンケル変換を行うと次式が得られる。

$$[K_\infty] = \mu \begin{bmatrix} \alpha & 2\beta/(\gamma+1) & 4\gamma\xi/(\gamma+1) \\ 4\gamma\xi/(\gamma+1) & \gamma\alpha/(\gamma+1) \end{bmatrix}.$$

ただし

$$\gamma = \mu (2\xi^2 - 2\alpha\beta) / (\rho p^2) - 1.$$

剛な基盤の場合は上式中で $\mu \rightarrow \infty$ とすることにより $[D_{mj}]_n = 0$ が得られる。

また、表面における境界条件は半径 a の円形剛体基礎に対して静的弾性体の接触問題における円形スタンプの応力分布を用いるものとして次式で表わされる。

$$\tilde{\sigma}_2 = \begin{cases} V/(2\pi\sqrt{a^2-r^2}), & (r < a) \\ 0, & (r > a). \end{cases} \quad (5)$$

基礎の変位は重みを考慮した平均変位として Bycroft から従って次式で表わす。

$$w_a = \frac{1}{a} \int_0^\infty (w r / \sqrt{a^2 - r^2}) d r. \quad (6)$$

したがって、複素コンプライアンス C_{vv} は次式となる。

$$C_{vv} = w_a / V. \quad (7)$$

4. 数値計算

数値計算は図-2に示す様な二層体について行った。

ただし、実際の計算では表層を4等分して5層の構造として計算した。

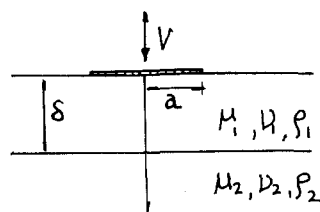


図-2

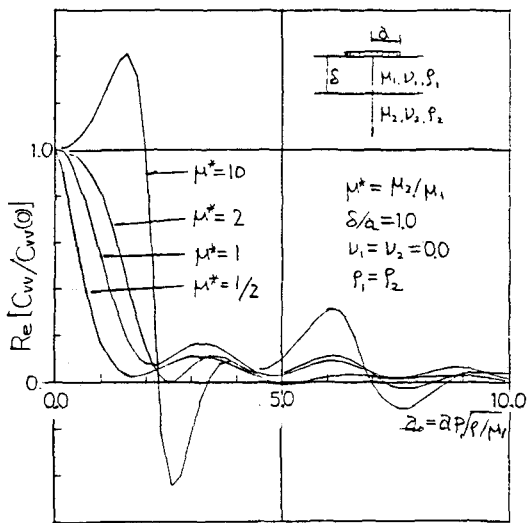


図-3. 二層体の複素コンプライアンス (実部)
($\delta/a = 1.0$, $\nu_1 = \nu_2 = 0$)

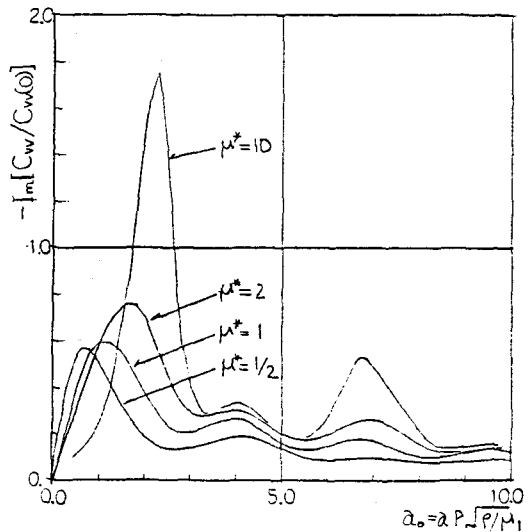


図-4. 二層体の複素コンプライアンス (虚数部)
($\delta/a = 1.0$, $\nu_1 = \nu_2 = 0$)

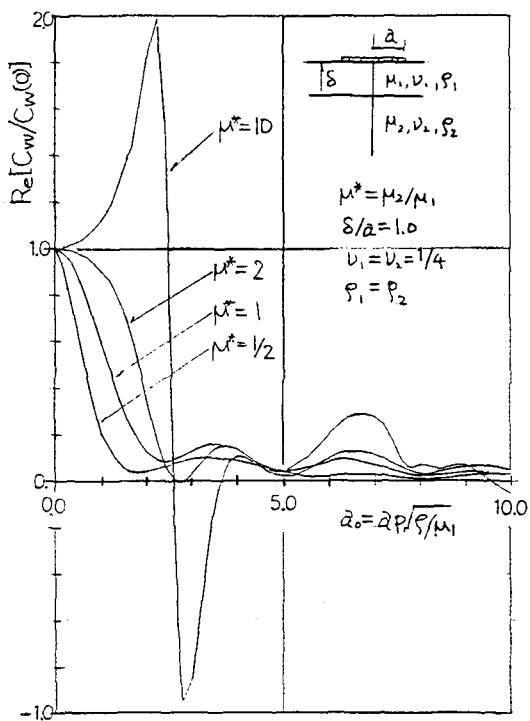


図-5. 二層体の複素コンプライアンス (実部)
($\delta/a = 1.0$, $\nu_1 = \nu_2 = 1/4$)

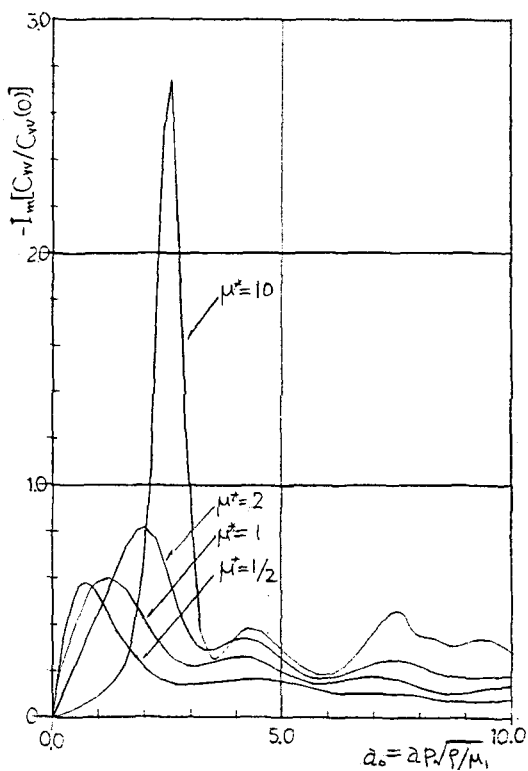


図-6. 二層体の複素コンプライアンス (虚数部)
($\delta/a = 1.0$, $\nu_1 = \nu_2 = 1/4$)

計算は表層厚と円形基礎の半径の比 $\delta/a = 1$ の場合について、 $\nu_1 = \nu_2$ 、 $\rho_1 = \rho_2$ とし、層の剛比 $\mu^* = \mu_2/\mu_1$ を 4 種類変化させた時の結果を図-3~6 に示してある。横軸は無次元振動数 $a_0 = a p \sqrt{\rho/\mu_1}$ に取ってある。

図-3、4 には $\nu_1 = \nu_2 = 0$ とした場合の複素コンプライアンスの実部と虚数部を静的な場合に対する倍率として示してある。この内、層剛比 $\mu^* = 1$ の場合は半無限体の場合となり、この結果は静的な場合については既に知られている値に一致するが、全体としては三上³⁾らの結果に一致し、Luco²⁾らの結果とは振動数が大きくなるに従って合わなくなってくる。全体の傾向としては層剛比が大きくなるに従って複素コンプライアンスの動的倍率が大きくなっており、振動数に対する変化も大きくなる傾向にある。特に、層剛性比 $\mu^* = 10$ では剛な基盤上の場合にかなり近い形になる。

また図-5、6 は $\nu_1 = \nu_2 = 1/4$ の場合について示したものである。この場合も全体の傾向としては $\nu = 0$ の場合と同様であるが、層剛性比の増加に対してより大きな変化を示している事が分る。しかしながら $\mu^* = 1/2$ では $\nu = 0$ と $1/4$ ではほとんど同じ複素コンプライアンスの動的倍率となっている。

5. あとがき

三次元多層体の円形基礎の複素コンプライアンスを鉛直方向について取り扱い、二層構造の場合について若干の計算を行った。この結果をまとめると次の様になる。

(1) 層剛性比 μ^* が増加するに従い複素コンプライアンスの動的倍率は大きくなり、振動数に対する変化も大きくなる。

(2) ポアソン比の影響も $\nu = 0$ と $1/4$ では μ^* が大きくなるに従って大きくなるが、振動数に対する全体の傾向はあまり変化しない。

(3) 複素コンプライアンスはいずれの場合も振動数の増加と共に振動しながら減少しており、一様な減少とはなっていない。

以上、この種の問題の基礎的なものとして鉛直方向の計算を行ったが、水平方向、ロッキングについても同様に計算できる。また、剪断弾性係数に複素弾性を用いる事が出来るので、内部減衰の影響についてもこの手法で検討することが出来る。今後はこの点をさらに検討すると共に、平板要素の厳密解についても研究を進めたい。

参考文献

- 1) Luco, Westman: DYNAMIC RESPONSE OF CIRCULAR FOOTINGS: Proc. ASCE Vol 97, EM5, 1971
- 2) 小堀、南井、鈴木: 成層構造をもつ基礎地盤の動特性、京都防災研究所年報、第19号B、1976.
- 3) 三上、能町、松岡: 半無限弾性体の水平振動に及ぼす表面上の剛体基礎の複素コンプライアンスに関する考察: 土木学会第35回年次学術講演会概要集 I-237; 1980
- 4) 吉田、能町: 有限平板法による部分振動入力に対する動的応答について: 土木学会第36回年次学術講演会概要集 I-259、1981
- 5) 吉田、能町: 有限平板法による3次元多層体上の円形基礎の動的応答について: 土木学会北海道支部論文報告集、昭和56年
- 6) 北村、桜井: 二層弾性地盤上の長方形剛基礎底面の複素剛性: 土木学会論文集、No 362/I-4、1985